1. Тарг С .М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа.

2. Курбатский М.И. Механика. Энциклопедический словарь. Часть I. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие

3. Монтвила С.П. Механика. Контрольные задания по разделу «Теоретическая механика» Новогорск:, 2005.

4. Монтвила С.П. Механика. Часть 3. Теория механизмов и машин. – Новогорск 2003.

5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.

6. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа.

7. Петрухин Г.Г. Техническая механика. Часть 2. Сопротивление материалов. – Новогорск: АГЗ, 2000.

8. Монтвила С.П. Руководство к лабораторным работам по дисциплине «Техническая механика». Новогорск: АГЗ, 2000. – 68 с.

9. Петрухин Г.Г. Сопротивление материалов. Контрольные задания. Руководство к решению задач. – Новогорск: АГЗ, 1998.

МЕХАНИКА

(греч. *μηχανική* – искусство построения машин) –
основной раздел физики;
наука о механическом движении материальных тел
и происходящих взаимодействиях между ними.
В результате взаимодействия изменяются скорости тел или тела деформируются.

Разделы теоретической механики:

1. ***Статика***
2. ***Кинематика***
3. ***Динамика***

СТАТИКА

(от греч. States – стоящий)

раздел механики,

в котором излагается общее учение

о силах

и изучаются условия равновесия материальных тел,

находящихся под действием сил

В статике твердого тела рассматриваются **две основные проблемы**:

1. Сложение сил и приведение систем сил, действующих на твердое тело, к простейшему виду;
2. Определение условий равновесия действующих на твердое тело систем сил

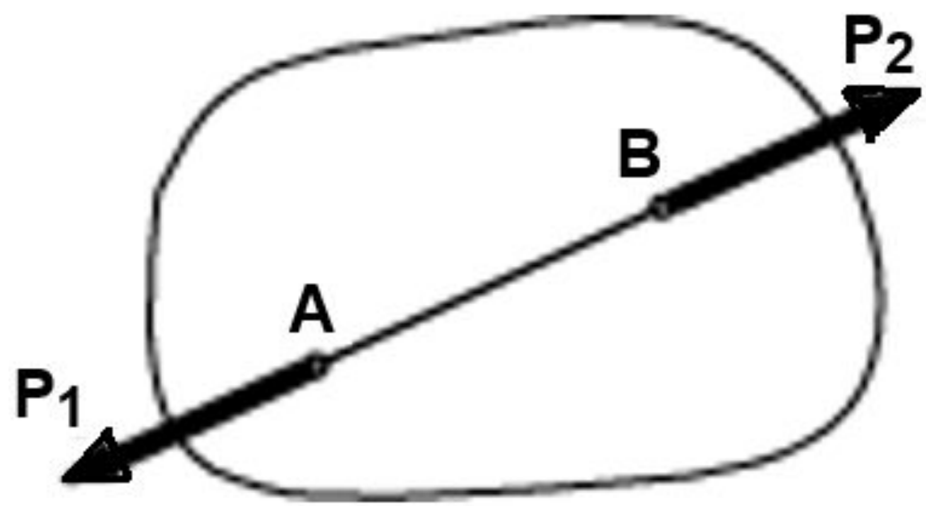
СИЛА –
количественная мера механического взаимодействия материальных тел.

Сила является величиной **векторной**.

Ее действие на тело определяется **численной величиной** (модулем), **направлением** и **точкой приложения**.

Аксиома 1

Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы,
то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда,
когда эти силы равны по модулю
и направлены вдоль одной прямой
в противоположные стороны



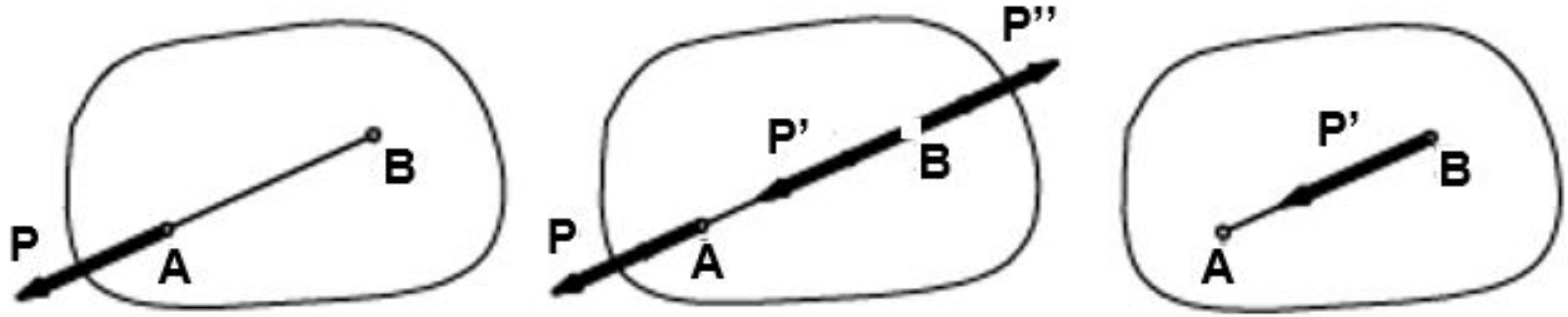
Аксиома **2**

Действие данной ***системы сил***
на абсолютно твердое тело
не изменится,
если к ней прибавить
или от нее отнять
уравновешенную систему сил

Следствие из 1-й и 2-й аксиом

Действие силы на абсолютно твердое тело не изменится,

если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку тела

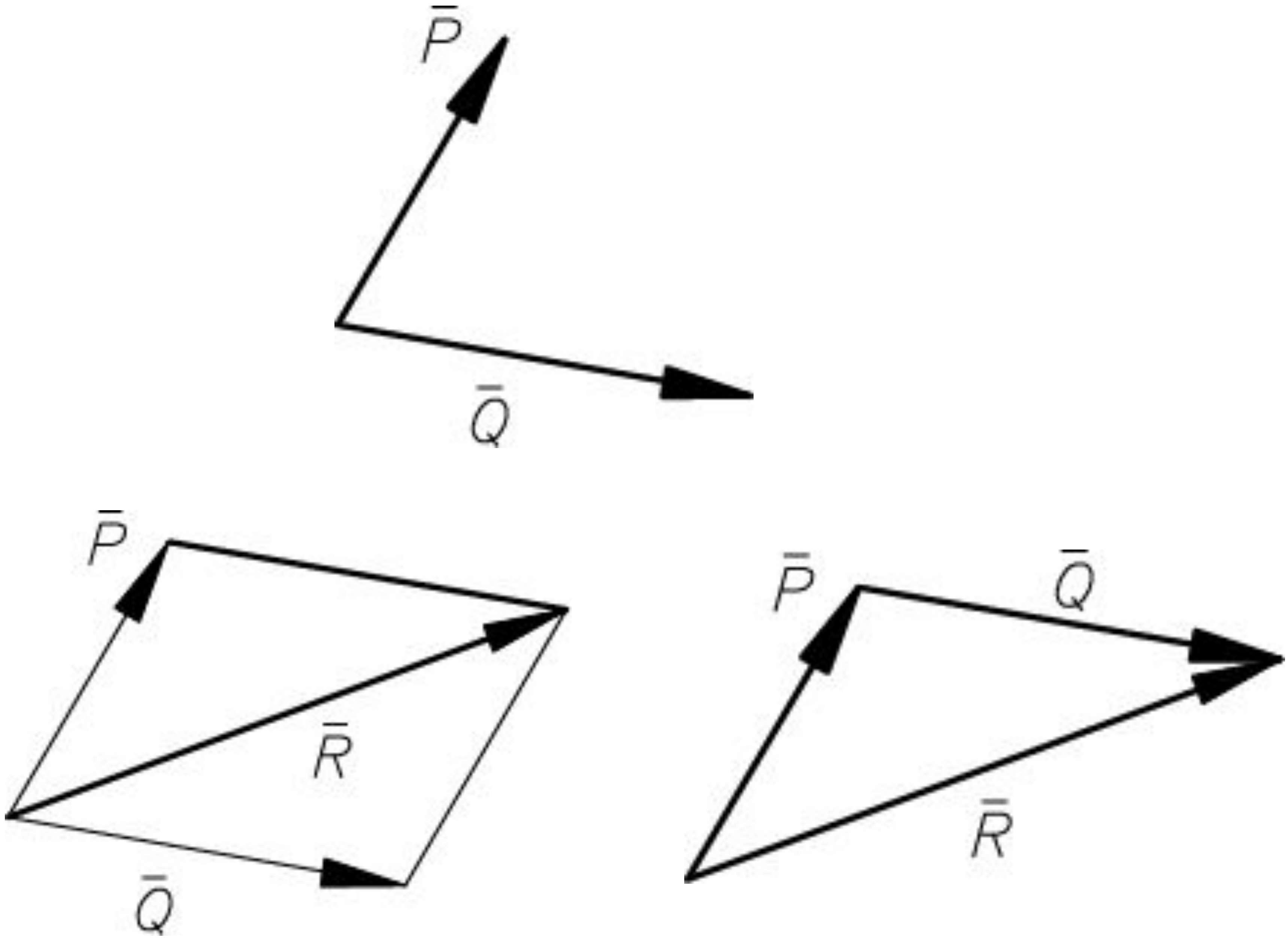

P
A
B
P
A
P'
B
P''
P'
A
B

Аксиома **3**
(аксиома параллелограмма сил).

Две силы, приложенные к телу

в одной точке,

имеют ***равнодействующую***, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах


$\bar{P}$
$\bar{Q}$
$\bar{P}$
$\bar{R}$
$\bar{Q}$
$\bar{P}$
$\bar{Q}$
$\bar{R}$

Аксиома **4**

При всяком действии одного материального тела на другое имеет место такое же по величине, но противоположное по направлению противодействие.

Силы действия и противодействия не образуют уравновешенной системы сил, так как они приложены к разным телам

Аксиома **5**
(принцип отвердевания)

Равновесие изменяемого (деформируемого) тела, находящегося под действием данной системы сил, не нарушится, если тело считать отвердевшим (абсолютно твердым)

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ -

состояние материальной точки или системы материальных точек, полностью и однозначно определяемое

временем,

пространственными координатами

и

производными пространственных координат

по времени всех порядков

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ СИЛ

Если одну систему сил $(\bar{P}_1, \bar{P}_2, .. \bar{P}_n)$, действующую на свободное твердое тело,

можно заменить другой системой $(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, ..., \bar{Q}_m)$,

не изменяя при этом его ***кинематического состояния***,

то такие две системы сил называются ***эквивалентными***

РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИСТЕМЫ СИЛ –

сила , эквивалентная данной системе сил :

$$\overline{R} \sim (\overline{P}_1, \overline{P}_2, \ldots, \overline{P}_n)$$

СХОДЯЩИЕСЯ СИЛЫ -

система сил,

линии действия которых пересекаются в одной точке

РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИСТЕМЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

равна их геометрической сумме,

а линия действия

проходит через точку пересечения сил системы

Равновесие системы сходящихся сил

$$\boxed{\overline{R} = \sum \overline{F}_k = 0}$$

в геометрической форме: *необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный из векторов сил, был замкнутым*

в аналитической форме:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0, \text{ } \textit{или}$$

$$R_x = 0, \ R_y = 0, \ R_z = 0,$$

$$\boxed{\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum F_{kz} = 0}$$

Теорема трех сил:

«Если три силы,
лежащие в одной плоскости, уравновешены,
то линии их действия
пересекаются в одной точке»

МОМЕНТ СИЛЫ

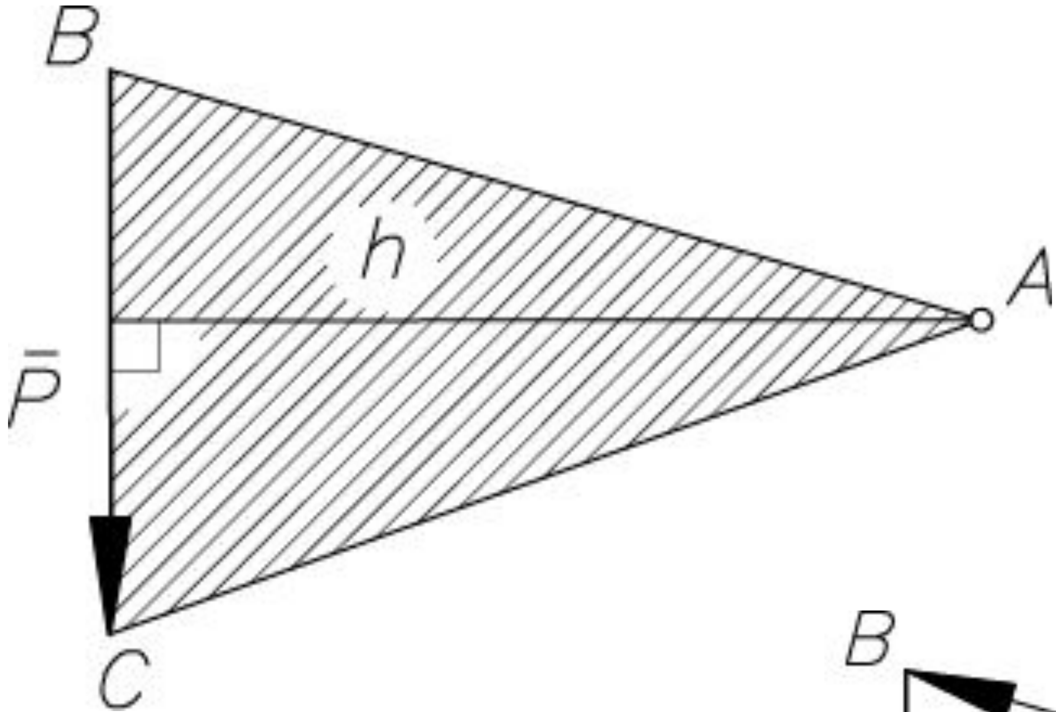
относительно центра О

называется вектор , равный векторному произведению радиуса вектора , соединяющего центр *О* с точкой приложения силы А, на саму силу $\bar{F}$:

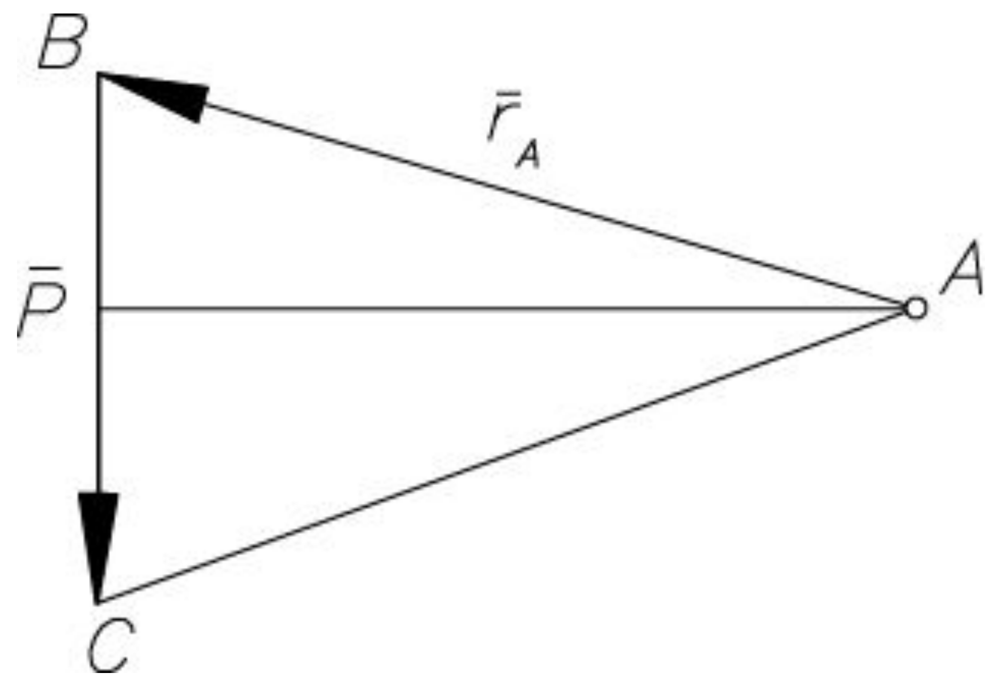
$$\bar{m}_O(\bar{F}) = \bar{r}_A \times \bar{F} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= (y_A F_z - z_A F_y)\bar{i} + (z_A F_x - x_A F_z)\bar{j} + (x_A F_y - y_A F_x)\bar{k} =$$

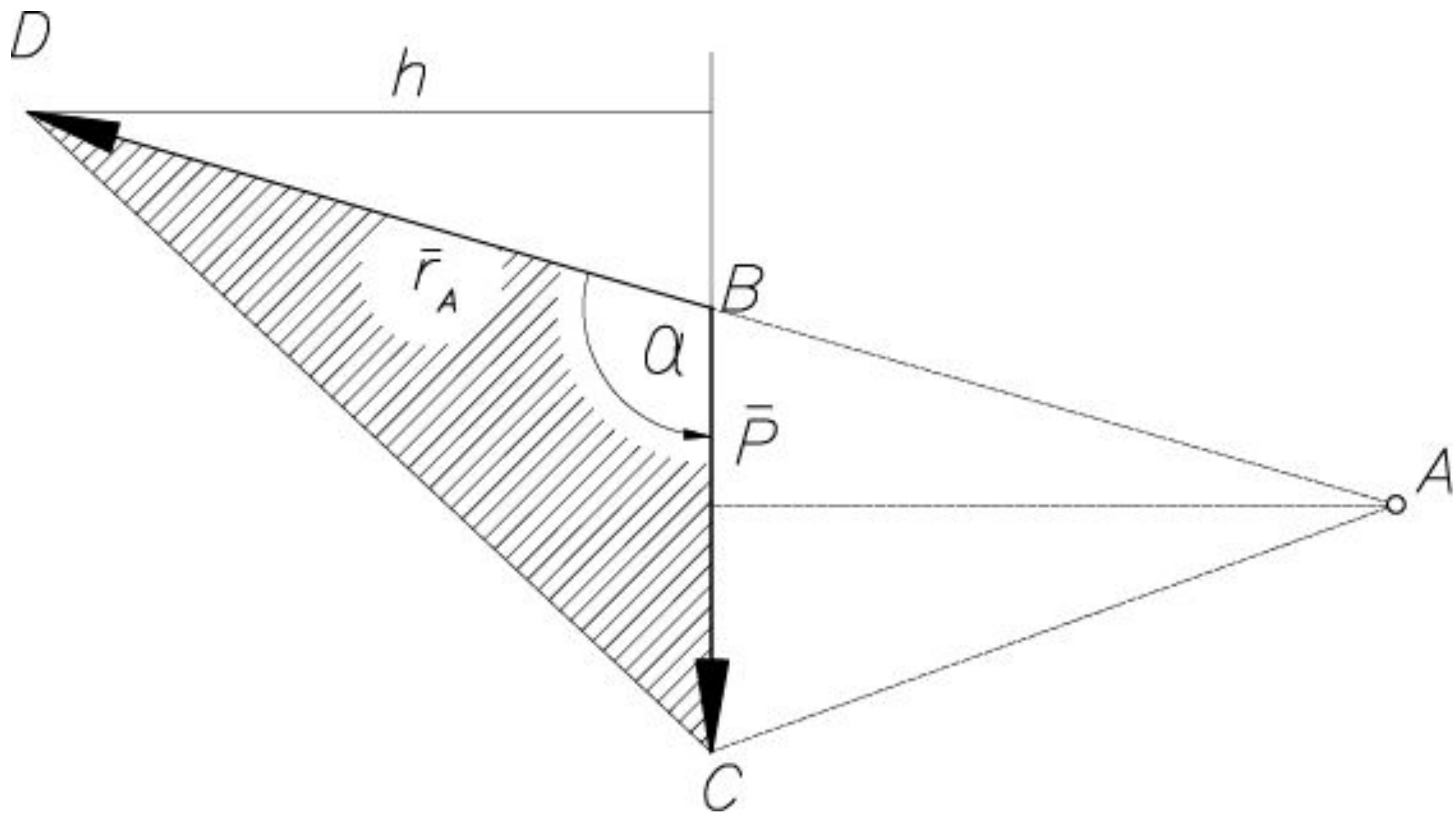
$$= M_x \bar{i} + M_y \bar{j} + M_z \bar{k}$$

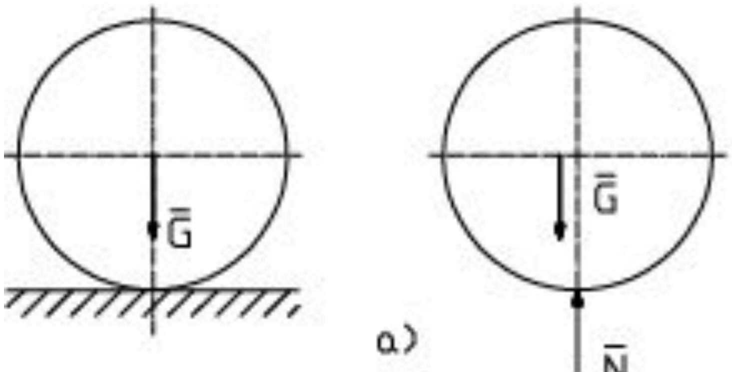


B
h
A
$\bar{P}$
C

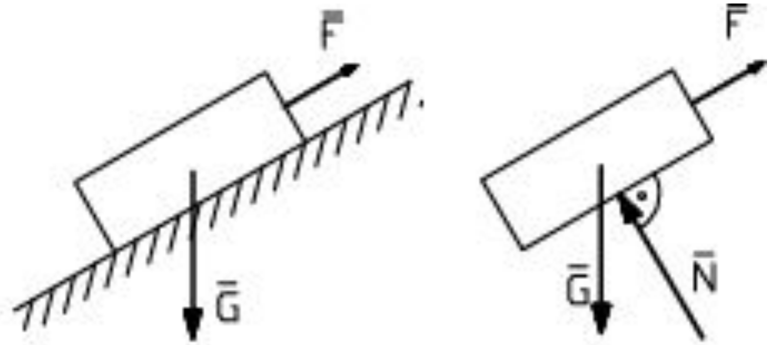


B
$\bar{r}_A$
A
$\bar{P}$
C

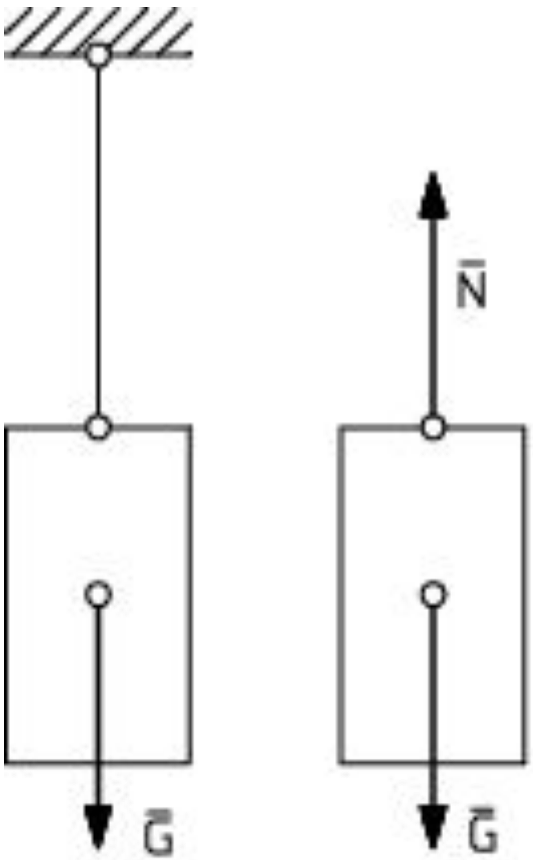

D
h
$\bar{r}_A$
B
α
$\bar{P}$
A
C



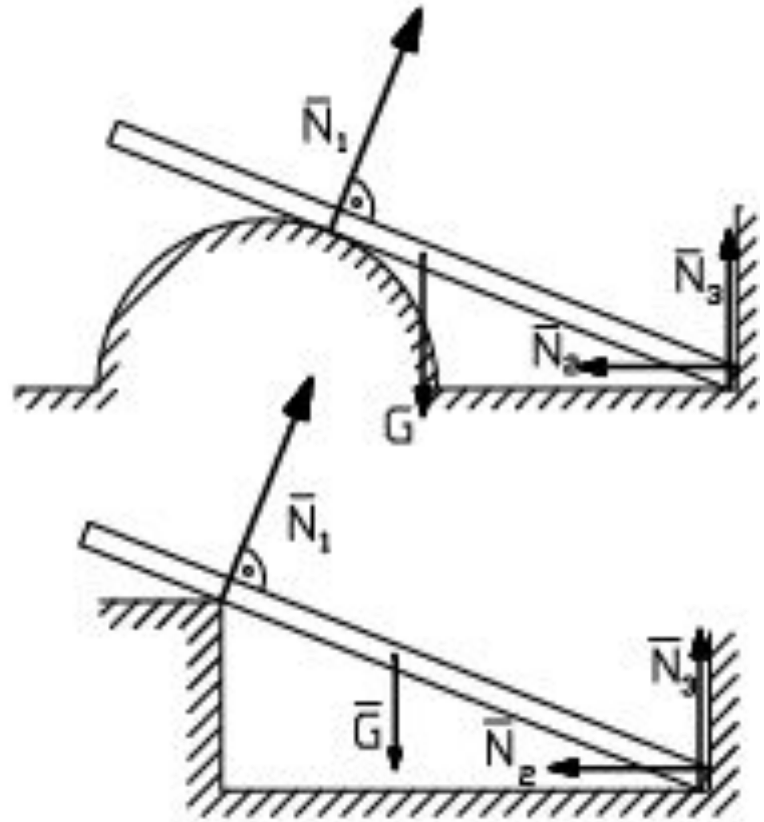
а)



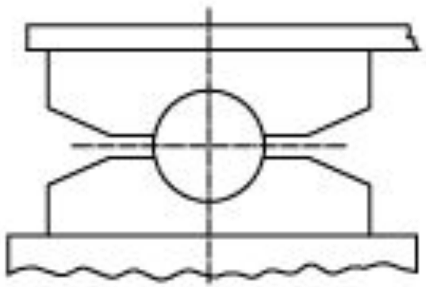
б)

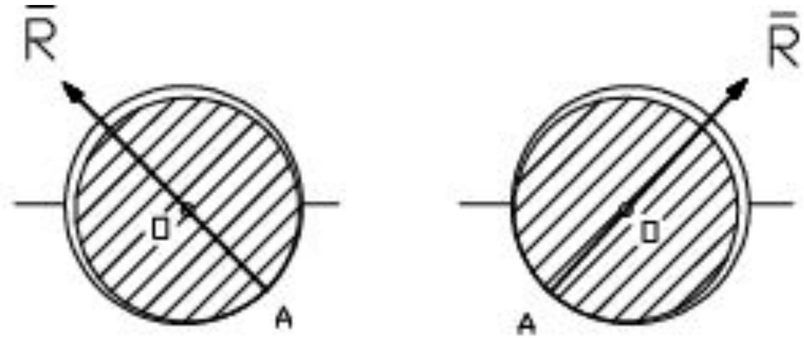


в)

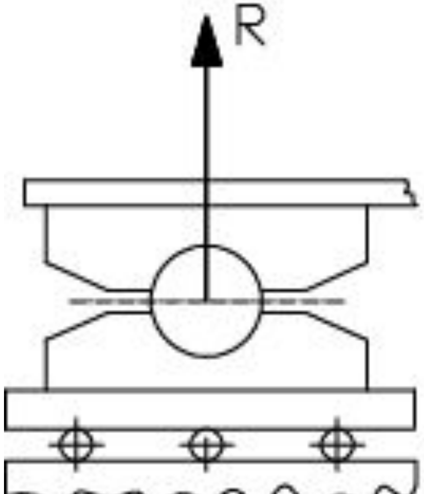


г)

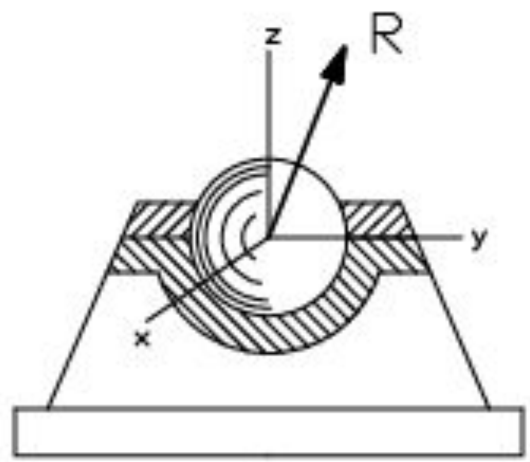




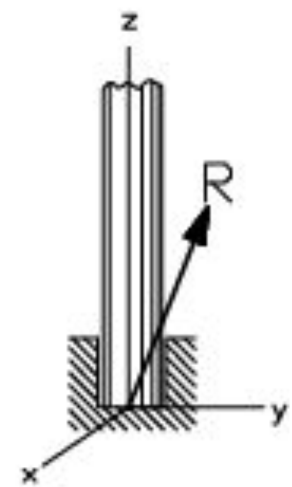
д)



е)



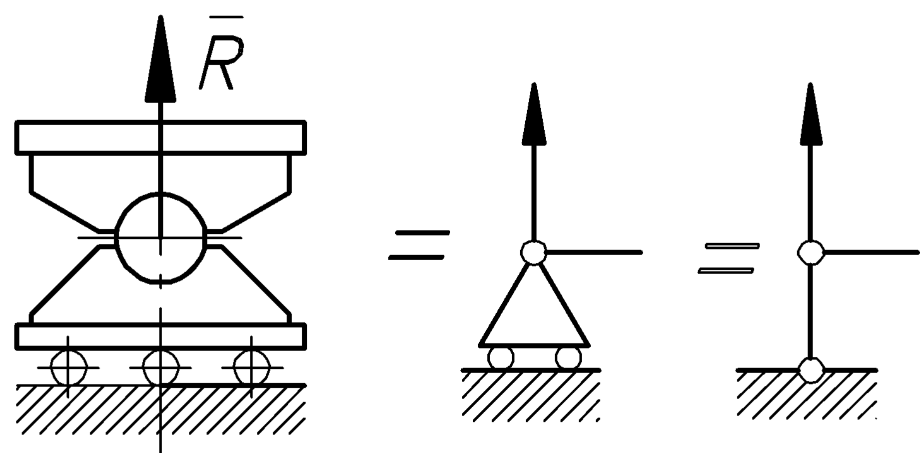
ж)



з)

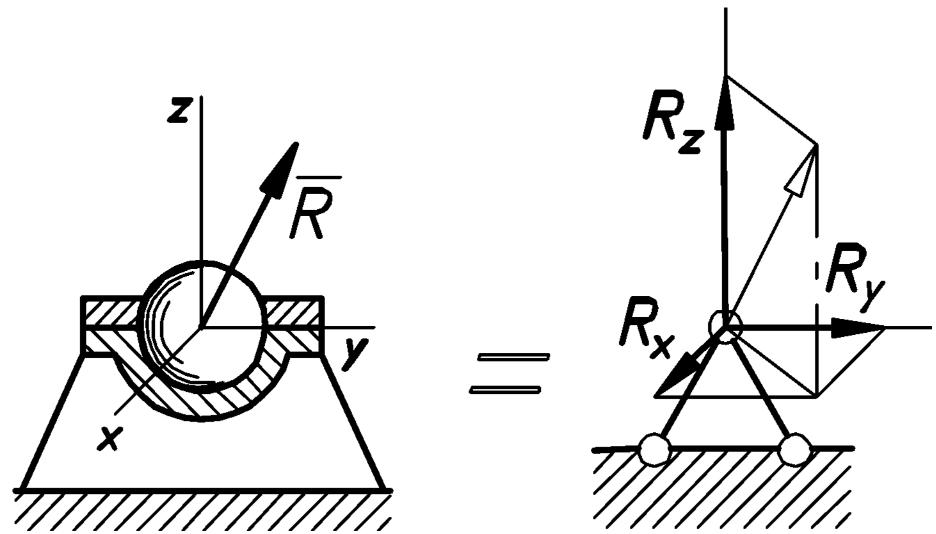
ОПОРА ШАРНИРНО–ПОДВИЖНАЯ

позволяет точке тела, которая связана с опорой, перемещаться без трения вдоль какой–либо поверхности. Реакция подвижной опоры направлена по нормали к поверхности, вдоль которой может перемещаться опора

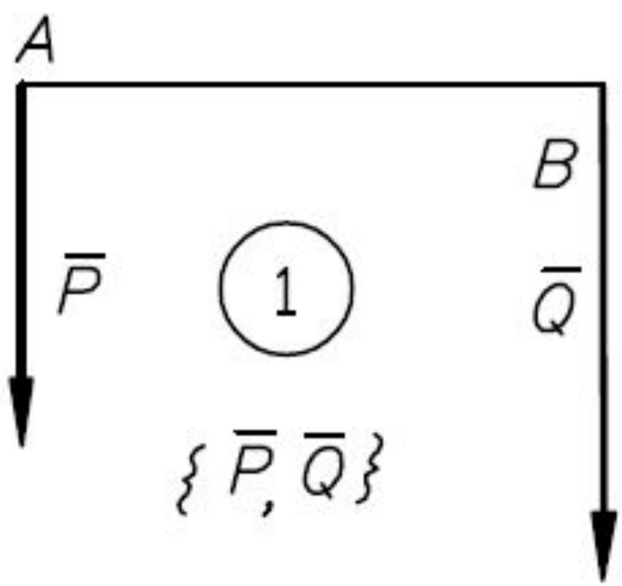


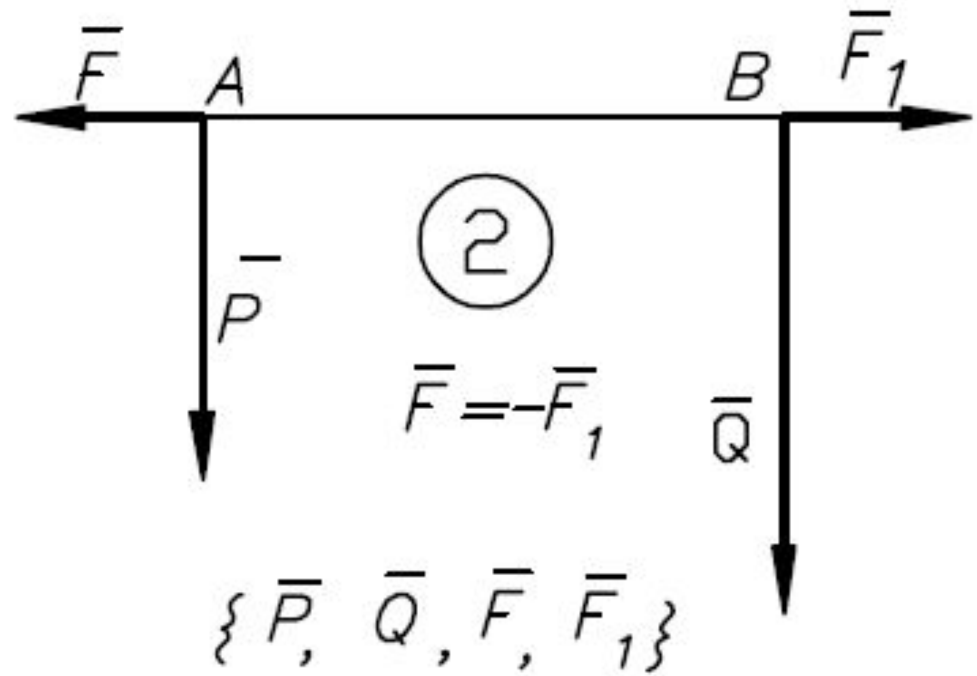
ОПОРА ШАРОВАЯ

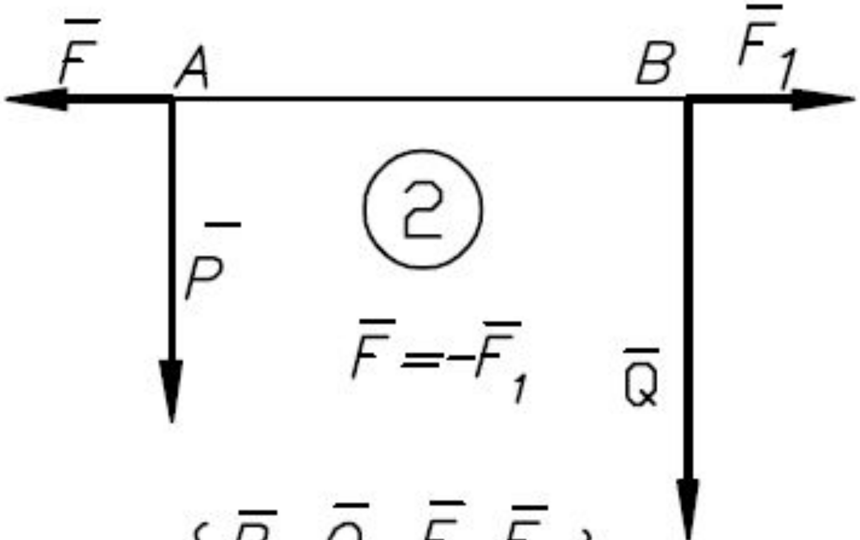
связь, не позволяющая одной из точек тела перемещаться ни в одном из направлений, но позволяющая телу поворачиваться в определенных пределах относительно любой из координатных осей, проходящих через эту точку



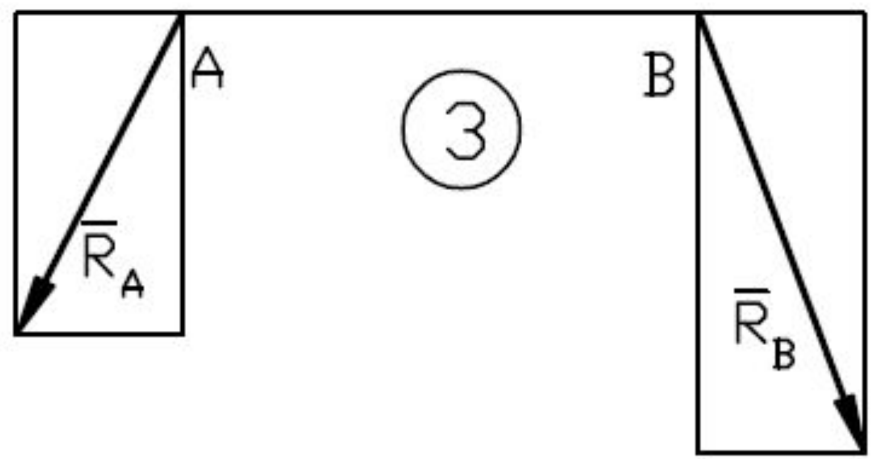
Равнодействующая параллельных сил, направленных в одну сторону


A
B
$\bar{P}$
1
$\bar{Q}$
$\{\bar{P}, \bar{Q}\}$

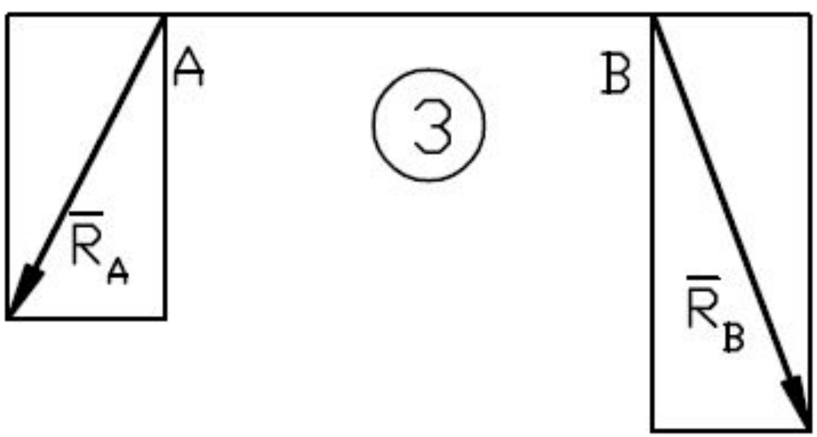

$\bar{F}$
A
B
$\bar{F}_1$
2
$\bar{P}$
$\bar{F} = -\bar{F}_1$
$\bar{Q}$
$\{\bar{P}, \bar{Q}, \bar{F}, \bar{F}_1\}$



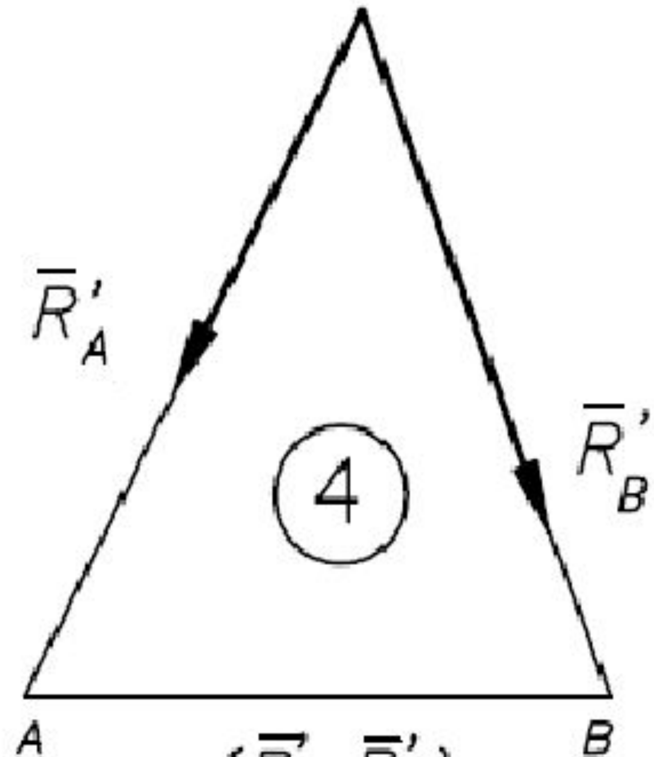
$$\{\bar{P}, \ \bar{Q}, \bar{F}, \ \bar{F}_1\}$$



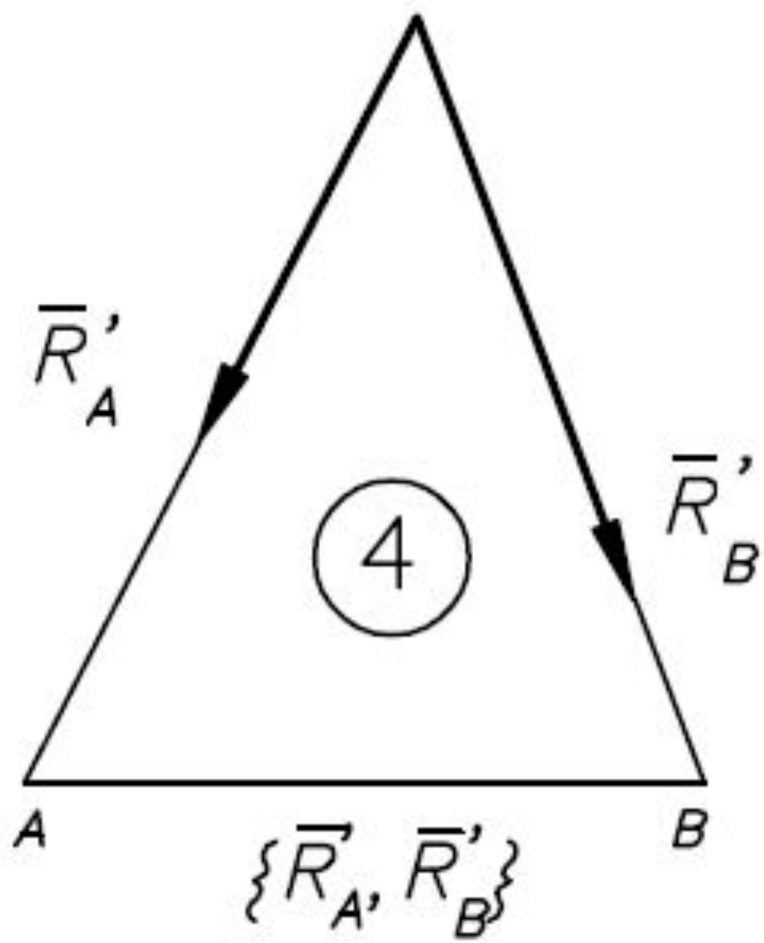
$$\{(\bar{P}, \bar{F}), (\bar{Q}, \bar{F}_1)\} \backsim \{\bar{R}_A, \bar{R}_B\}$$



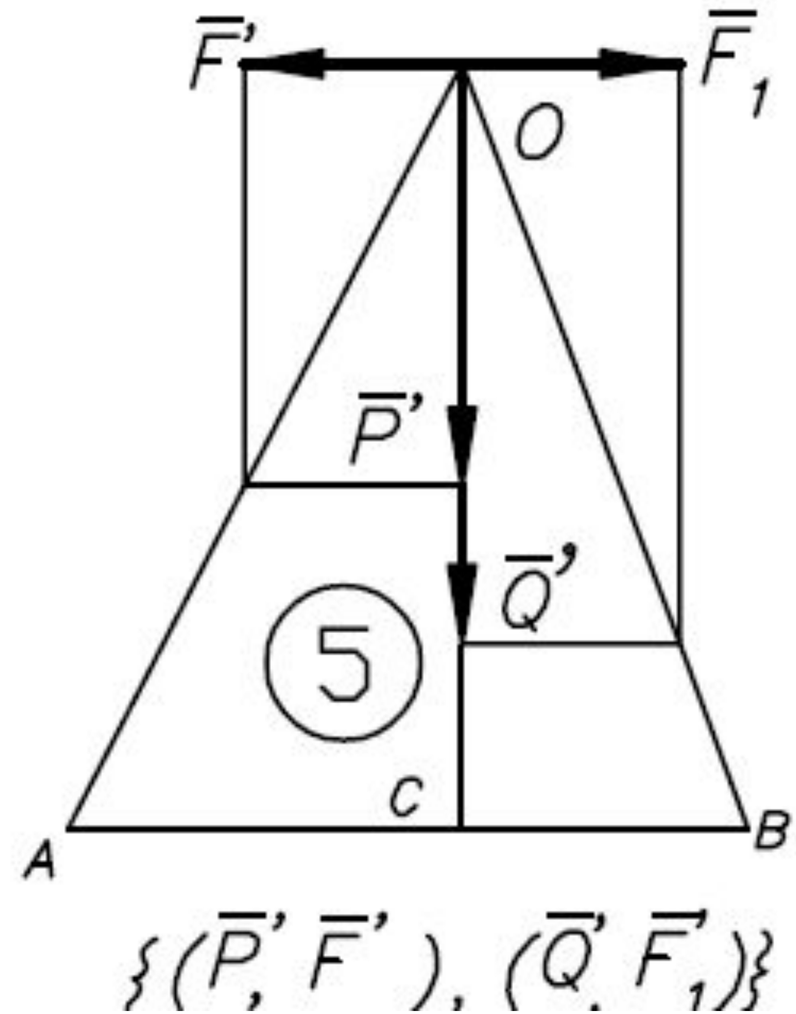
$$\{(\bar{P}, \bar{F}), (\bar{Q}, \bar{F}_1)\} \sim \{\bar{R}_A, \bar{R}_B\}$$



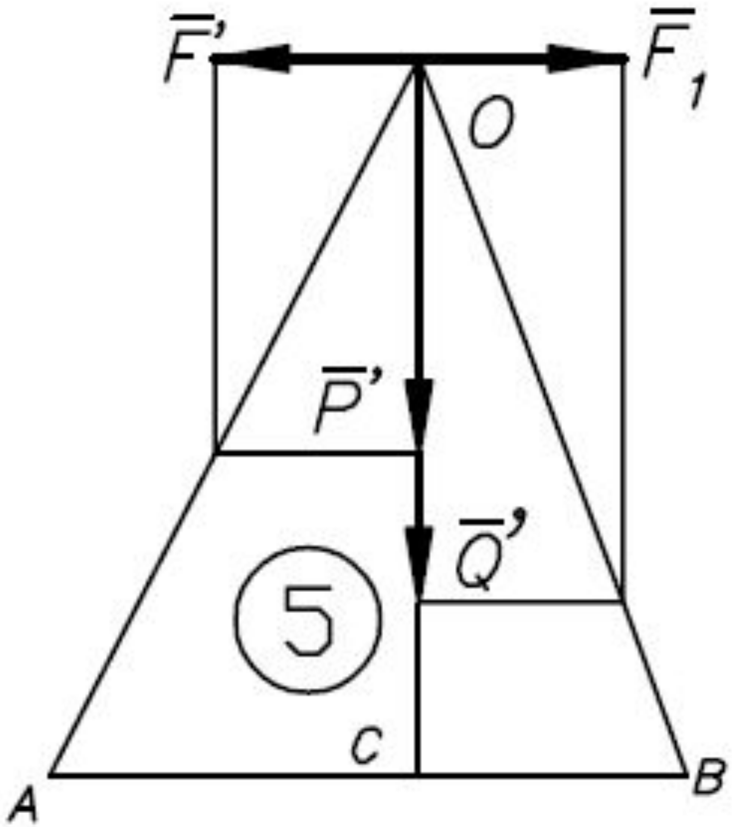
$$\{\bar{R}'_A, \bar{R}'_B\}$$



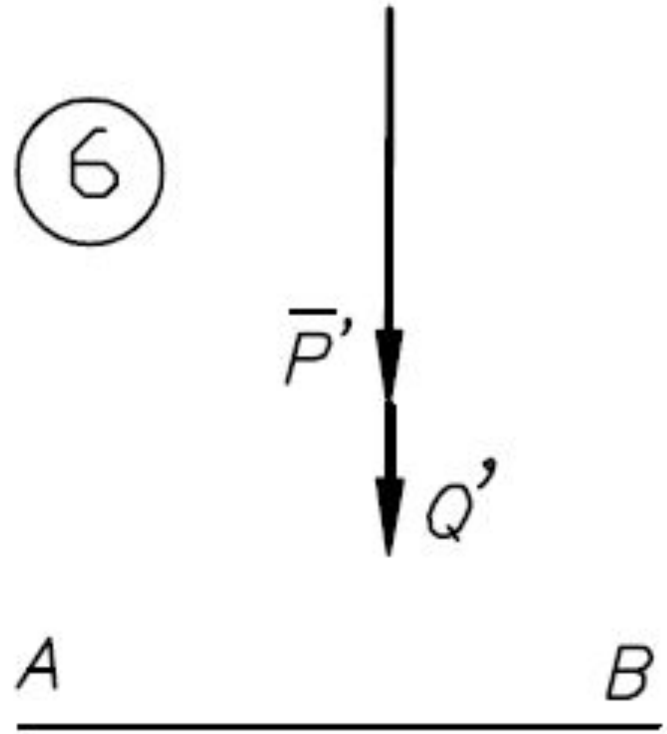
$\overline{R}'_A$
$\overline{R}'_B$
4
A
B
$\{\overline{R}_A, \overline{R}'_B\}$



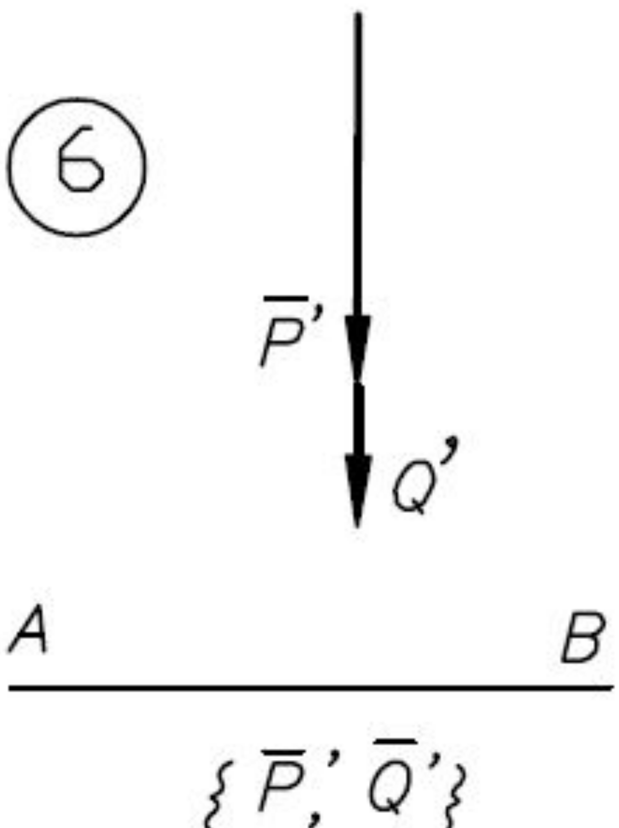
$\overline{F}'$
$\overline{F}_1$
O
$\overline{P}'$
$\overline{Q}'$
5
C
A
B
$\{(\overline{P}, \overline{F}'), (\overline{Q}, \overline{F}_1)\}$

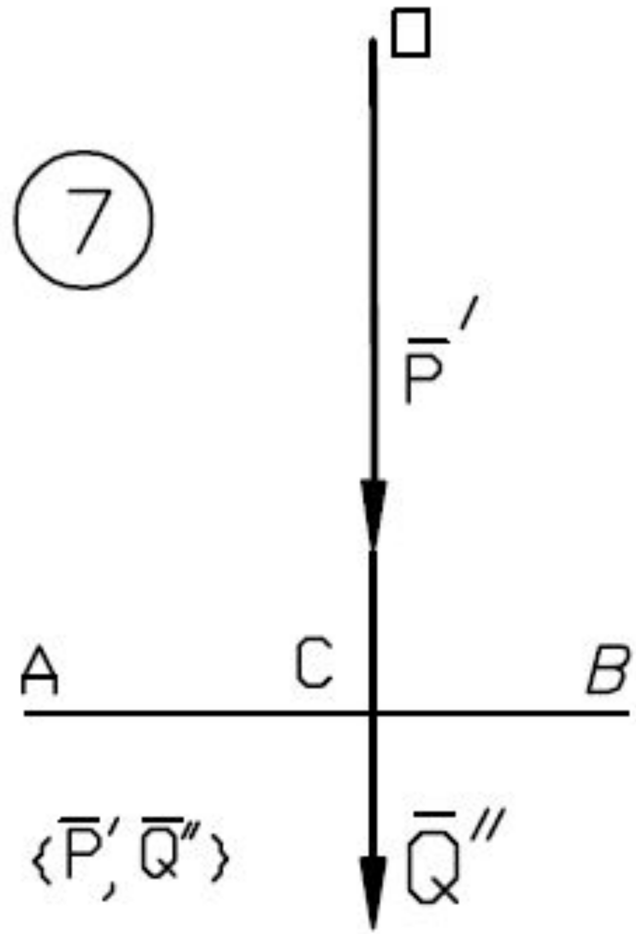


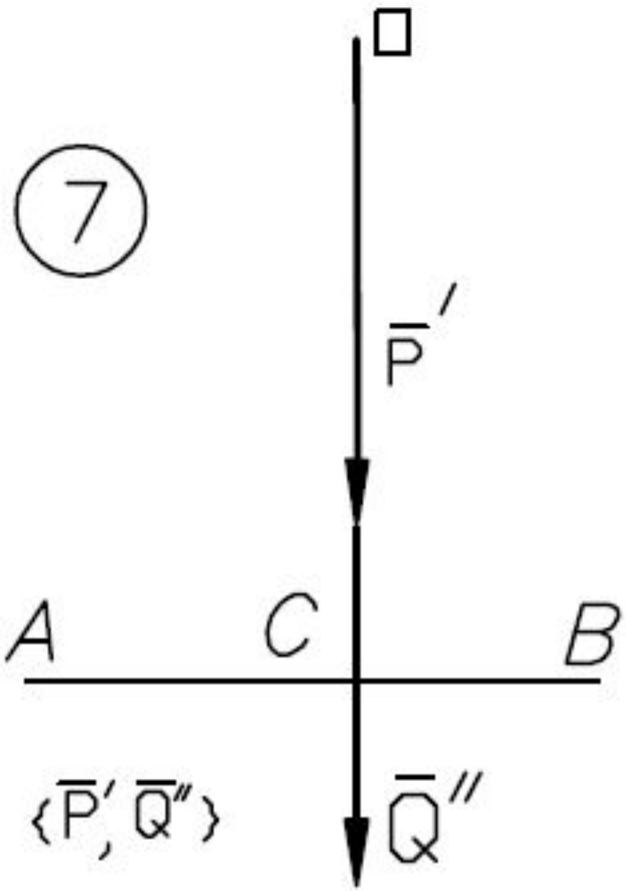
$\{(\bar{P}', \bar{F}'), (\bar{Q}', \bar{F}_1)\}$

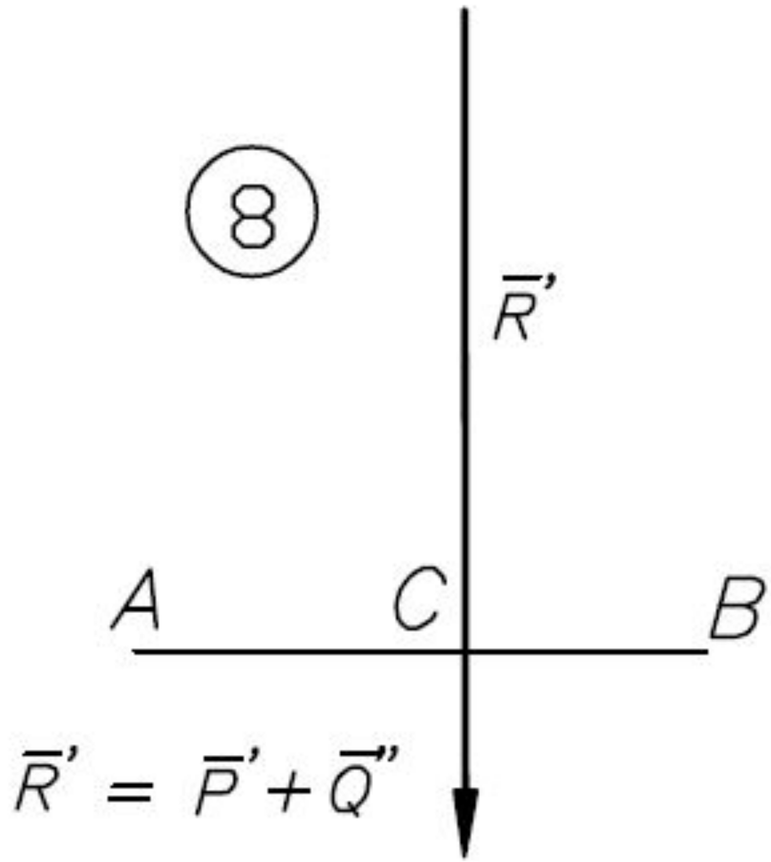


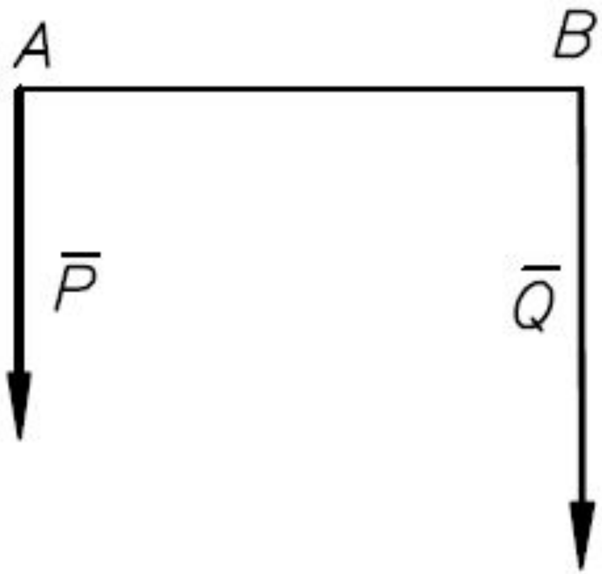
$\{\bar{P}', \bar{Q}'\}$

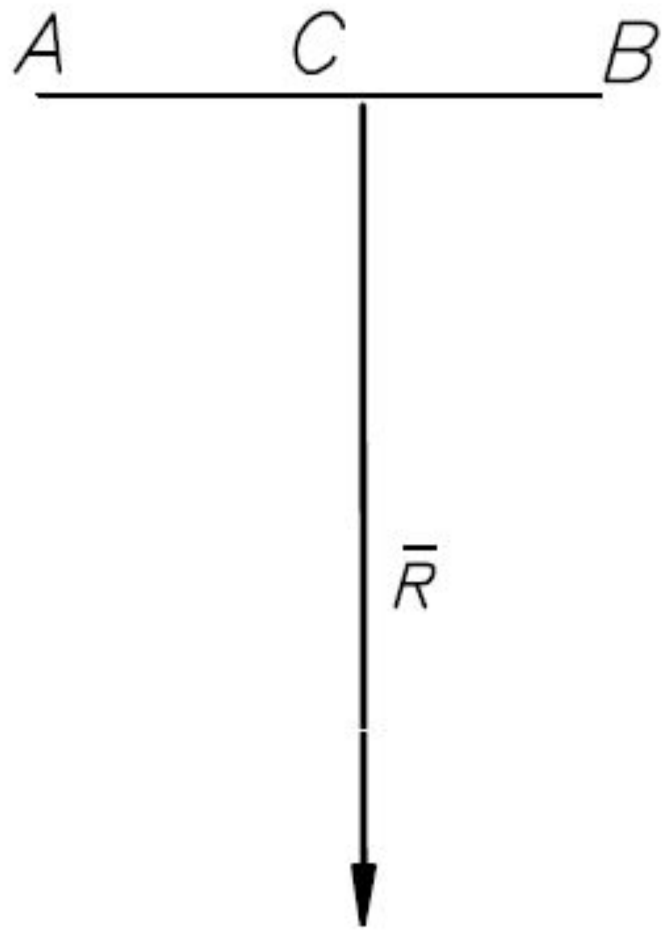

6
$\overline{P}'$
Q'
A
B
$\{\overline{P}', \overline{Q}'\}$

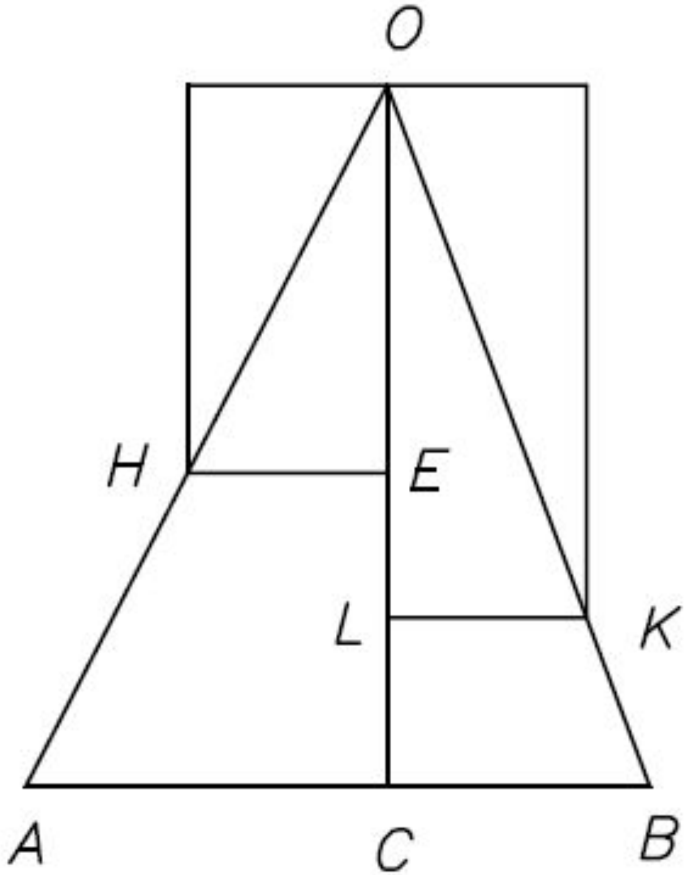

7
$\overline{P}'$
A
C
B
$\{\overline{P}', \overline{Q}''\}$
$\overline{Q}''$


7
P′
A
C
B
{P′, Q″}
Q″


8
R′
A
C
B
R′ = P′ + Q″


A
B
$\overline{P}$
$\overline{Q}$

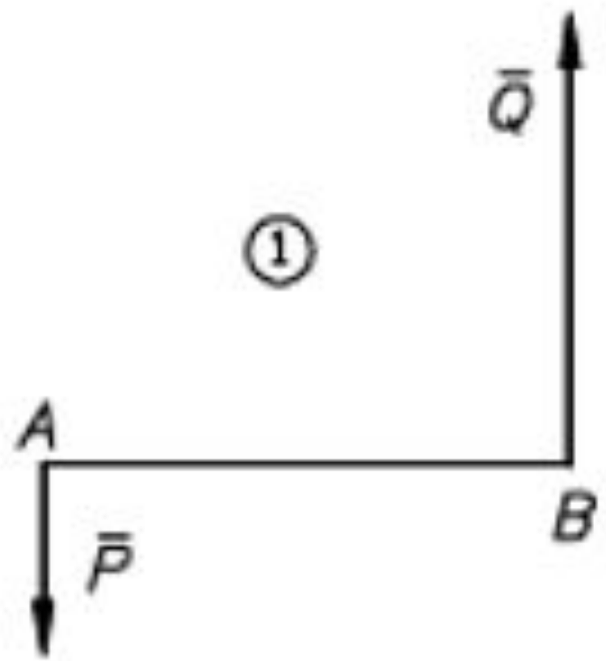

A
C
B
$\overline{R}$



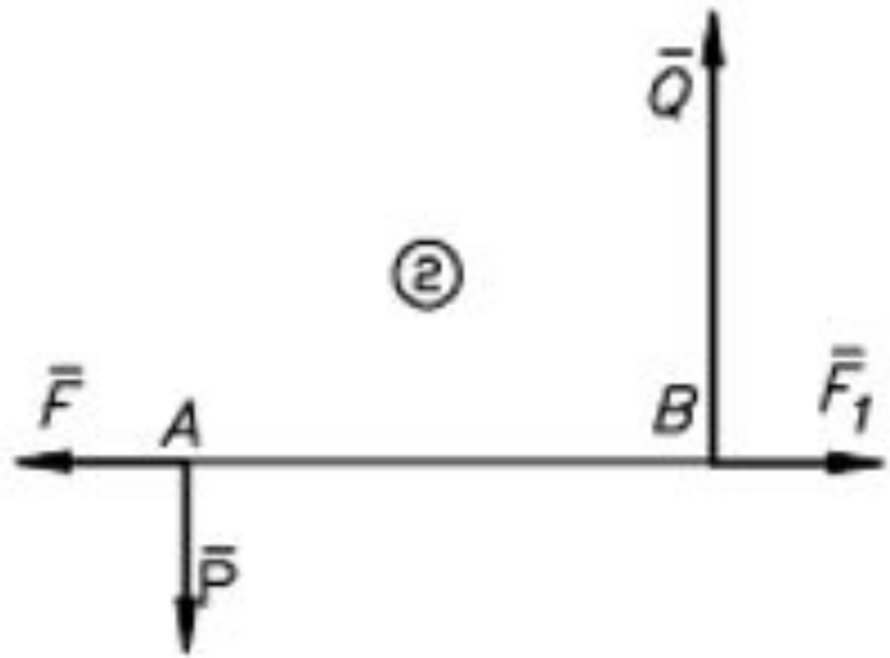
$$\frac{HE}{OE}=\frac{AC}{OC};\quad HE=OE\frac{AC}{OC};\quad \frac{LK}{OL}=\frac{CB}{OC};\quad LK=OL\frac{CB}{OC};$$

$$HE=LK;\quad OE\frac{AC}{OC}=OL\frac{CB}{OC};\quad \frac{AC}{CB}=\frac{OL}{OE};\quad \frac{AC}{CB}=\frac{Q}{P}$$

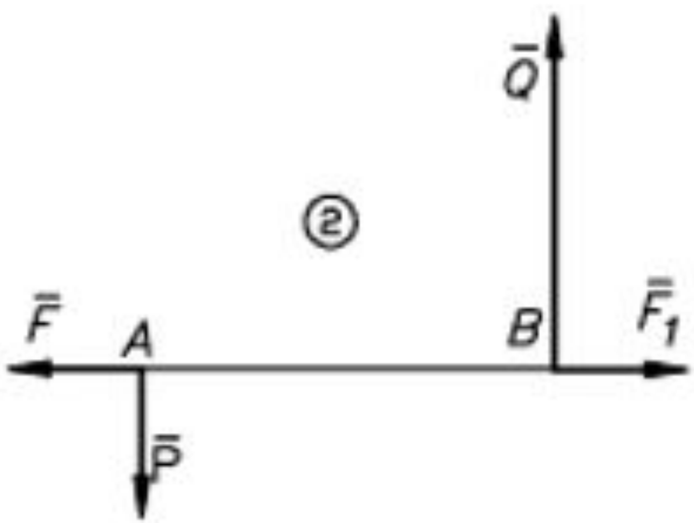
Равнодействующая параллельных сил, направленных в разные стороны, не равных по модулю



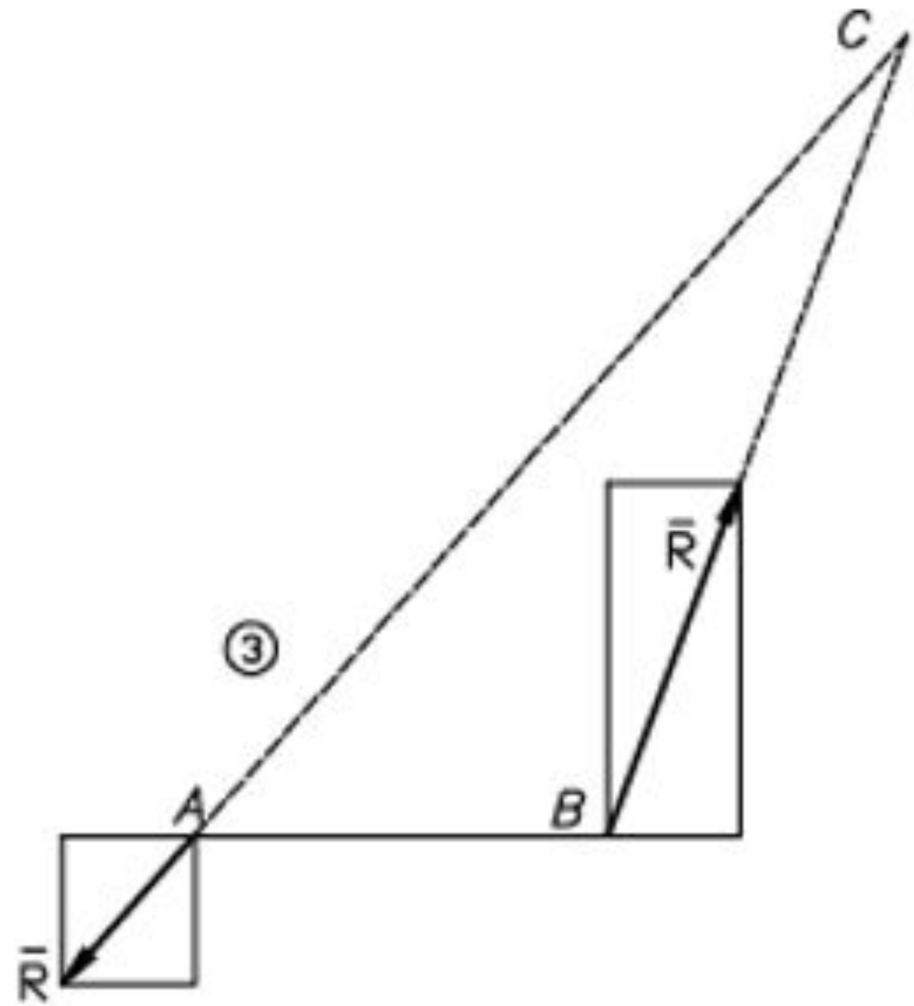
$\bar{Q}$
①
A
B
$\bar{P}$



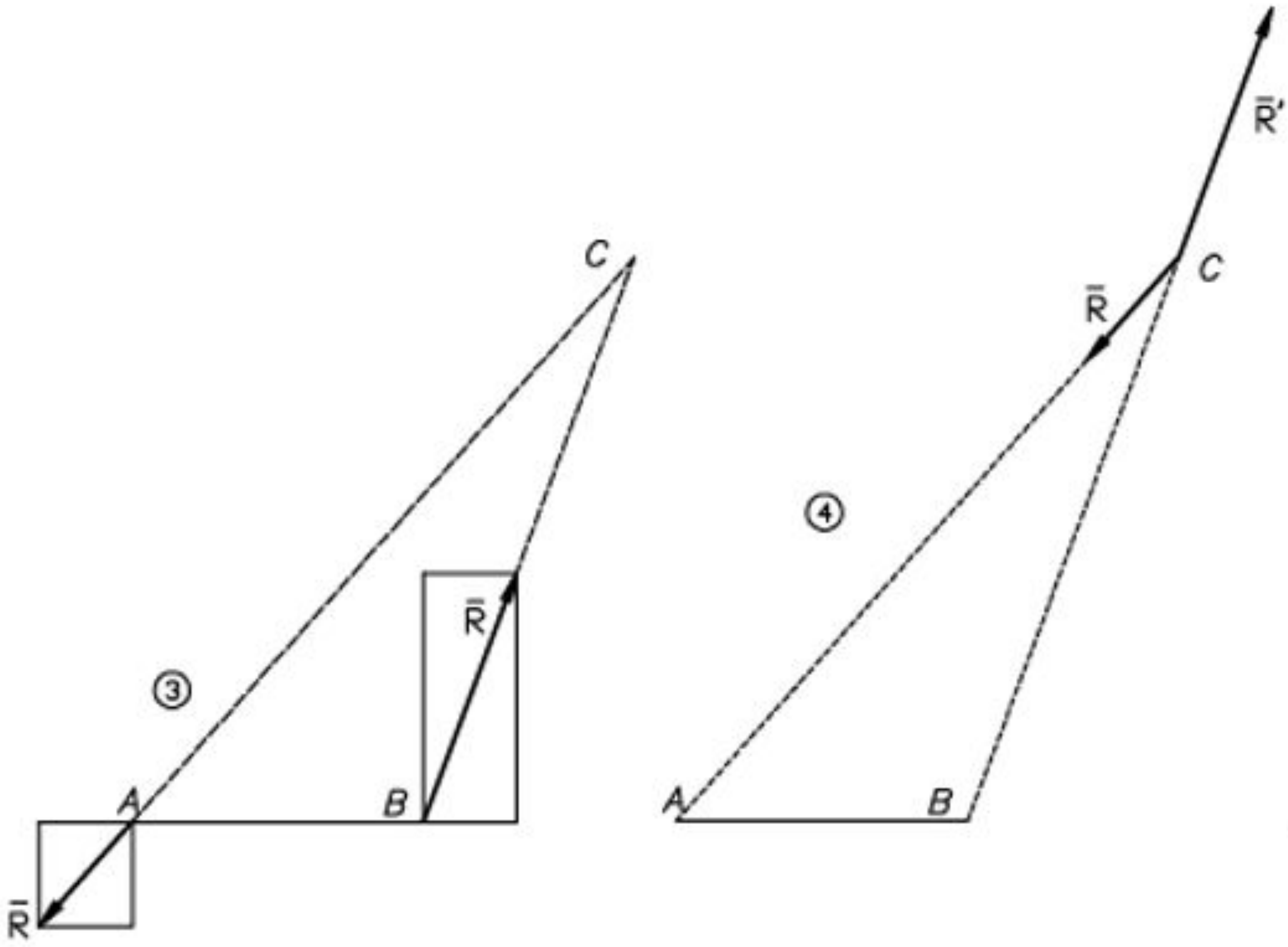
$\bar{Q}$
②
$\bar{F}$
A
B
$\bar{F}_1$
$\bar{P}$



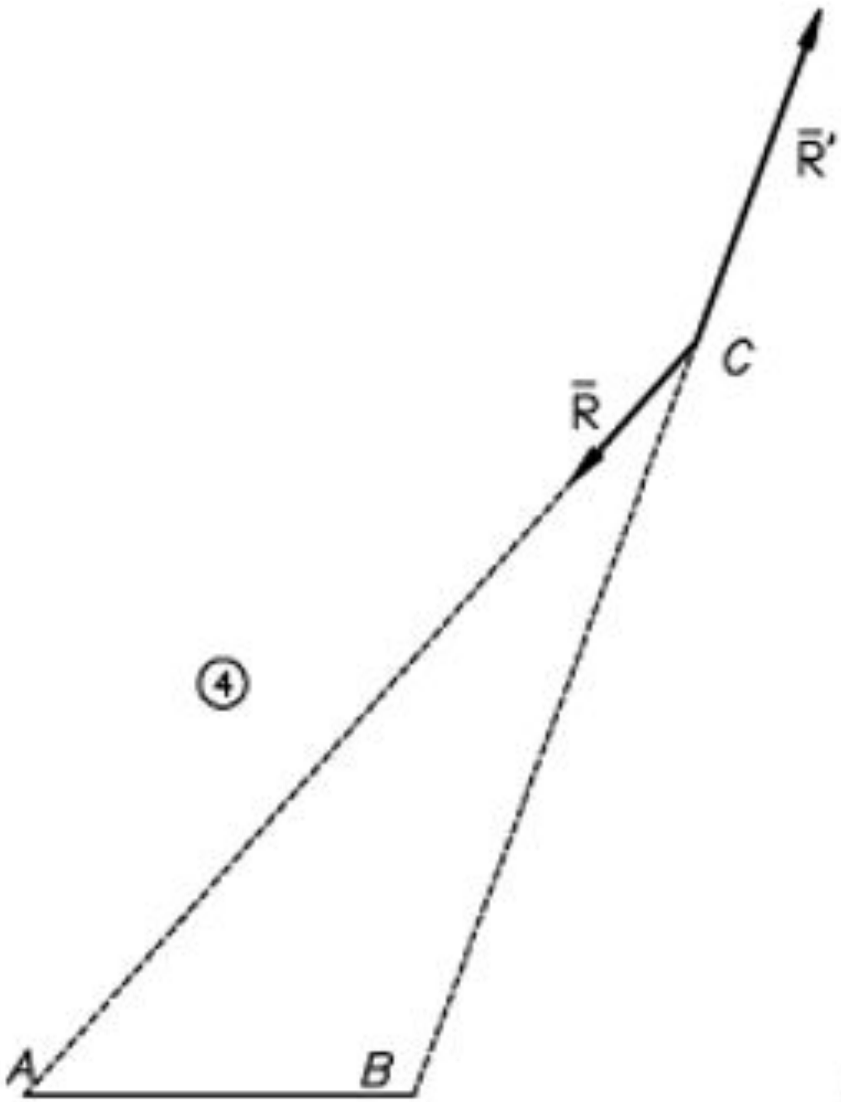
$\bar{Q}$
②
$\bar{F}$
A
B
$\bar{F}_1$
$\bar{P}$



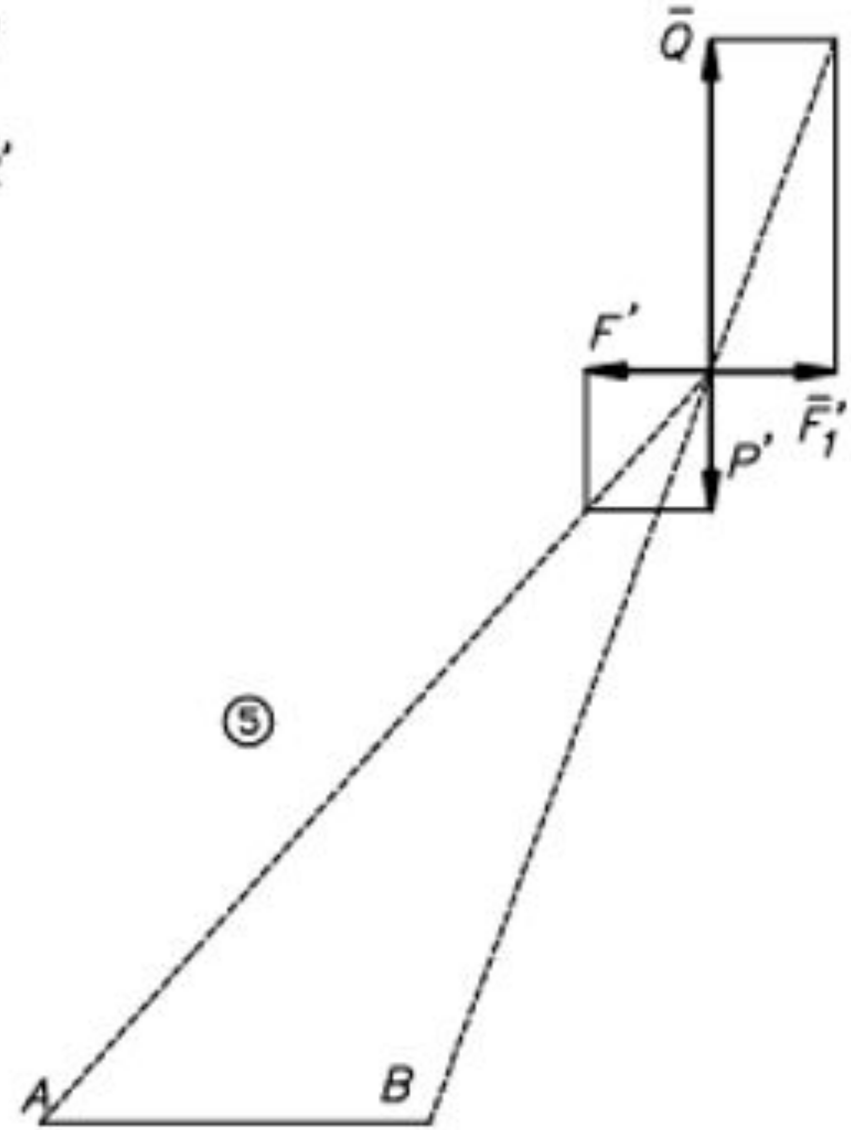
C
$\bar{R}$
③
A
B
$\bar{R}$



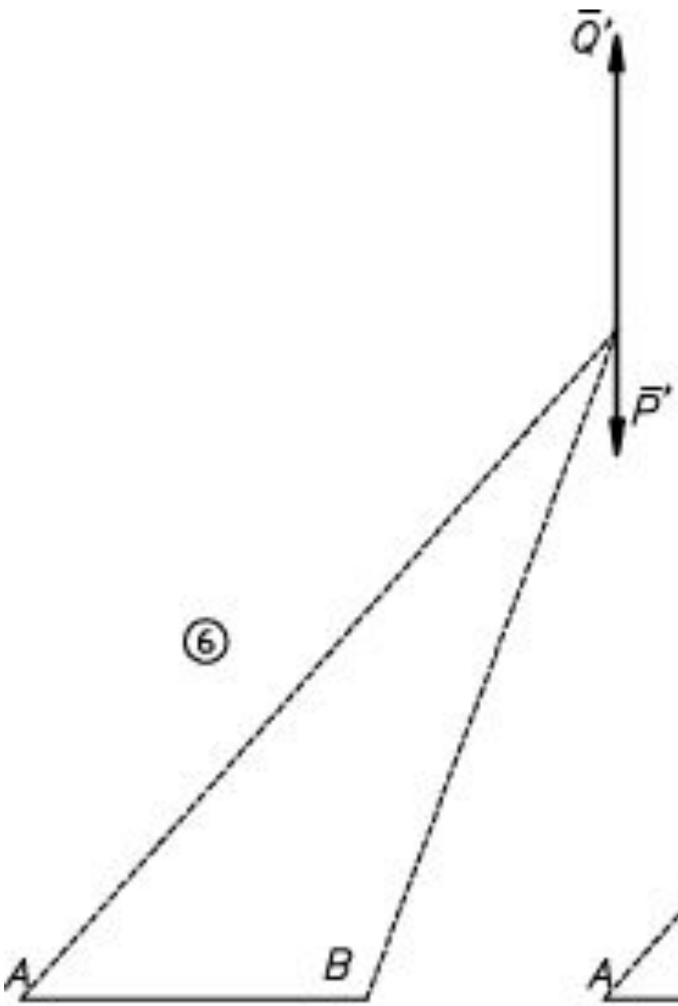
C
$\bar{R}$
③
A
B
$\bar{R}$
$\bar{R}'$
C
$\bar{R}$
④
A
B



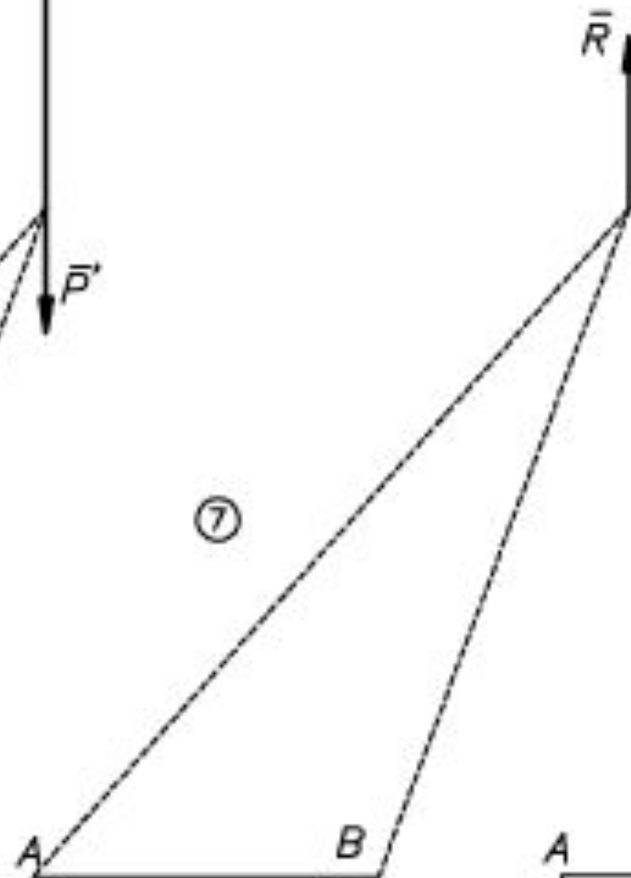
$\bar{R}'$
C
$\bar{R}$
4
A
B



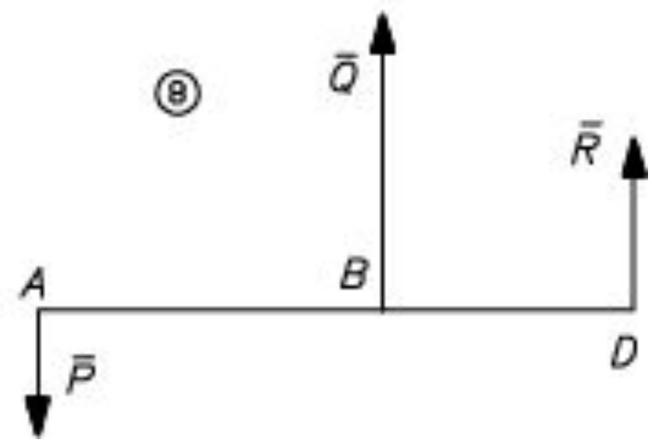
$\bar{Q}$
F'
$\bar{F}_1'$
P'
5
A
B



$\bar{Q}'$
$\bar{P}'$
6
A
B

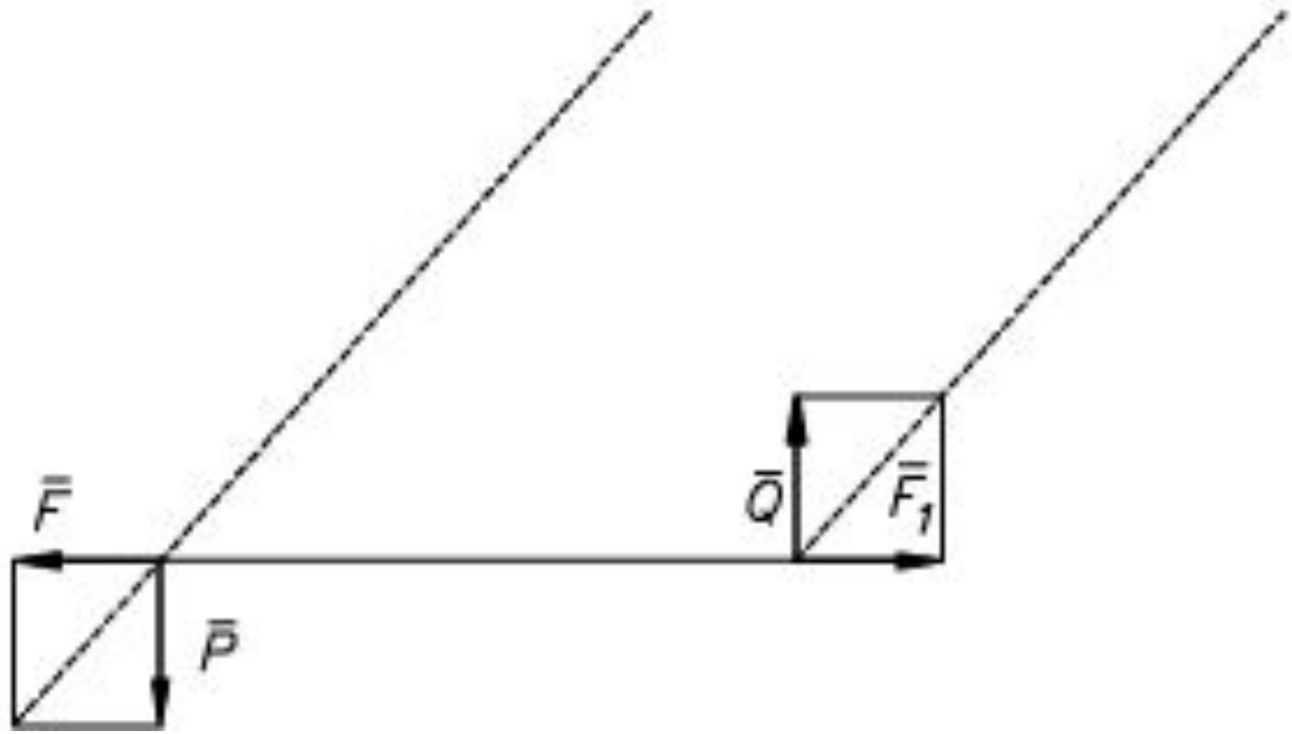


$\bar{R}$
7
A
B



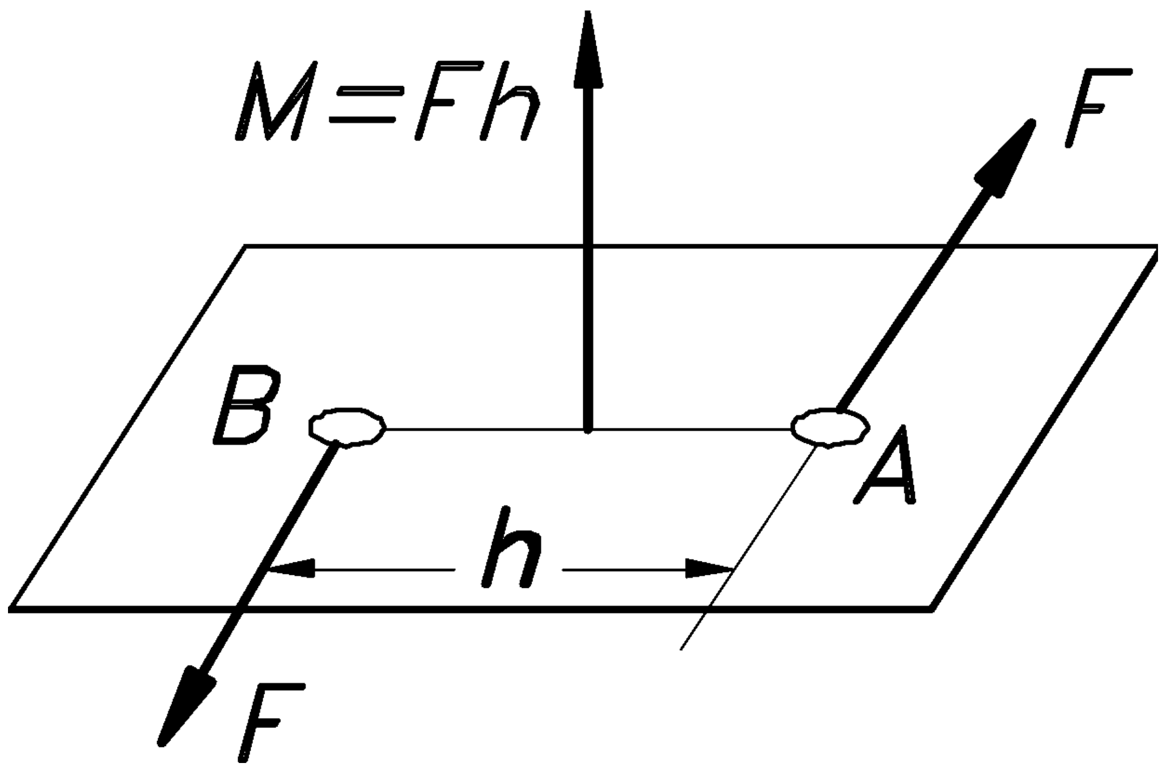
8
$\bar{Q}$
$\bar{R}$
A
B
D
$\bar{P}$

В случае $P = Q$ образуется пара сил



Момент пары - величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля одной

из сил пары на ее плечо



МОМЕНТ СИЛ ПАРЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОЛЬНОГО ЦЕНТРА :

геометрическая сумма моментов сил пары относительно любого центра, как лежащего в плоскости ее действия,

так и в пространстве, не зависит от выбора этого центра и равна моменту пары

Эквивалентность пар
на плоскости

Не изменяя оказываемого на тело действия,

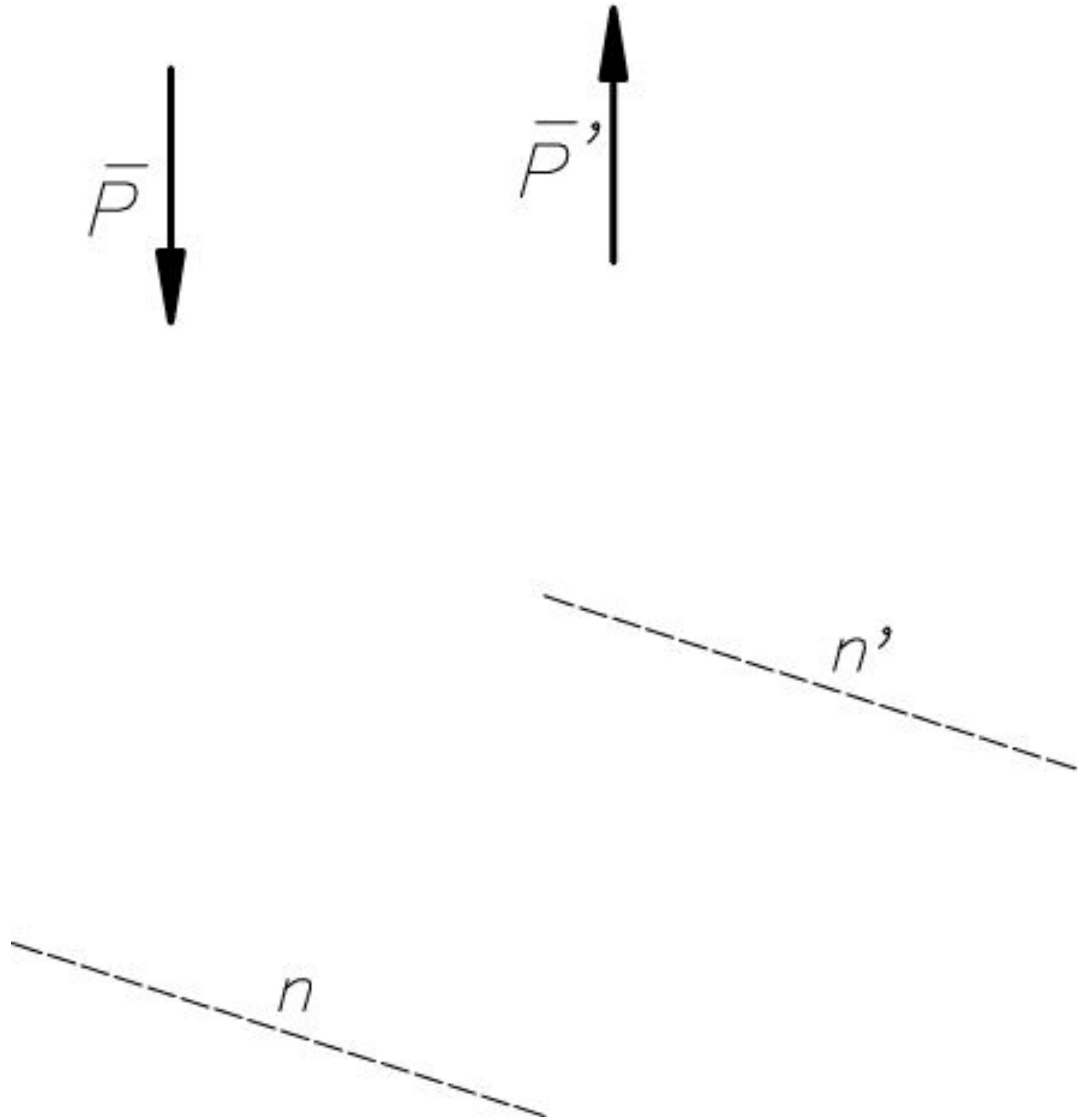
можно пару сил,

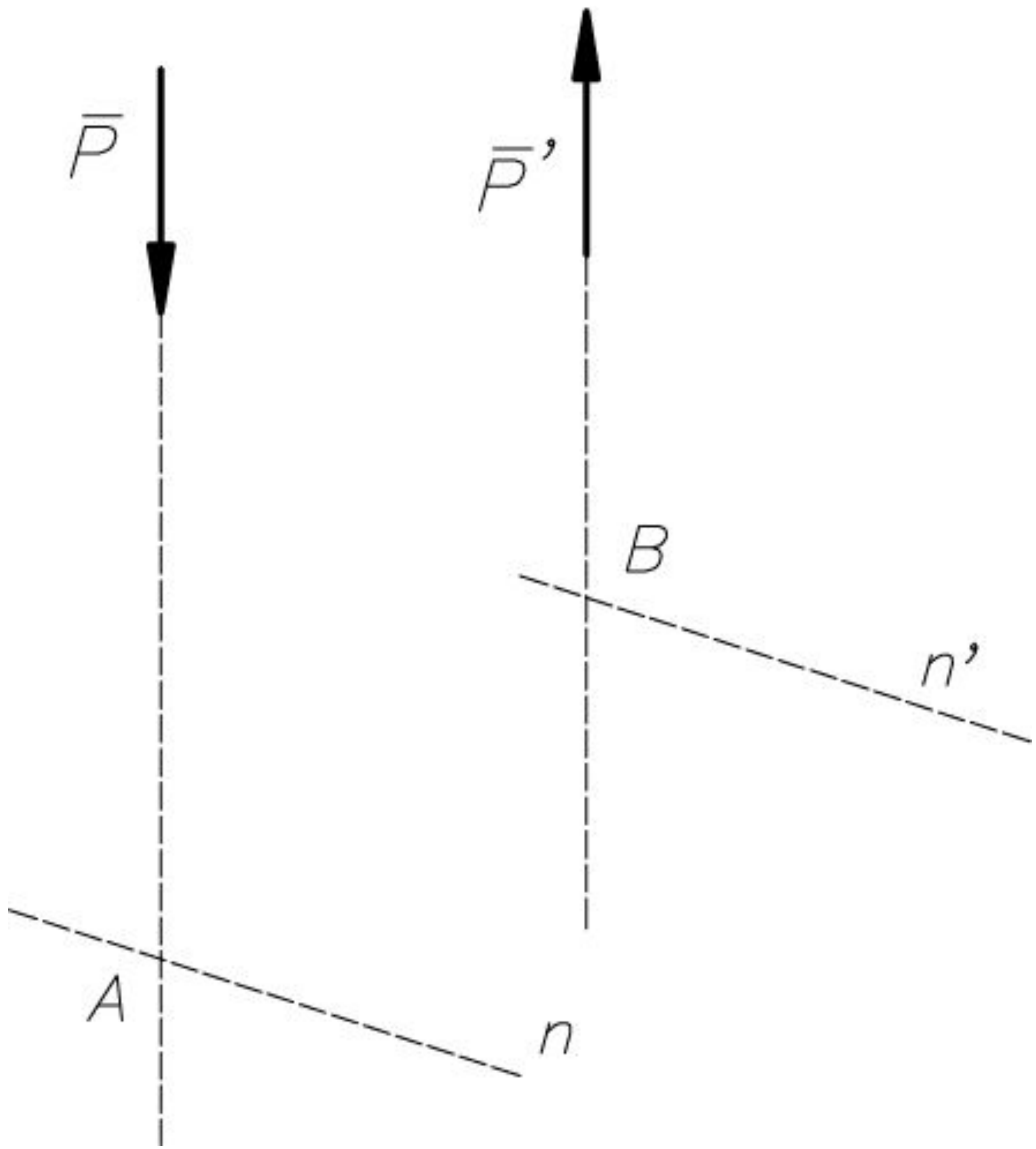
приложенную к абсолютно твердому телу, заменить

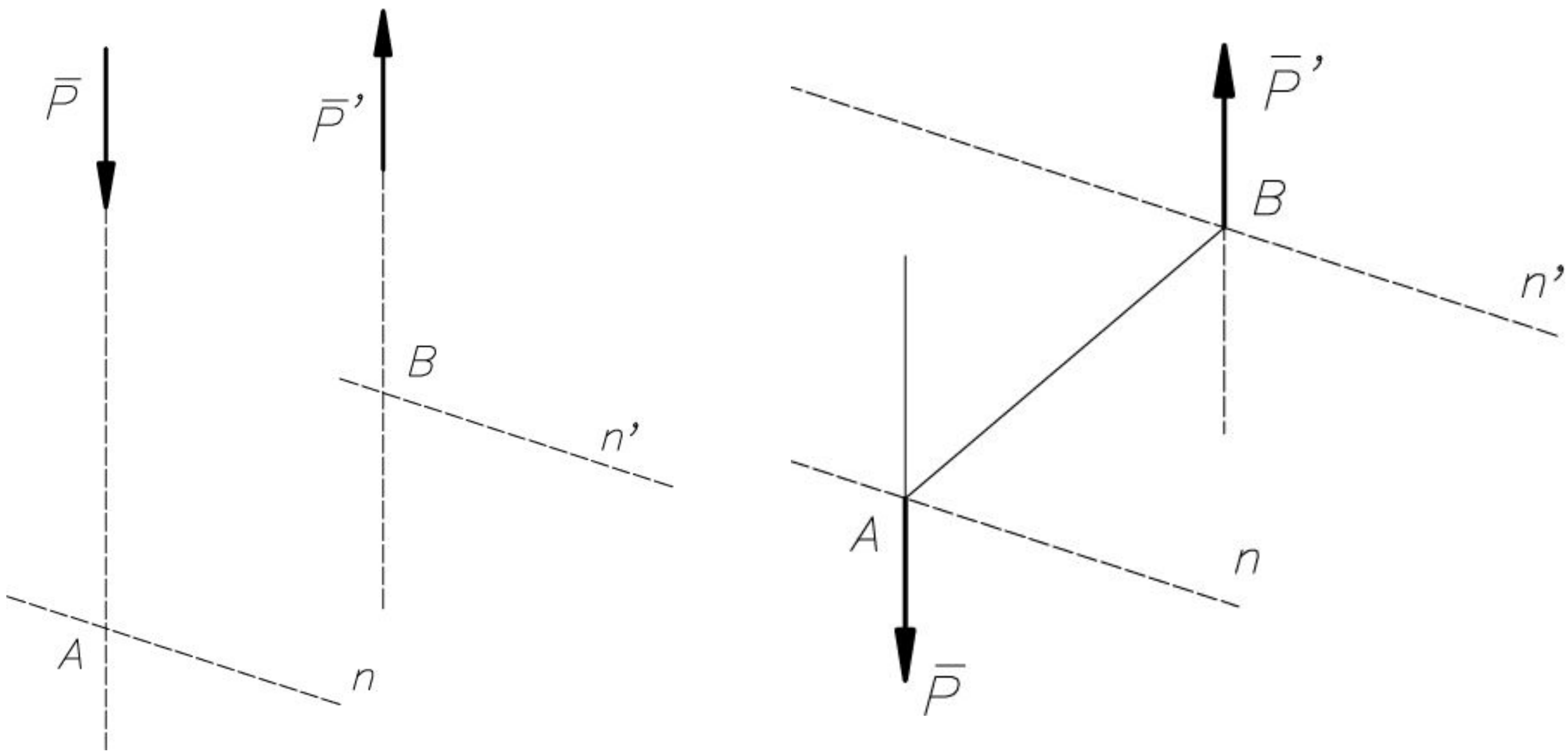
любой другой парой,

лежащей в ***той же плоскости***

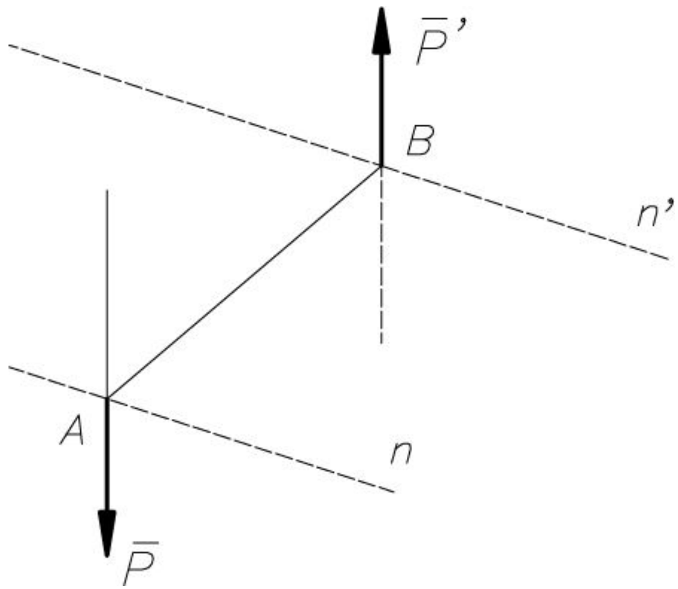
и имеющей ***тот же момент***

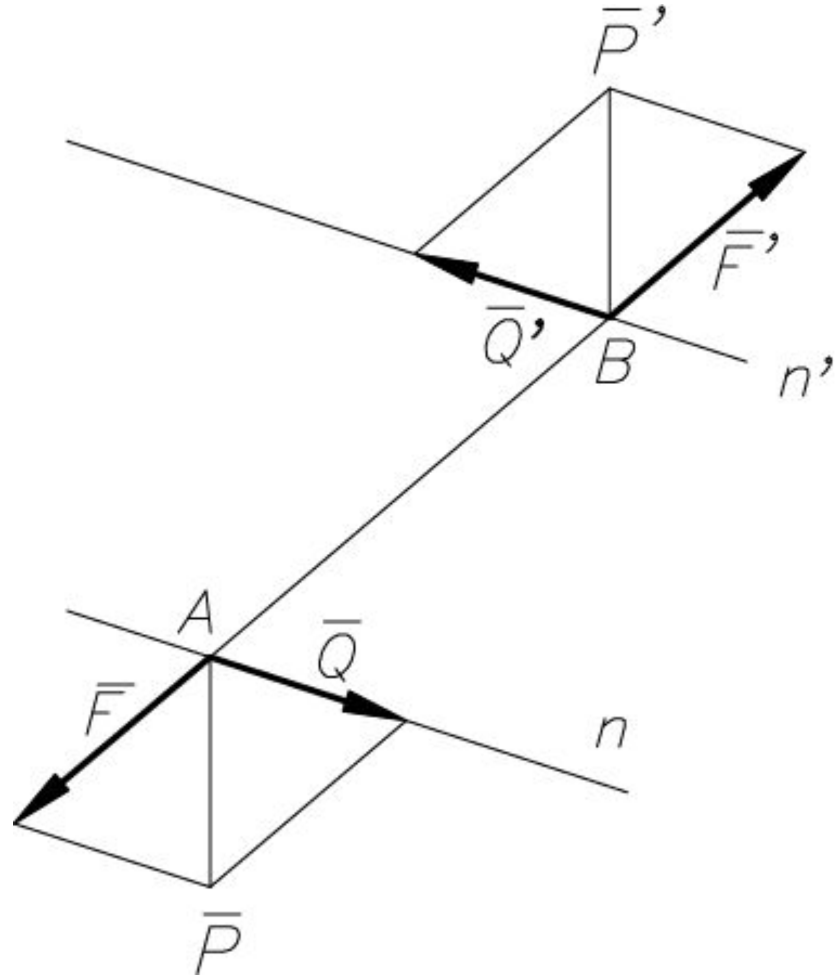

$\bar{P}$
$\bar{P}'$
n'
n

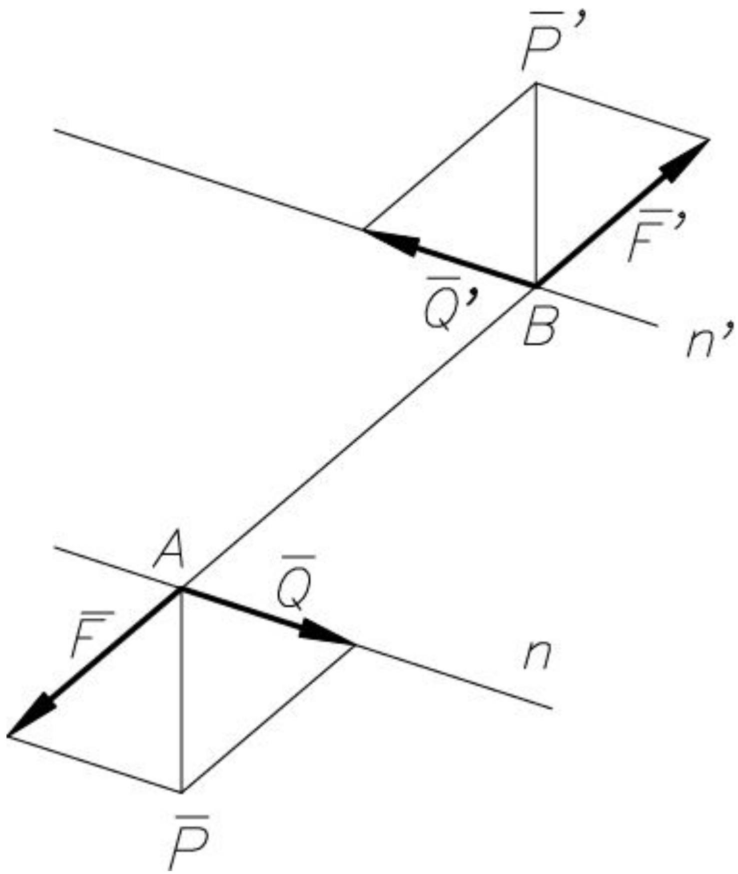

$\bar{P}$
$\bar{P}'$
B
n'
A
n



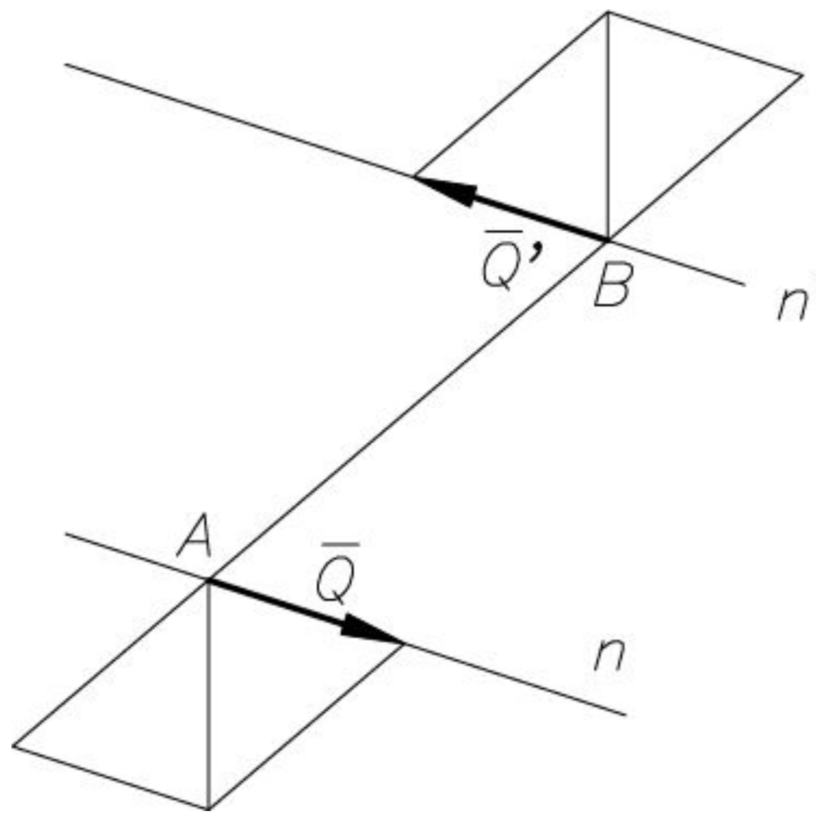
$\bar{P}$
$\bar{P}'$
B
n'
A
n
$\bar{P}'$
B
n'
A
n
$\bar{P}$


$\bar{P}'$
B
n'
A
n
$\bar{P}$

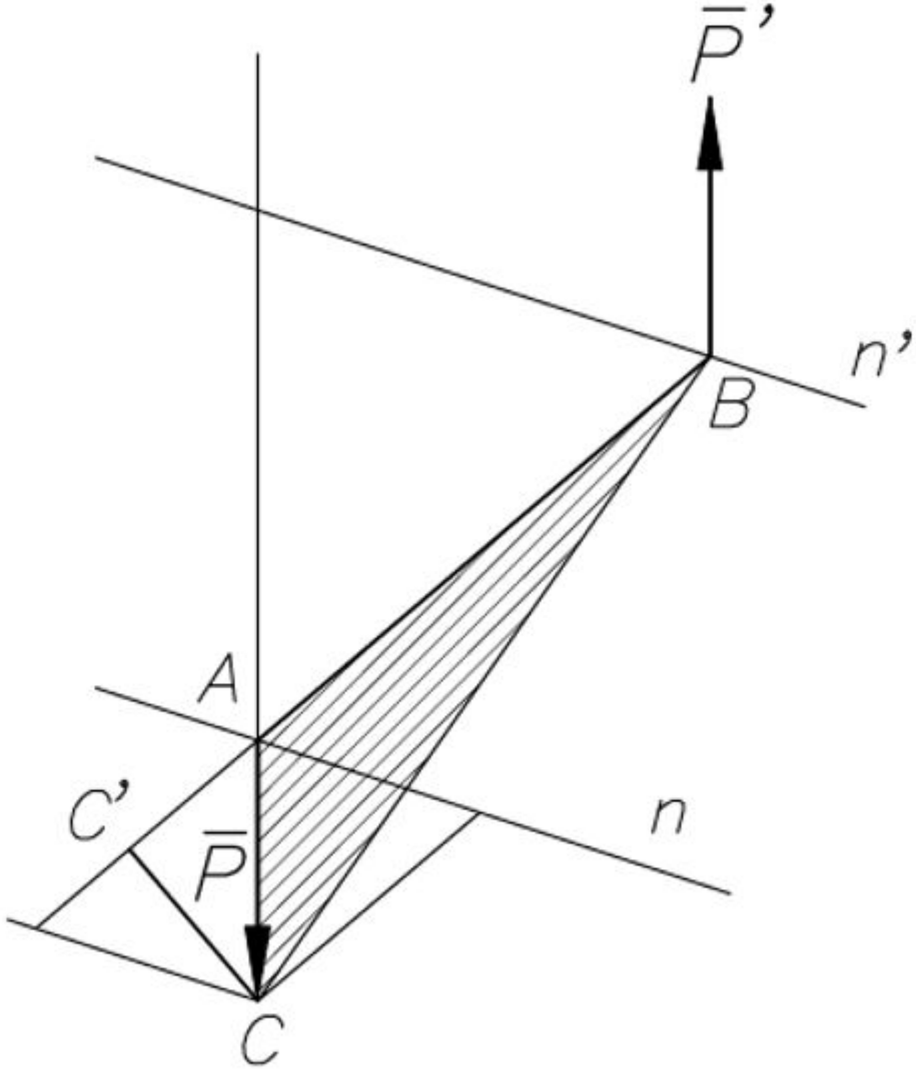

$\bar{P}'$
$\bar{F}'$
$\bar{Q}'$
B
n'
A
$\bar{Q}$
$\bar{F}$
n
$\bar{P}$



$\bar{P}'$
$\bar{F}'$
$\bar{Q}'$
B
n'
A
$\bar{Q}$
$\bar{F}$
n
$\bar{P}$

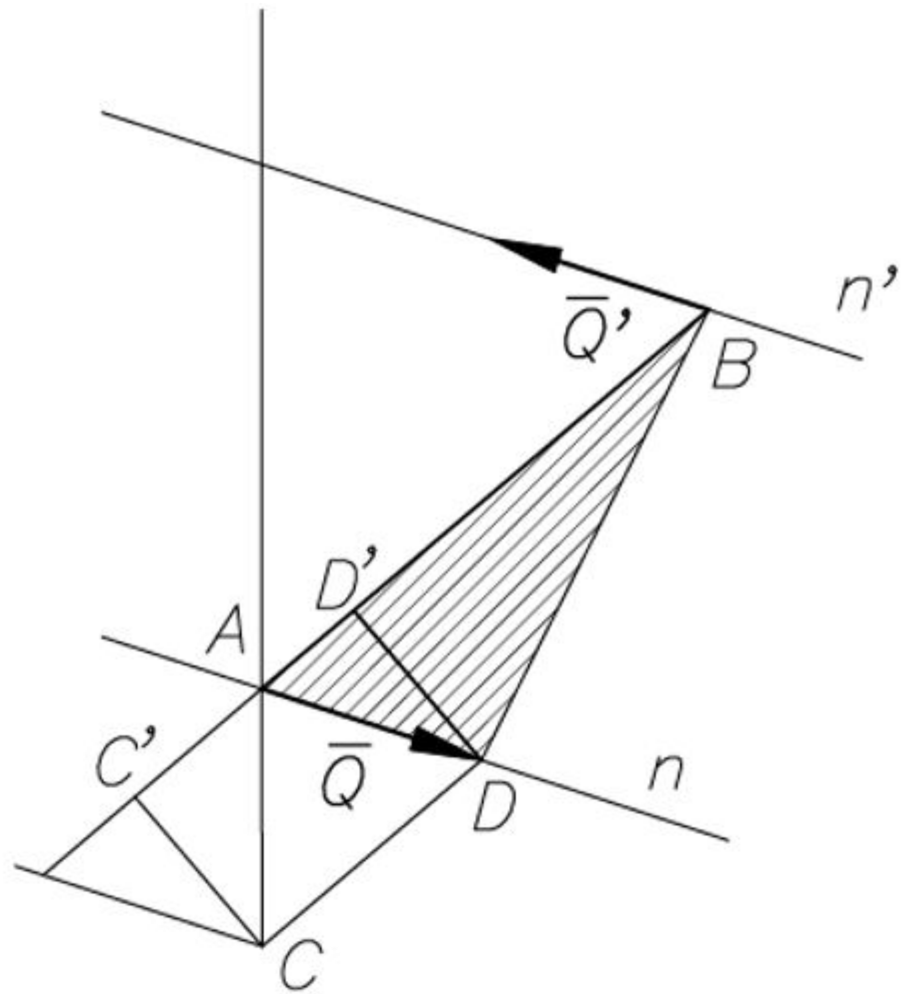


$\bar{Q}'$
B
n'
A
$\bar{Q}$
n



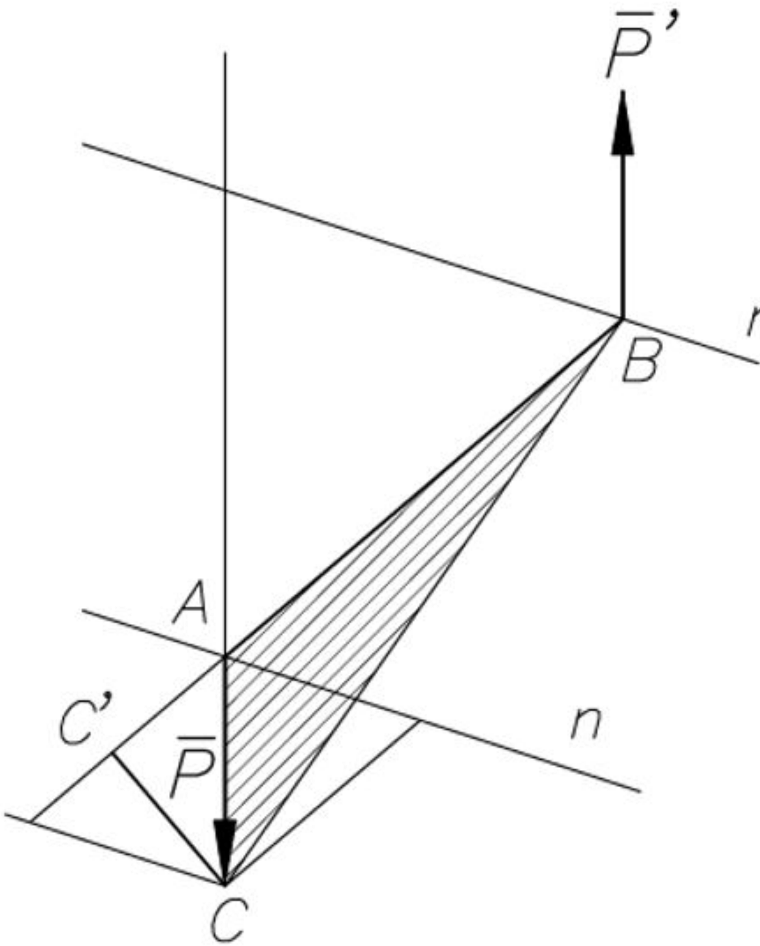
$$m_B(\overline{P}\,\overline{P}') = 2\ \text{пл.}\triangle\ ABC =$$

$$= AB \times CC'$$



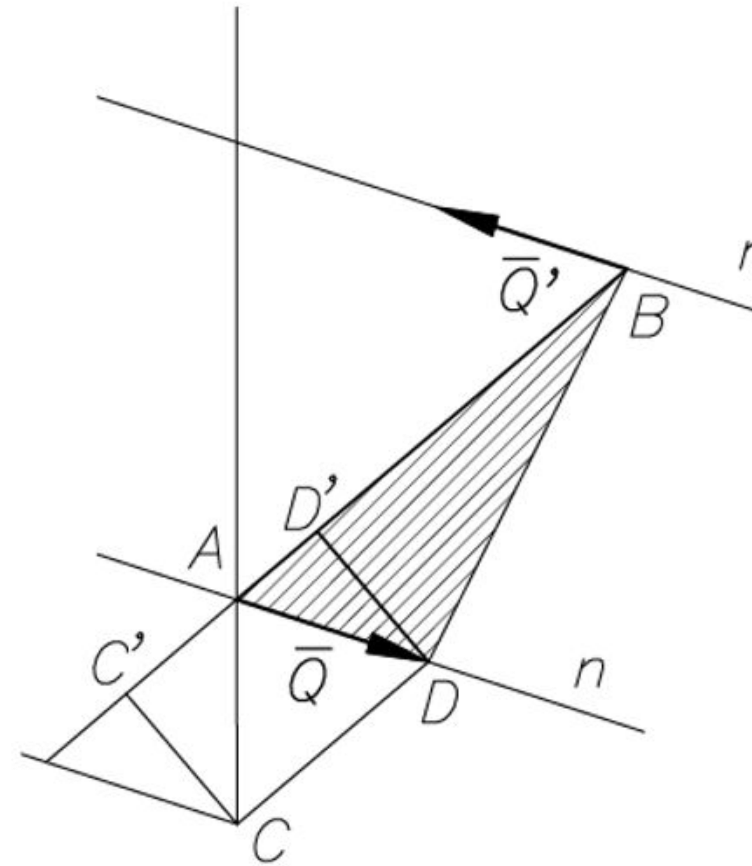
$$m_B(\overline{Q}\,\overline{Q}') = \mathbf{2}\,\text{пл.}\triangle\ ABD =$$

$$= AB \times DD' = AB \times CC'$$



$$m_B(\bar{P}\bar{P}') = \mathbf{2}\ \text{пл.}\triangle\ ABC =$$

$$= AB \times CC'$$

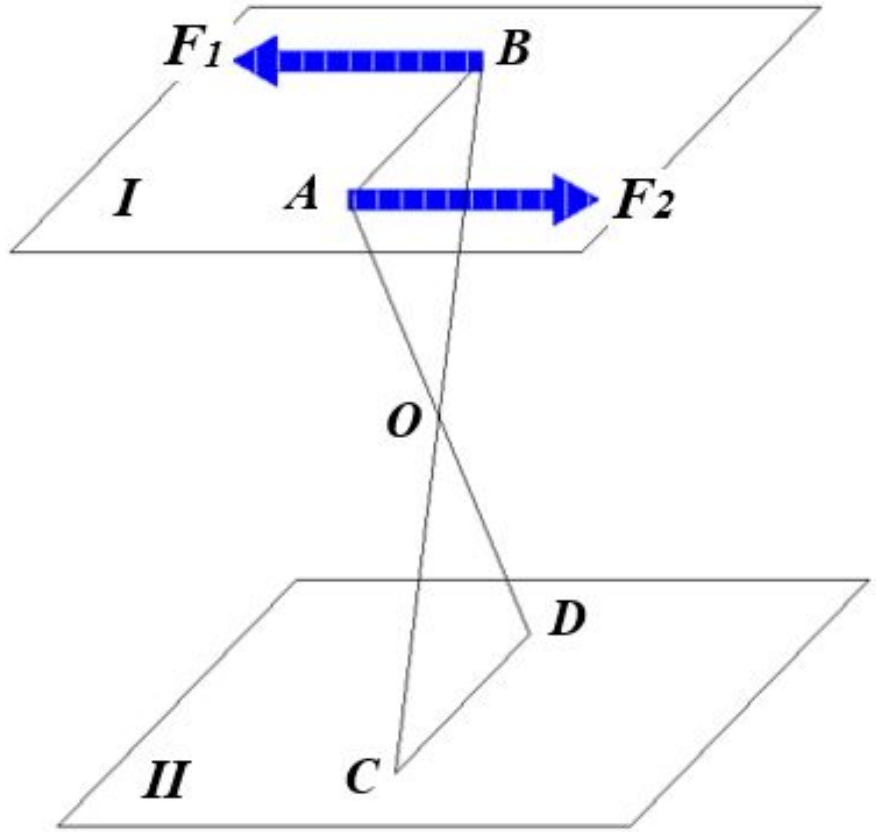


$$m_B(\bar{Q}\bar{Q}') = \mathbf{2}\ \text{пл.}\triangle\ ABD =$$

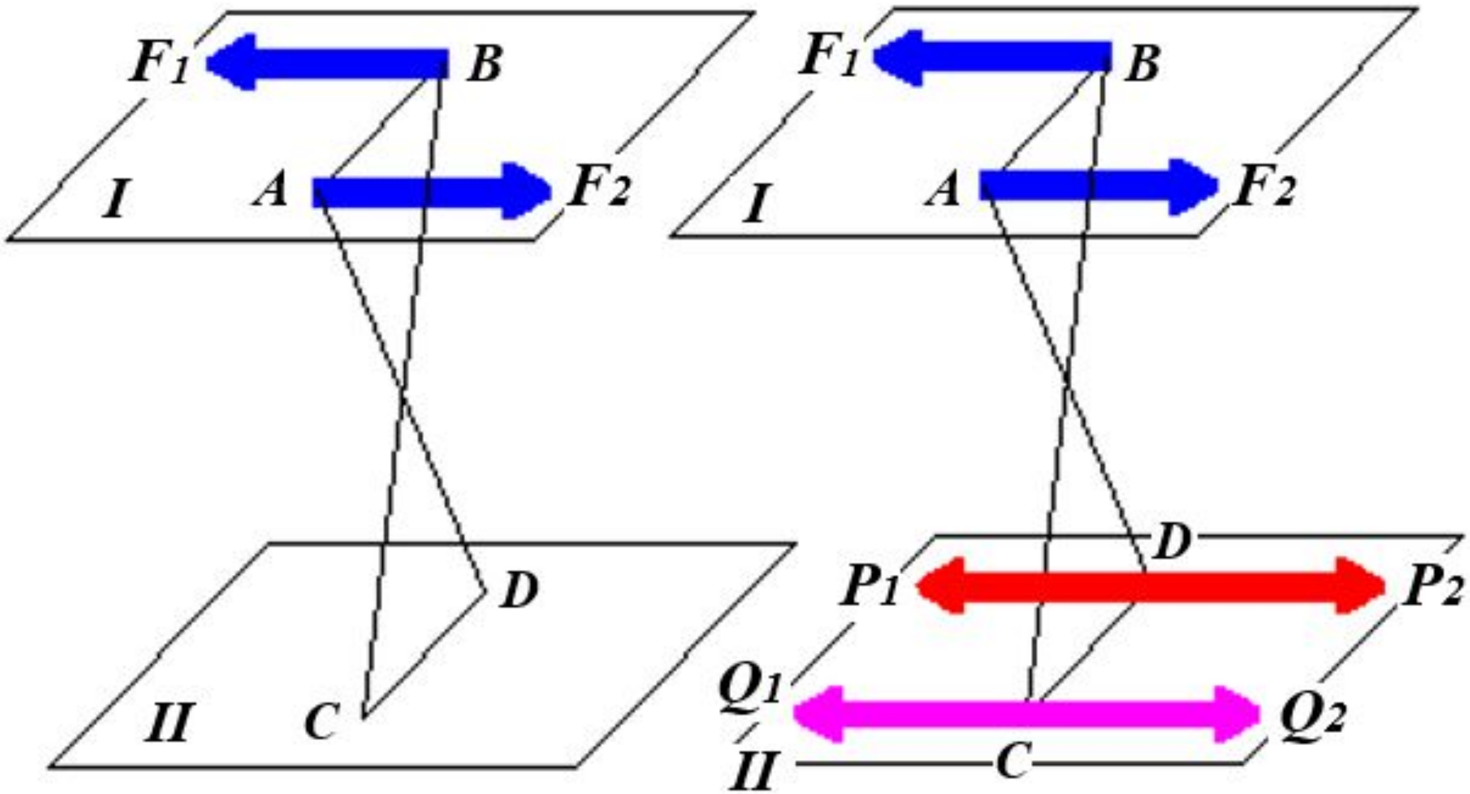
$$= AB \times DD' = AB \times CC'$$

Эквивалентность пар
в пространстве

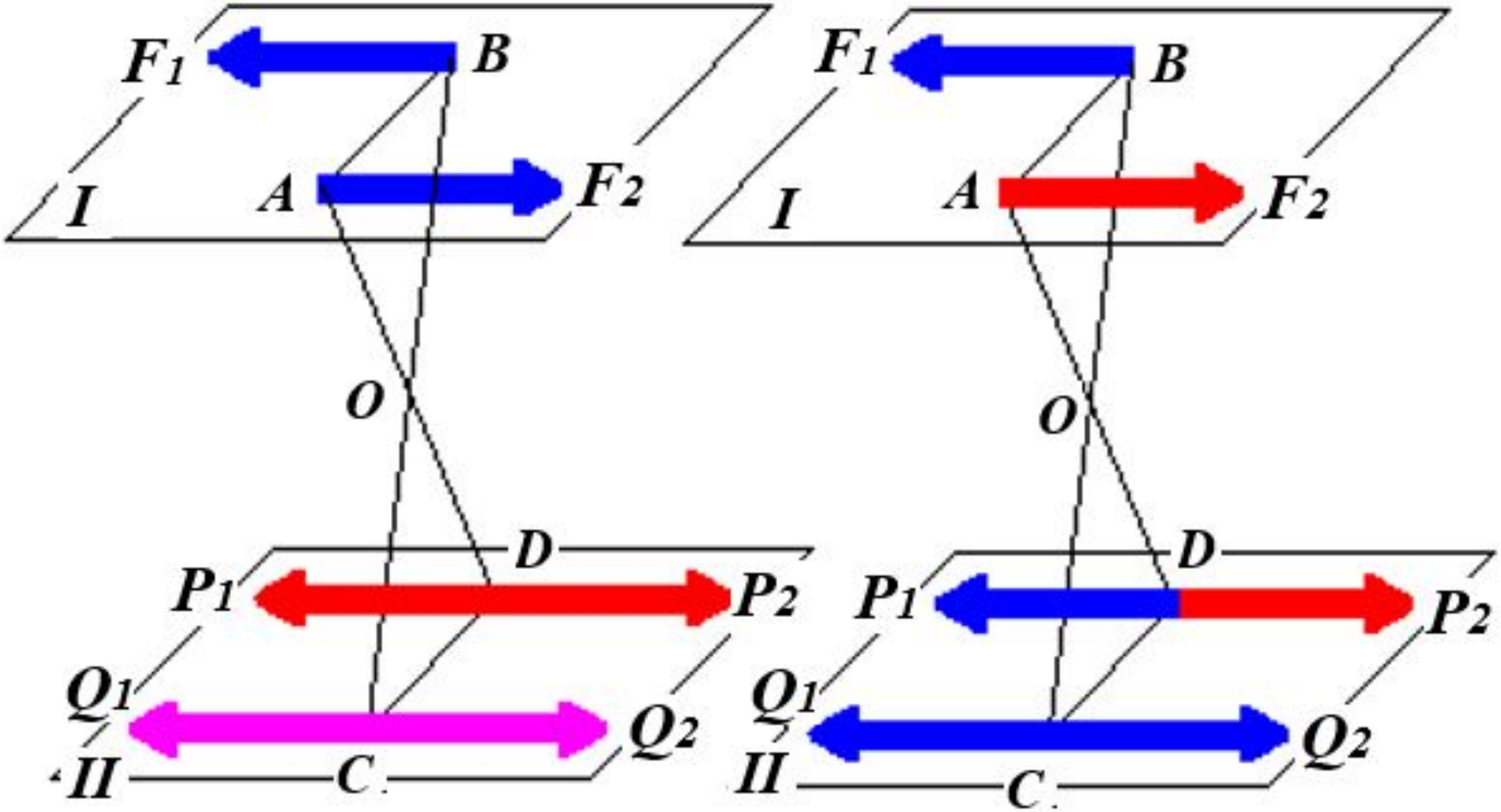
Не изменяя оказываемого на тело действия,
можно пару сил,
приложенную к абсолютно твердому телу,
заменить
любой другой парой,
лежащей в **плоскости, *параллельной начальной***
и имеющей ***тот же момент***



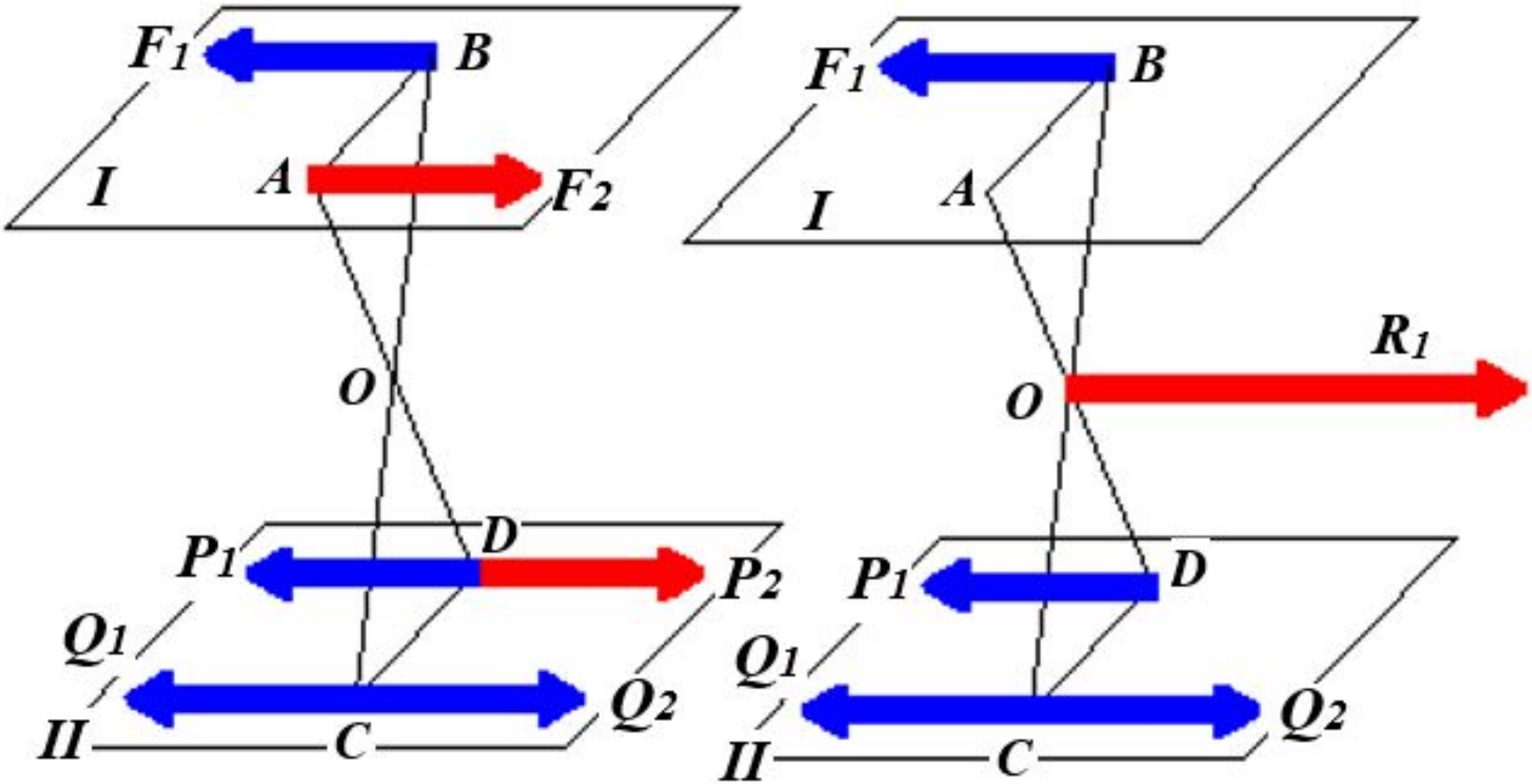
F_1
B
I
A
F_2
O
D
II
C



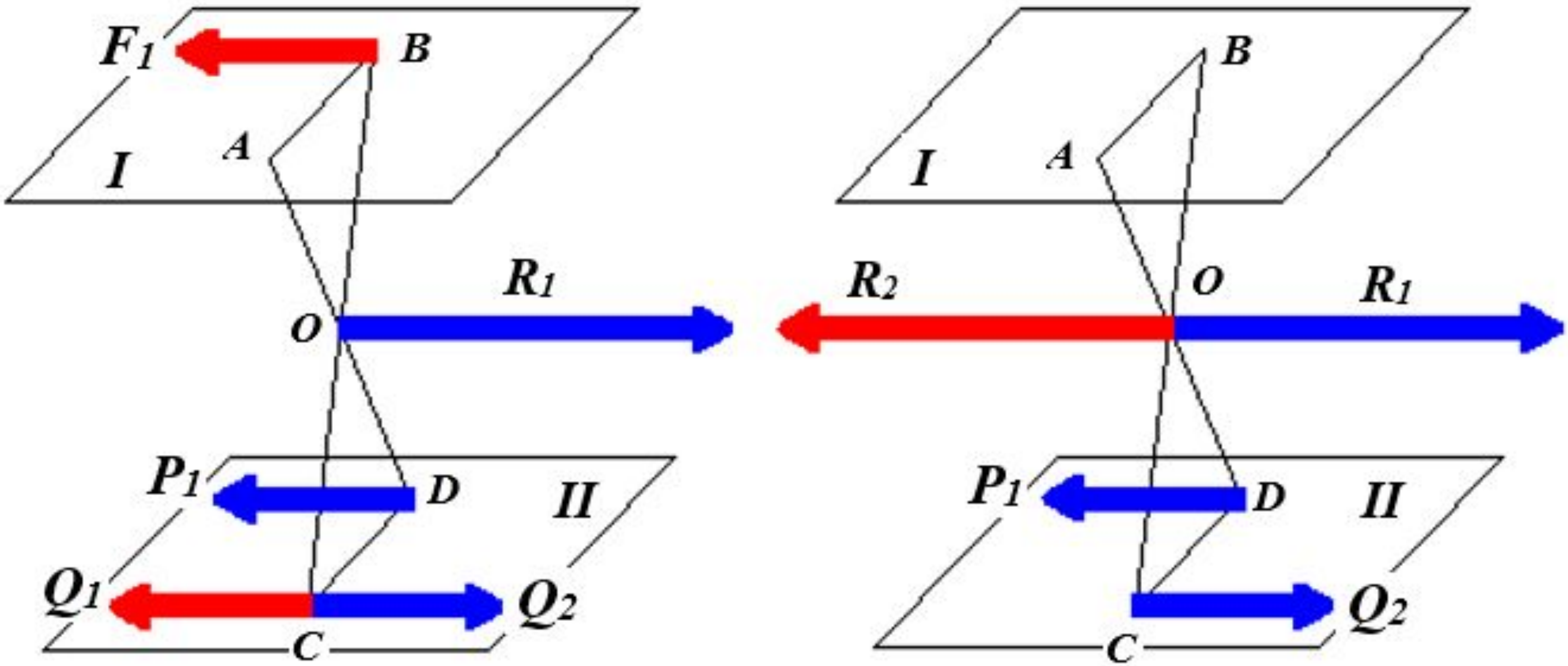
F1
B
A
F2
I
D
C
II
F1
B
A
F2
I
D
P1
P2
Q1
Q2
II
C



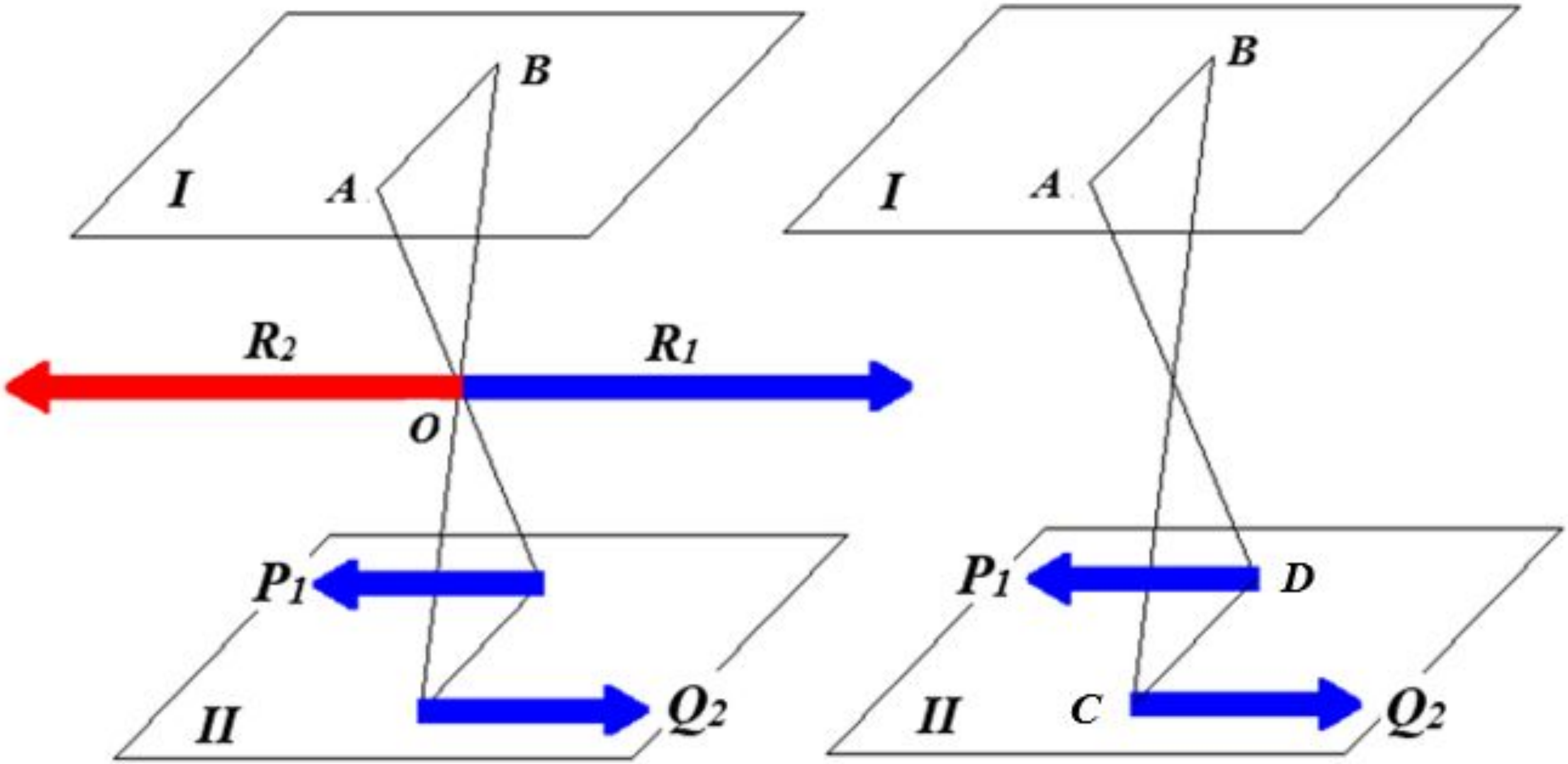
F_1
B
A
F_2
I
O
D
P_1
P_2
Q_1
Q_2
II
C
F_1
B
A
F_2
I
O
D
P_1
P_2
Q_1
Q_2
II
C



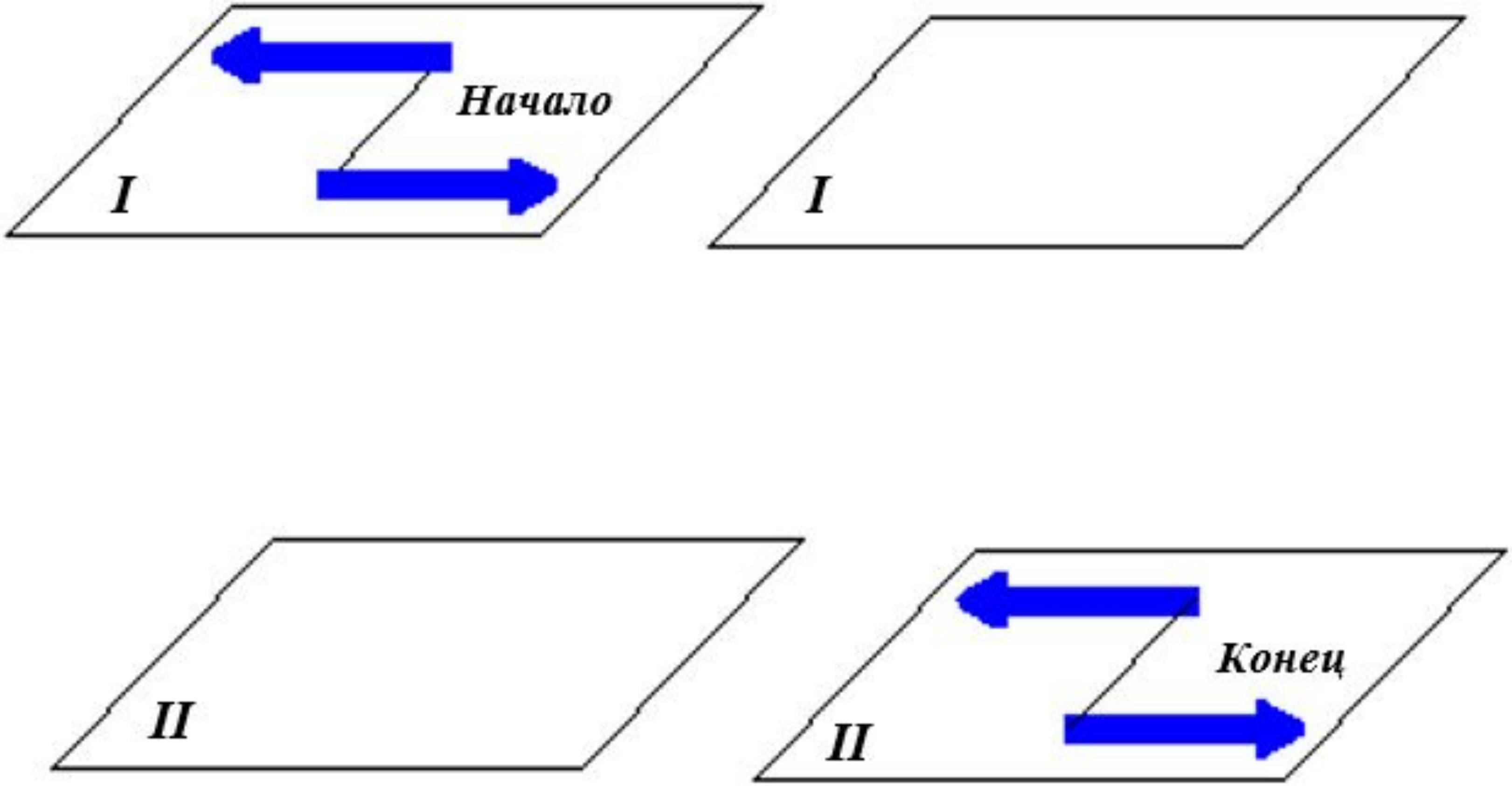
F1
B
I
A
F2
O
D
P1
P2
Q1
Q2
II
C
F1
B
I
A
R1
O
P1
D
Q1
Q2
II
C



F1
B
A
I
R1
O
P1
D
II
Q1
Q2
C
B
A
I
R2
O
R1
P1
D
II
Q2
C



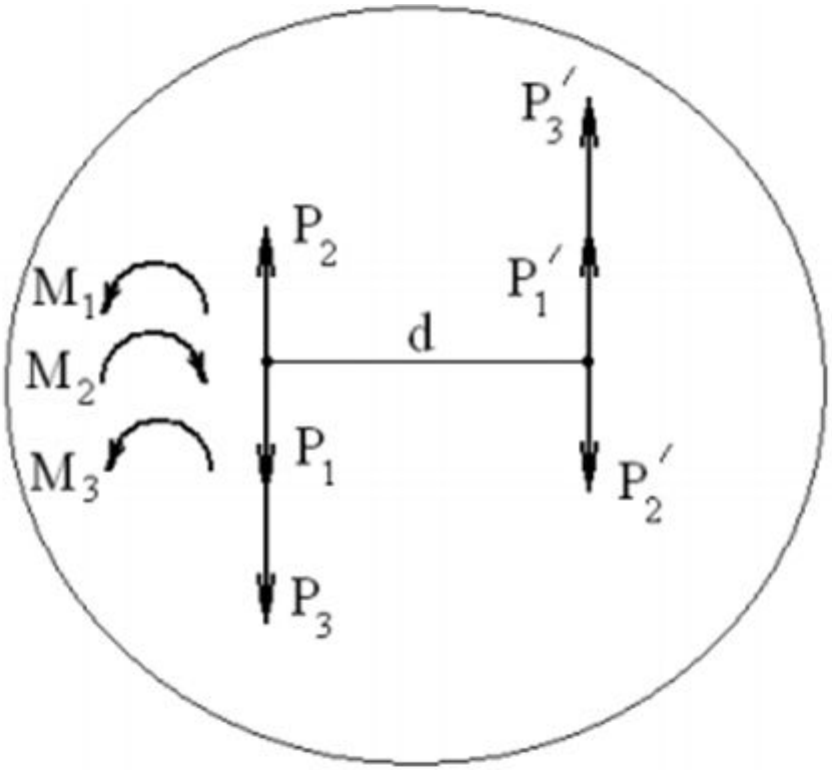
B
I
A
R2
R1
O
P1
Q2
II
B
I
A
P1
D
C
Q2
II



Что и требовалось доказать

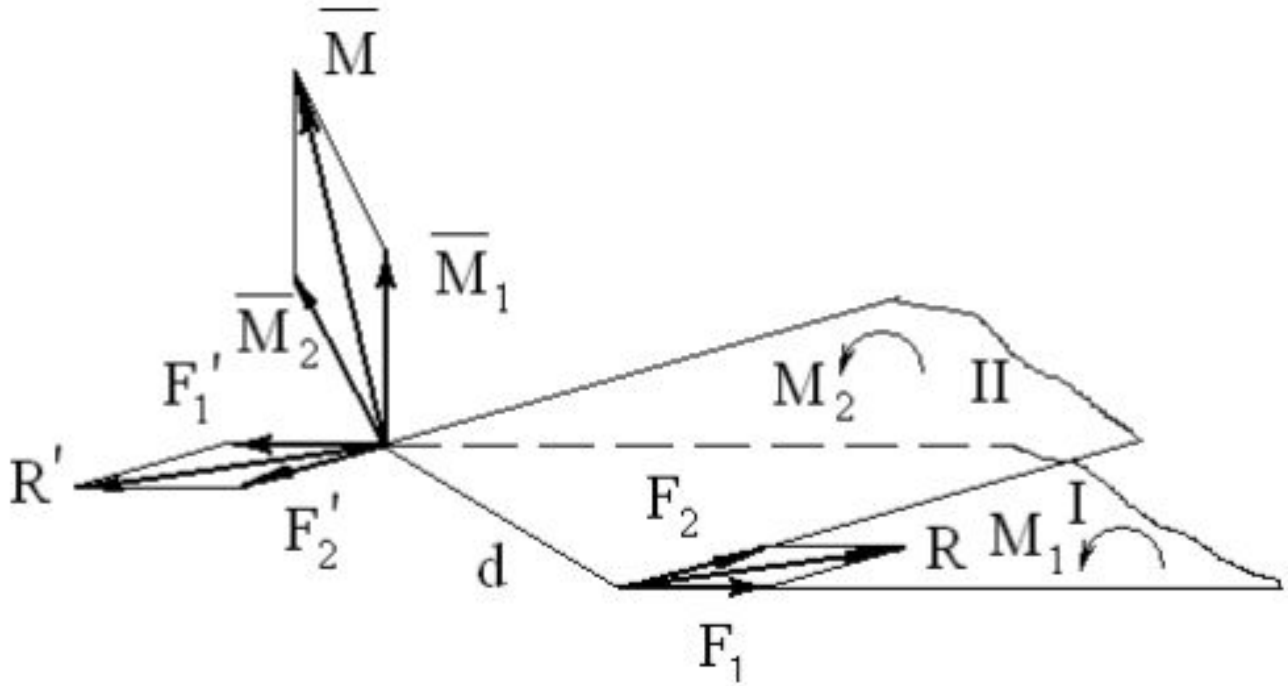
Теорема о сложении пар на плоскости:

система пар, лежащих в одной плоскости, эквивалентна одной паре, лежащей в той же плоскости и имеющей момент, равный алгебраической сумме моментов слагаемых пар



$$M = R \cdot d = P_1 \cdot d - P_2 \cdot d + P_3 \cdot d = M_1 - M_2 + M_3$$

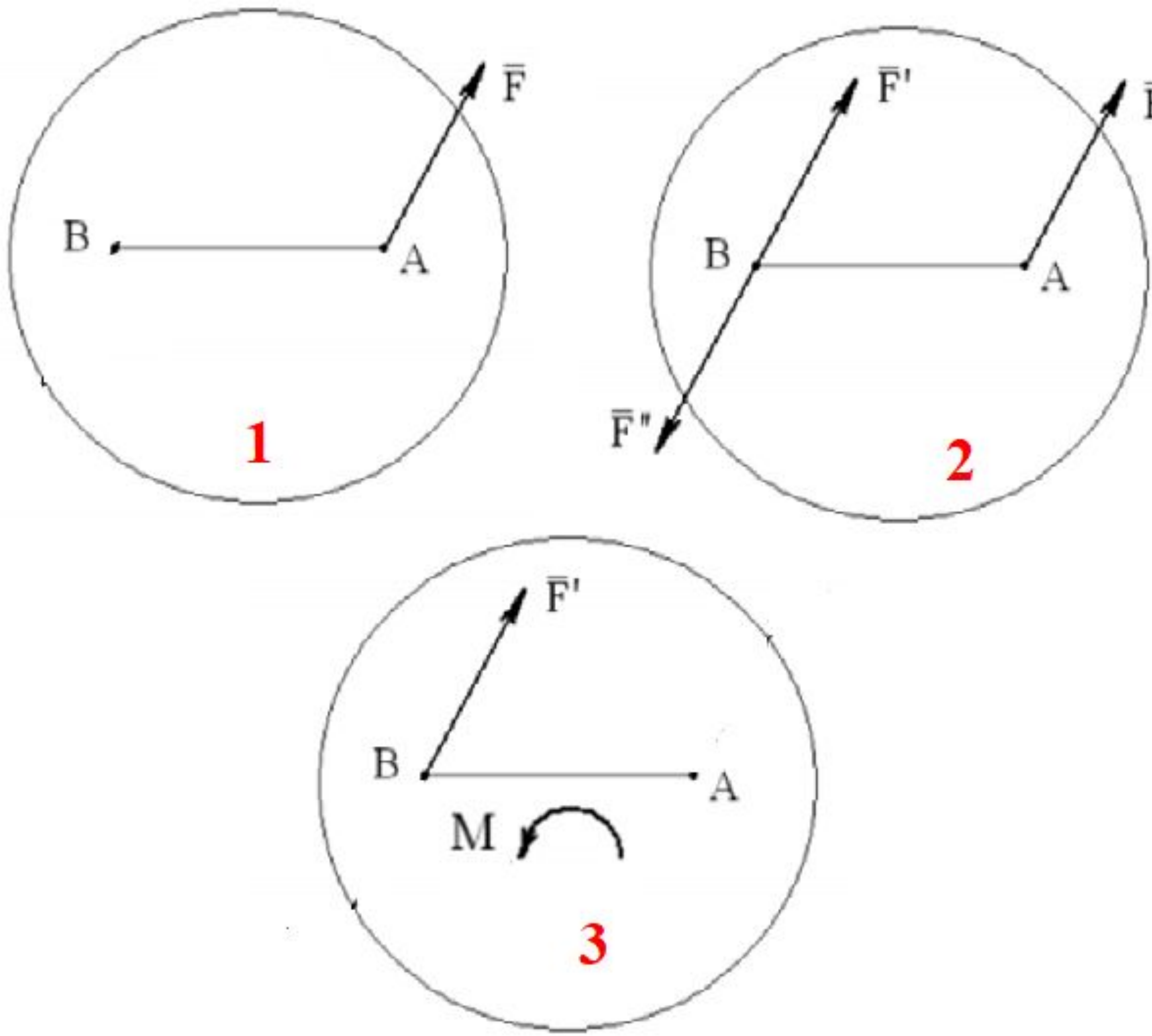
Теорема о сложении пар
в пространстве:
любая система пар, действующих на абсолютно твердое тело, эквивалентна одной паре с моментом, равным геометрической сумме моментов слагаемых пар



$$M = \overline{R} \times \overline{d} = \overline{F}_1 \times \overline{d} + \overline{F}_2 \times \overline{d} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2$$

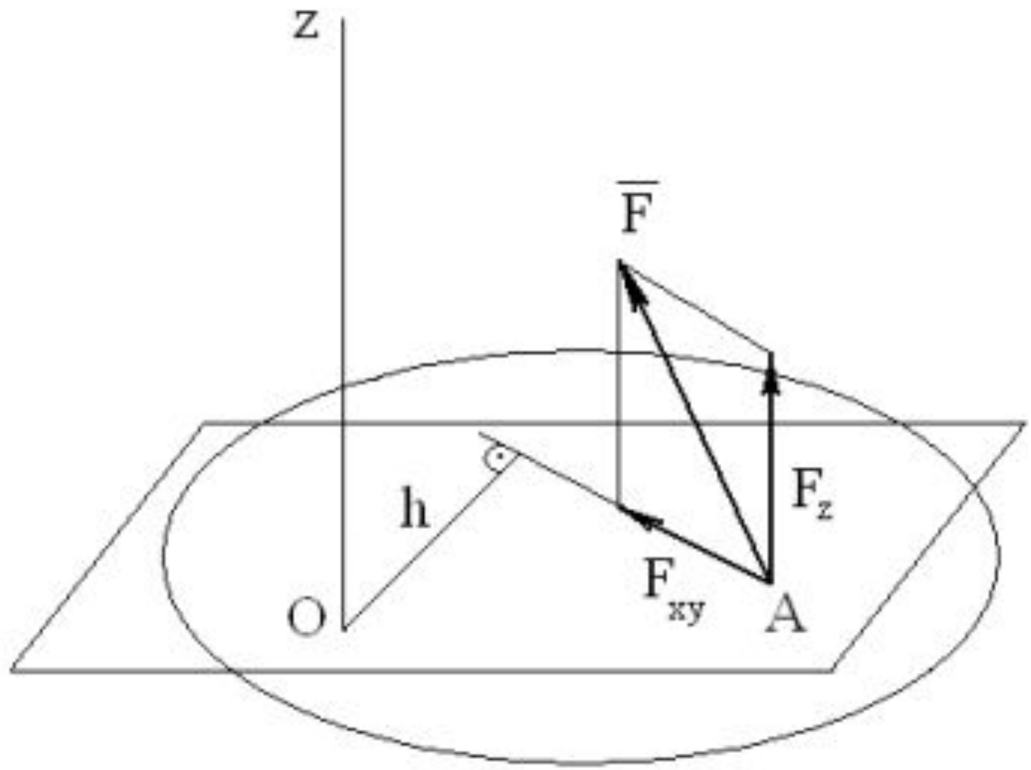
Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо):

силу, приложенную к абсолютно твердому телу, можно, не изменяя оказываемого действия, переносить параллельно ей самой в любую точку тела, прибавляя при этом пару с моментом, равным моменту переносимой силы относительно точки, куда сила переносится

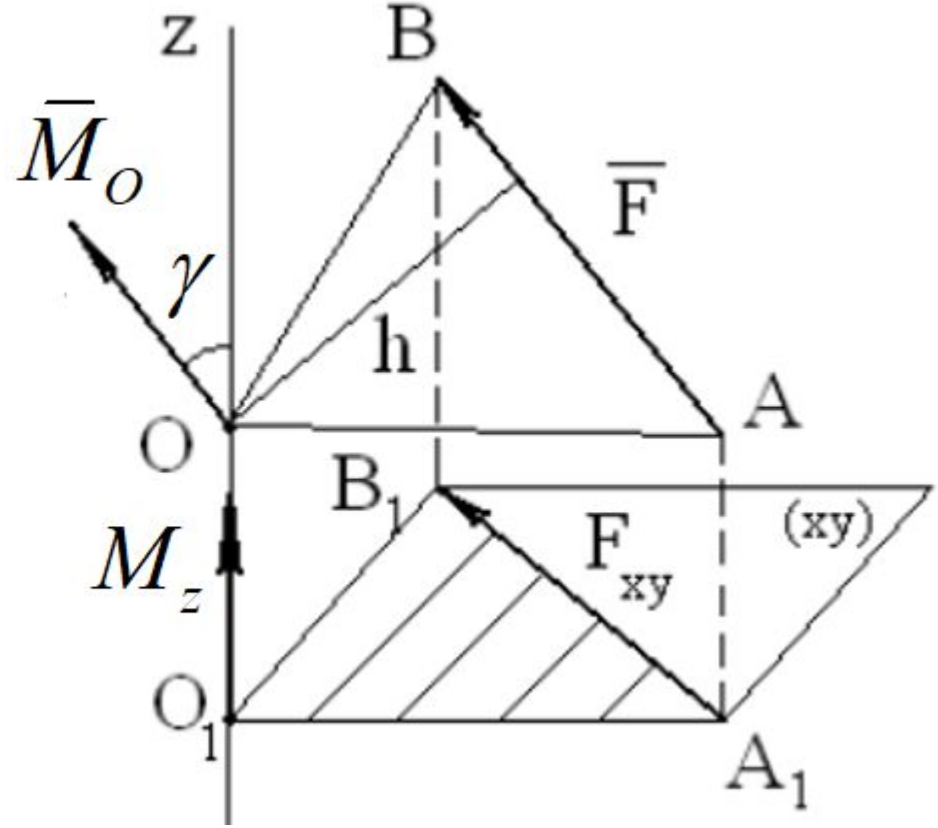


$\bar{F}$
B
A
1
$\bar{F}'$
$\bar{F}$
B
A
$\bar{F}''$
2
$\bar{F}'$
B
A
M
3

Момент силы относительно оси



Зависимость между моментами силы относительно центра и относительно оси

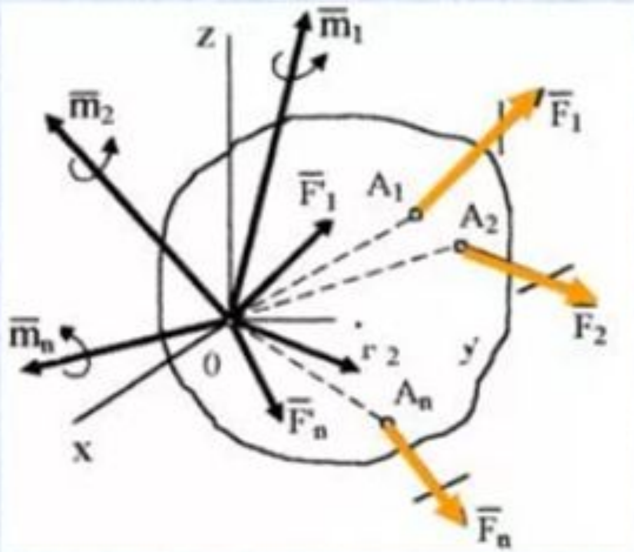


Основная теорема статики

Теорема. *Произвольную систему сил можно заменить совокупностью одной силы, приложенной в произвольно выбранной точке (центре приведения) и равной главному вектору системы сил, и одной пары сил с моментом, равным главному моменту системы относительно этой точки.*

Приведение системы сил к центру

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n) = (\overline{F}_1', \overline{F}_2', ..., \overline{F}_n') + (\overline{m}_1, \overline{m}_2, ..., \overline{m}_n)$$

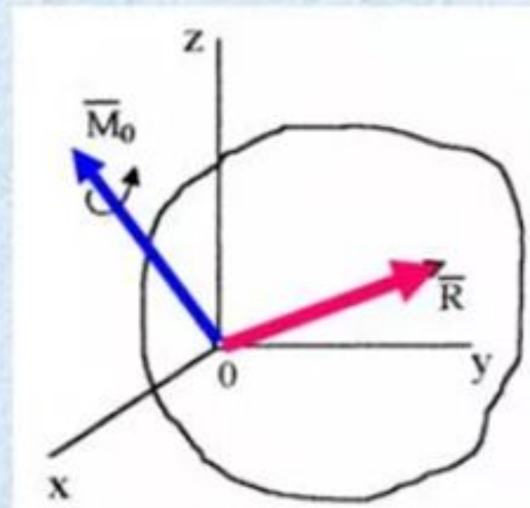


$\overline{F}_1' = \overline{F}_1$, и т д. $\quad \overline{m}_1 = \overline{m}_0(\overline{F}_1)$ и тт.д

$$\boxed{(\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n) = \overline{R}, \overline{M}_o}$$

$$\overline{R} = \sum \overline{F}_k$$

$$\overline{M}_0 = \sum \overline{m}_0(\overline{F}_k)$$



$\overline{R}$ - **главный вектор** системы сил;

$\overline{M}_0$ - **главный момент** системы сил относительно центра О

Равновесие пространственной системы произвольно расположенных сил

$$\boxed{\overline{R} = 0 \qquad \overline{M}_0 = 0}$$

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad \sum m_x(\overline{F}_k) = 0,$$

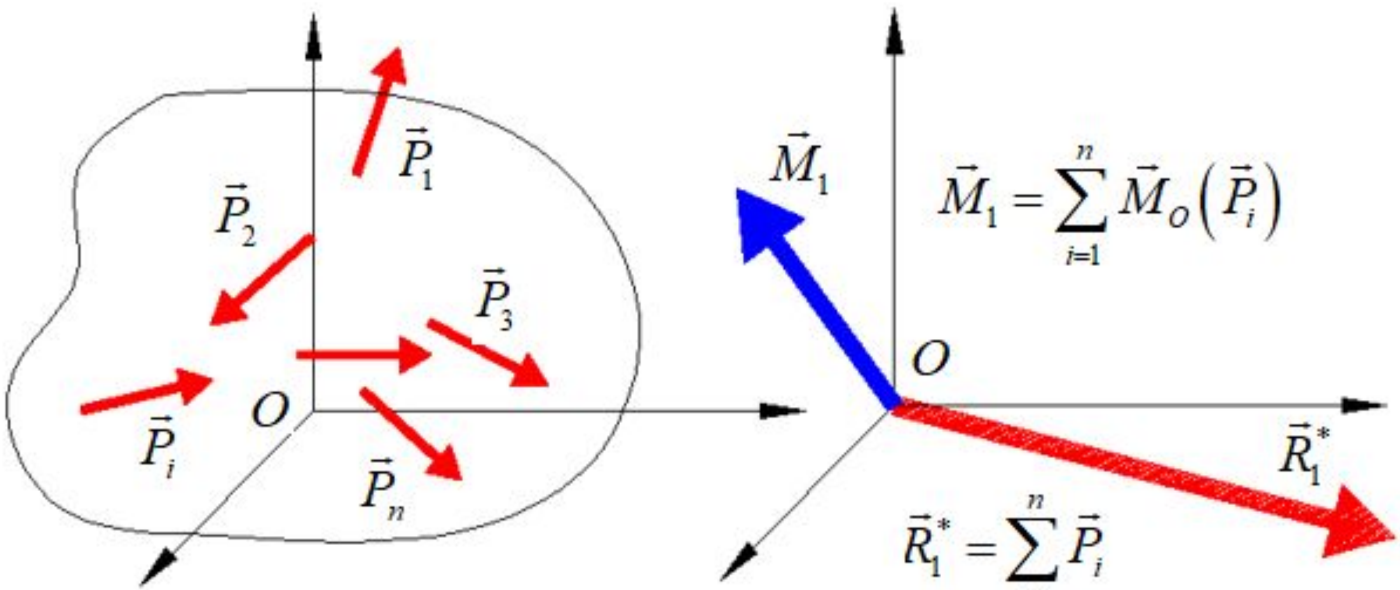
$$\sum F_{ky} = 0, \qquad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0, \qquad \sum m_z(\overline{F}_k) = 0.$$

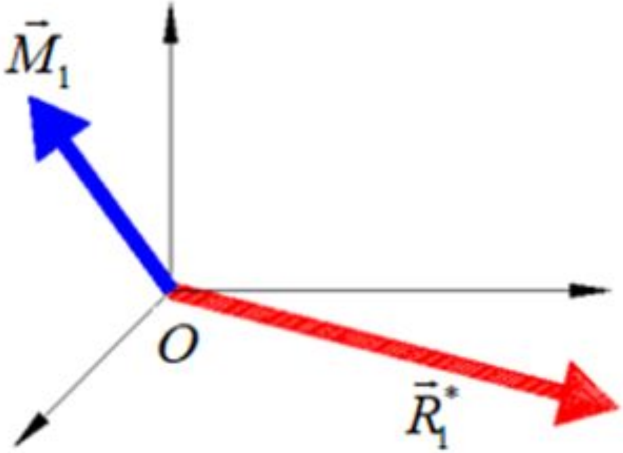
ИНВАРИАНТЫ СИСТЕМЫ СИЛ

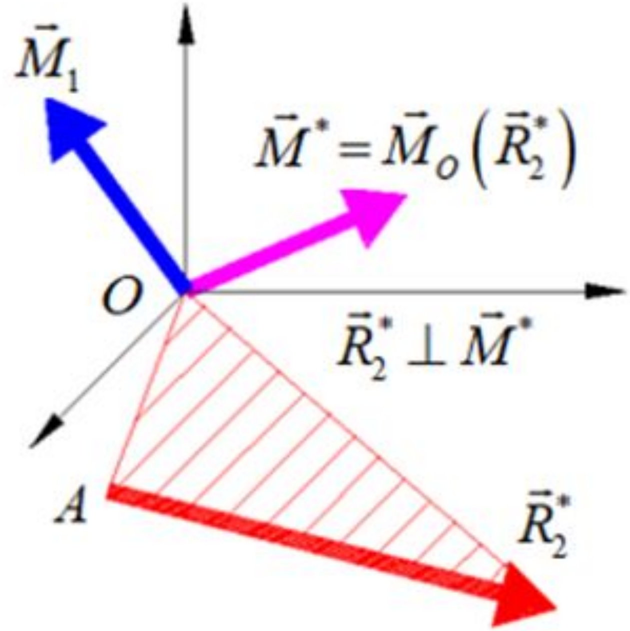
Инварианты –
величины, неизменные при
некотором преобразовании

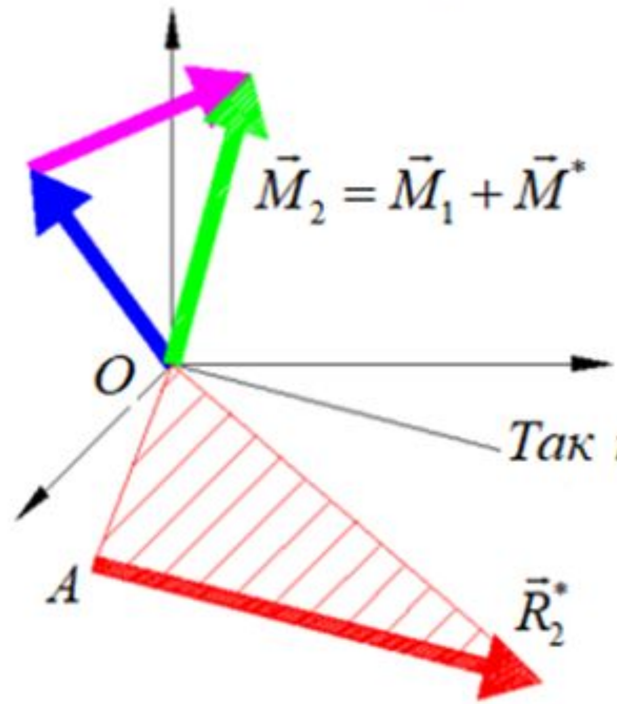
Статические инварианты –
величины, не зависящие от выбора
центра приведения



$\vec{P}_1$
$\vec{P}_2$
$\vec{P}_3$
$\vec{P}_i$
$\vec{P}_n$
O
$\vec{M}_1$
$\vec{M}_1 = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{P}_i\right)$
O
$\vec{R}_1^*$
$\vec{R}_1^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i$







$$\vec{R}_2^* \vec{M}_2 = \vec{R}_2^* \left(\vec{M}_1 + \vec{M}^*\right) =$$

$$= \vec{R}_2^* \vec{M}_1 + \vec{R}_2^* \vec{M}^*;$$

Так как $\vec{R}_2^* \perp \vec{M}^*$, *то* $\vec{R}_2^* \vec{M}^* = 0$

$$\vec{R}_2^* \vec{M}_2 = \vec{R}_2^* \vec{M}_1$$

Но $\vec{R}_2^* = \vec{R}_1^*$ *тогда*

$$\vec{R}_2^* \vec{M}_2 = \vec{R}_1^* \vec{M}_1$$

I статический инвариант –
главный вектор системы сил

II статический инвариант –
скалярное произведение
главного вектора и главного момента системы