

- 1. Тарг С .М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа.**
- 2. Курбатский М.И. Механика. Энциклопедический словарь. Часть I. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие**
- 3. Монтвила С.П. Механика. Контрольные задания по разделу «Теоретическая механика» Новогорск., 2005.**
- 4. Монтвила С.П. Механика. Часть 3. Теория механизмов и машин. – Новогорск 2003.**
- 5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.**
- 6. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа.**
7. Петрухин Г.Г. Техническая механика. Часть 2. Сопротивление материалов. – Новогорск: АГЗ, 2000.
8. Монтвила С.П. Руководство к лабораторным работам по дисциплине «Техническая механика». Новогорск: АГЗ, 2000. – 68 с.
9. Петрухин Г.Г. Сопротивление материалов. Контрольные задания. Руководство к решению задач. – Новогорск: АГЗ, 1998.

МЕХАНИКА

(греч. *μηχανική* – искусство построения машин) –

основной раздел физики;

наука о механическом движении

материальных тел

и происходящих взаимодействиях между

ними.

В результате взаимодействия изменяются скорости тел или тела деформируются.

Разделы теоретической
механики:

1. Статика

2. Кинематика

3. Динамика

СТАТИКА

(от греч. States – стоящий)

раздел механики,
в котором излагается общее учение
о силах
и изучаются условия равновесия
материальных тел,
находящихся под действием сил

В статике твердого тела рассматриваются
две основные проблемы:

1. Сложение сил и приведение систем сил, действующих на твердое тело, к простейшему виду;
2. Определение условий равновесия действующих на твердое тело систем сил

СИЛА –

количественная мера механического взаимодействия материальных тел.

Сила является величиной **векторной**.

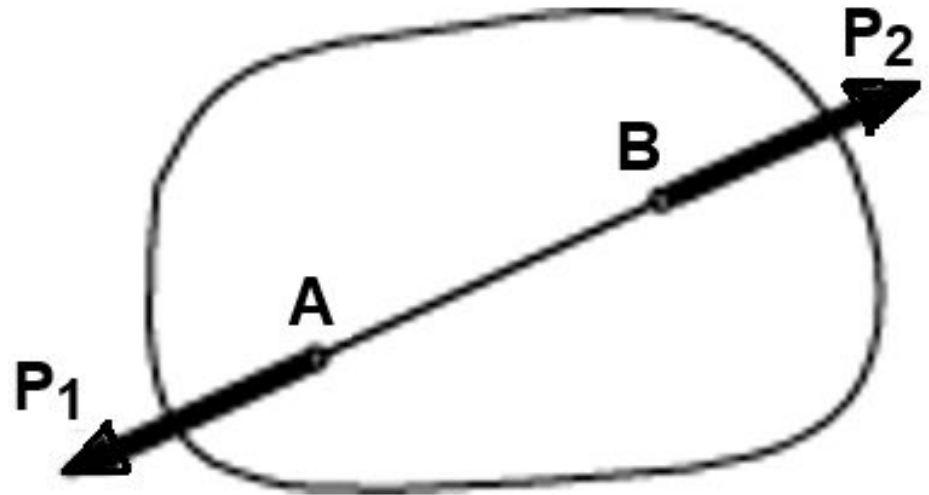
Ее действие на тело определяется
**численной величиной (модулем),
направлением**

и

точкой приложения.

Аксиома 1

Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны

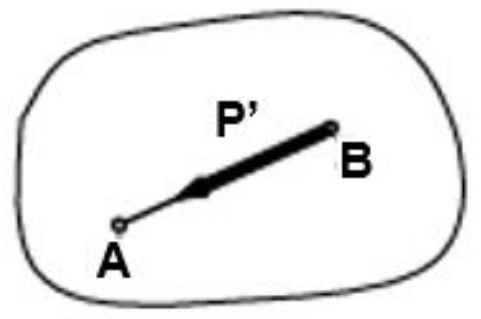
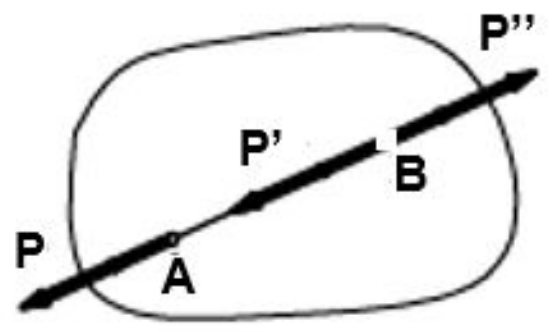
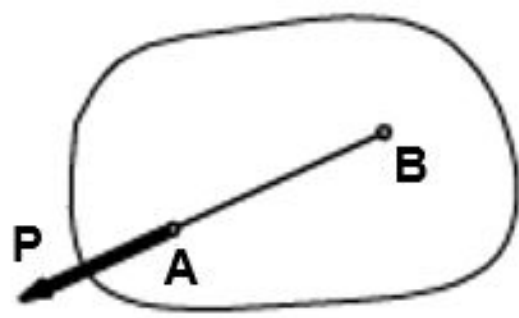


Аксиома 2

Действие данной ***системы сил***
на абсолютно твердое тело
не изменится,
если к ней прибавить
или от нее отнять
уравновешенную систему сил

Следствие из 1-й и 2-й аксиом

Действие силы на абсолютно твердое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку тела



Аксиома 3

(аксиома параллелограмма сил).

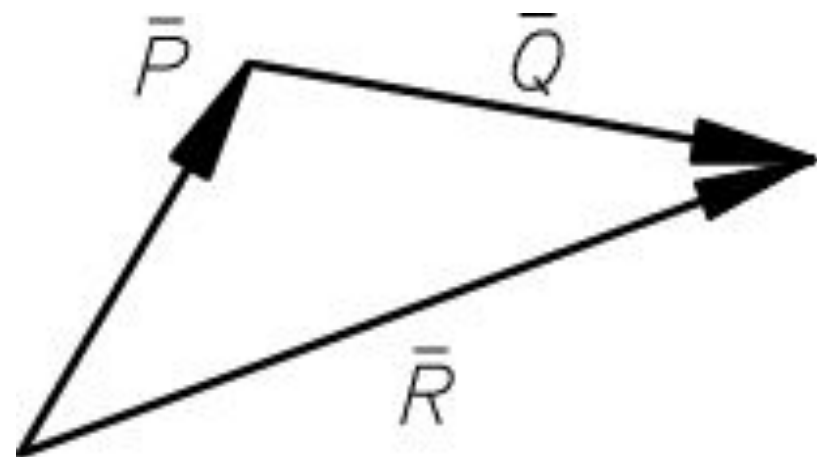
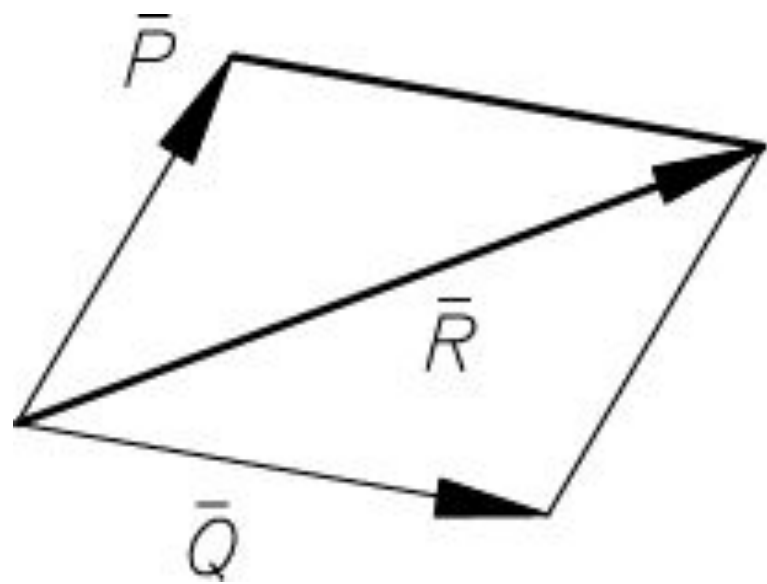
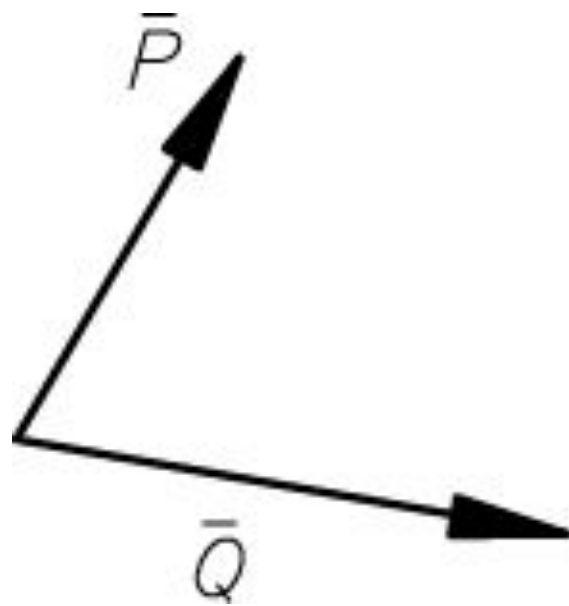
Две силы, приложенные к телу
в одной точке,

имеют ***равнодействующую***,

приложенную в той же точке и

изображаемую диагональю

параллелограмма, построенного на этих
силах, как на сторонах



Аксиома 4

При всяком действии
одного
материального тела
на другое
имеет место такое же
по величине, но
противоположное по
направлению
противодействие.

*Силы действия и
противодействия
не образуют
уравновешенной
системы сил, так
как они приложены к
разным телам*

Аксиома 5

(принцип отвердевания)

Равновесие изменяемого
(деформируемого) тела, находящегося
под действием данной системы сил,
не нарушится, если тело считать
отвердевшим (абсолютно твердым)

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ -

состояние материальной точки или системы материальных точек, полностью и однозначно определяемое

временем,

пространственными координатами

и

**производными пространственных
координат**

по времени всех порядков

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ СИЛ

Если одну систему сил $(\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n)$,
действующую на свободное твердое
тело,

можно заменить другой системой

$$(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \dots, \bar{Q}_m) ,$$

не изменяя при этом его

кинематического состояния,

то такие две системы сил называются

эквивалентными

РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИСТЕМЫ СИЛ –

**сила , эквивалентная данной системе
сил :**

$$\bar{R} \boxtimes (\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n)$$

СХОДЯЩИЕСЯ СИЛЫ -

**система сил,
линии действия которых
пересекаются в одной точке**

РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИСТЕМЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

*равна их геометрической сумме,
а линия действия
проходит через точку пересечения
сил системы*

Равновесие системы сходящихся сил

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_k = 0$$

в геометрической форме: необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный из векторов сил, был замкнутым

в аналитической форме:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0, \text{ или}$$

$$R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0,$$

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0$$

Теорема трех сил:

*«Если три силы,
лежащие в одной плоскости,
уравновешены,
то линии их действия
пересекаются в одной точке»*

МОМЕНТ СИЛЫ

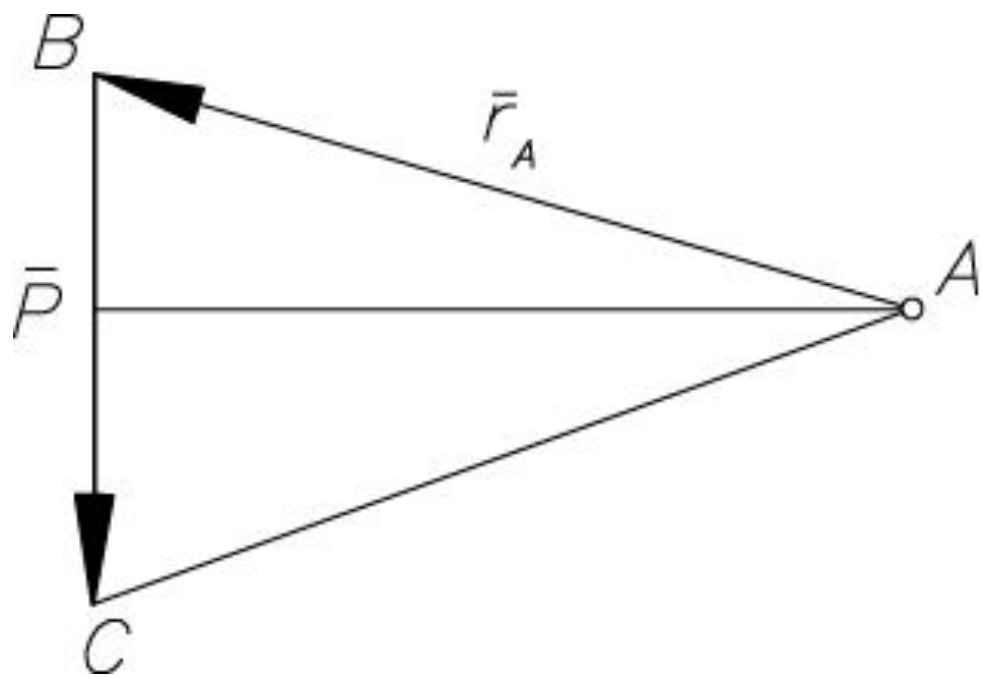
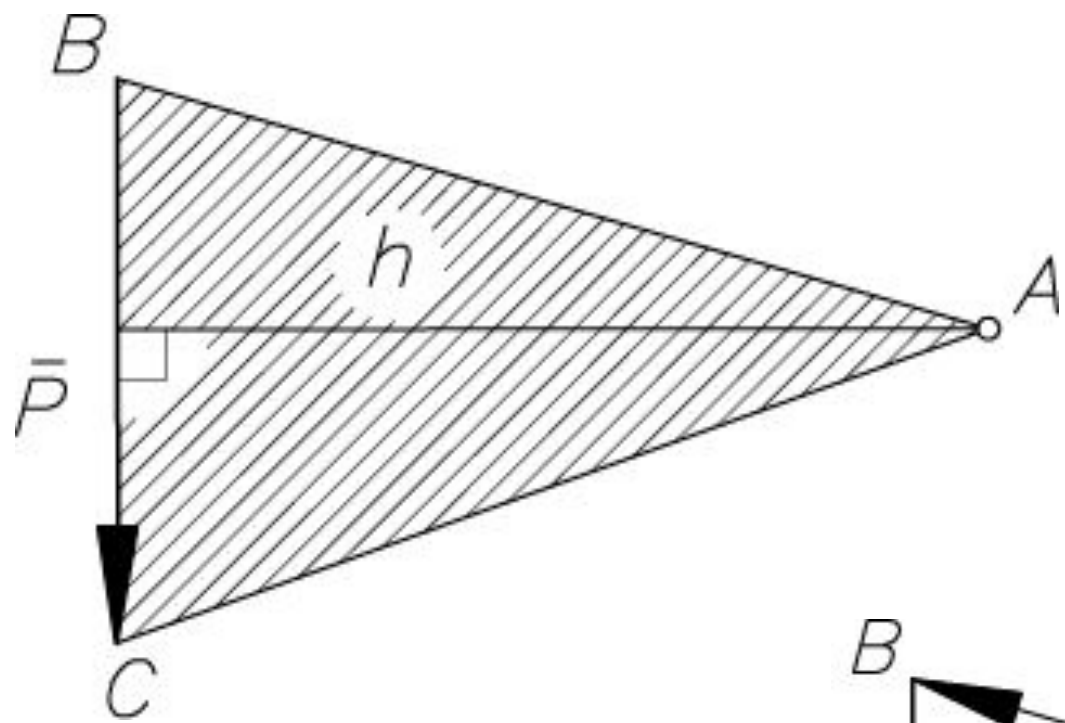
относительно центра O

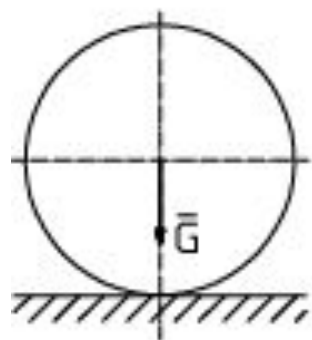
называется вектор , равный векторному произведению радиуса вектора , соединяющего центр O с точкой приложения силы A , на саму силу \vec{F} :

$$\bar{m}_o(\bar{F}) = \bar{r}_A \times \bar{F} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

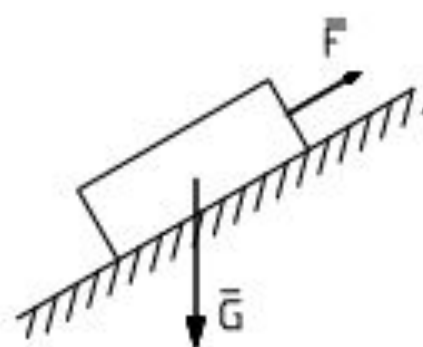
$$= (y_A F_z - z_A F_y) \bar{i} + (z_A F_x - x_A F_z) \bar{j} + (x_A F_y - y_A F_x) \bar{k} =$$

$$= M_x \bar{i} + M_y \bar{j} + M_z \bar{k}$$

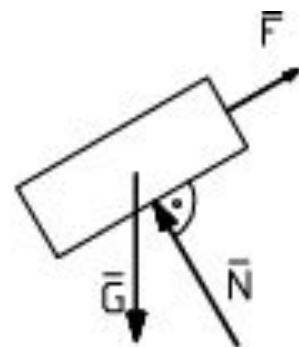


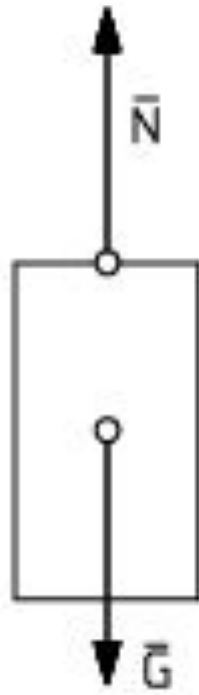
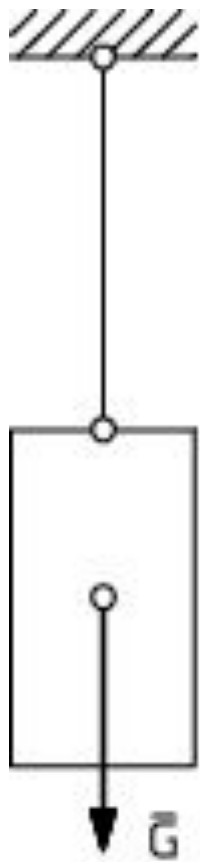


а)

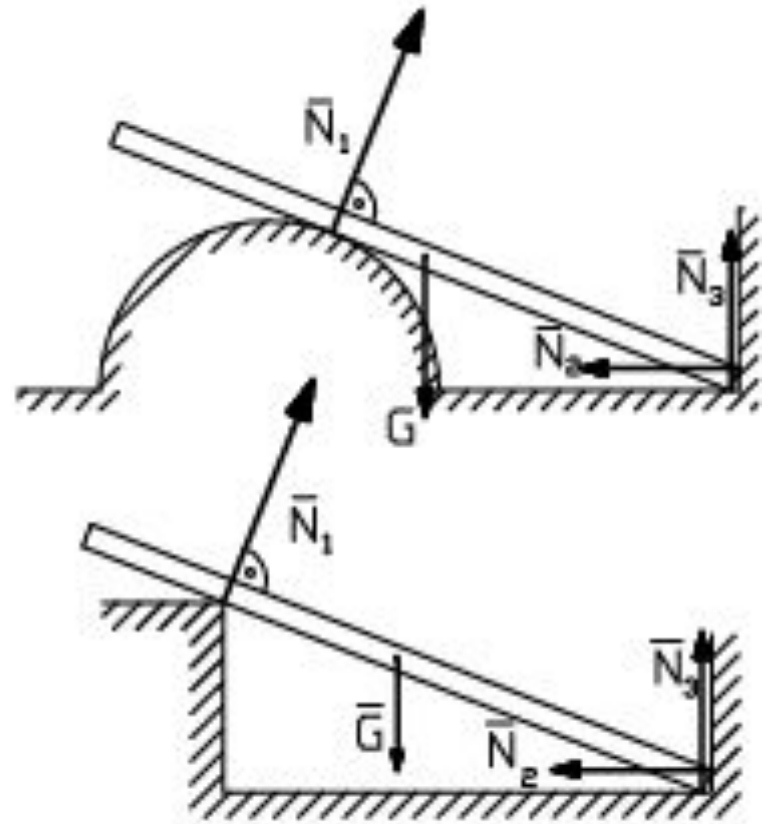


б)

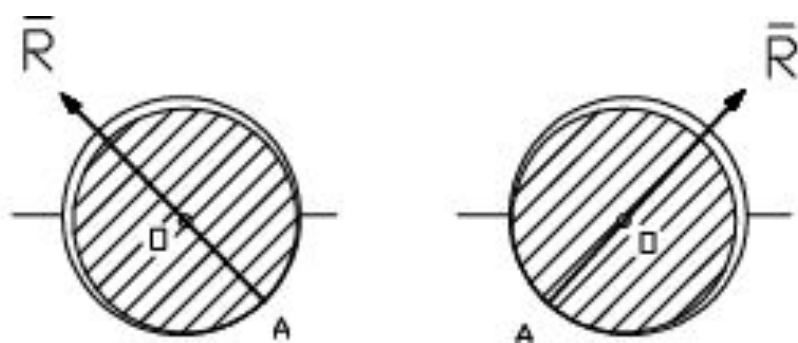
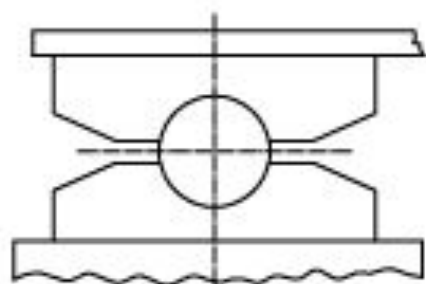




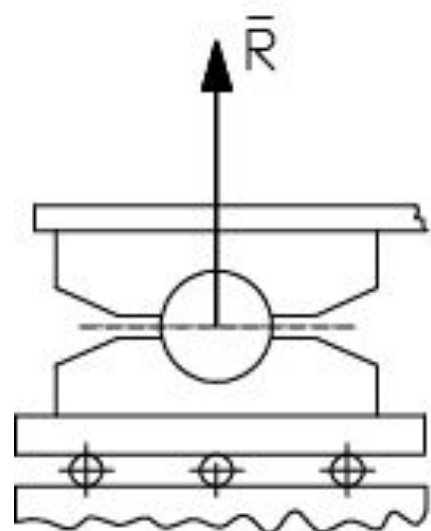
b)



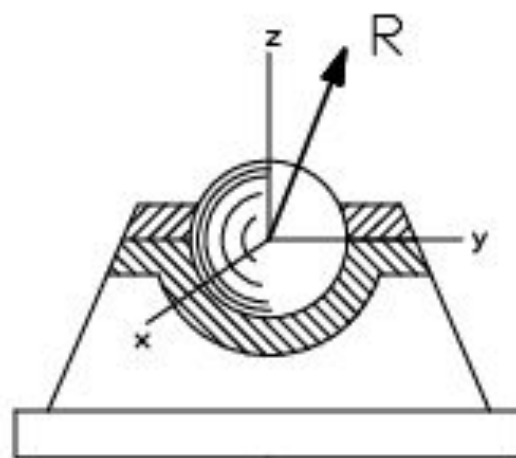
г)



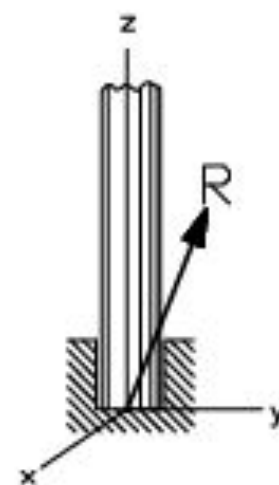
d)



e)



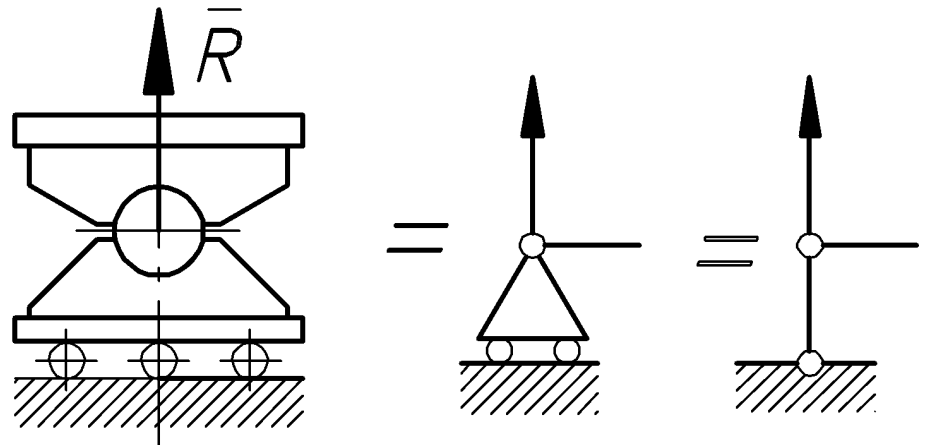
x)



з)

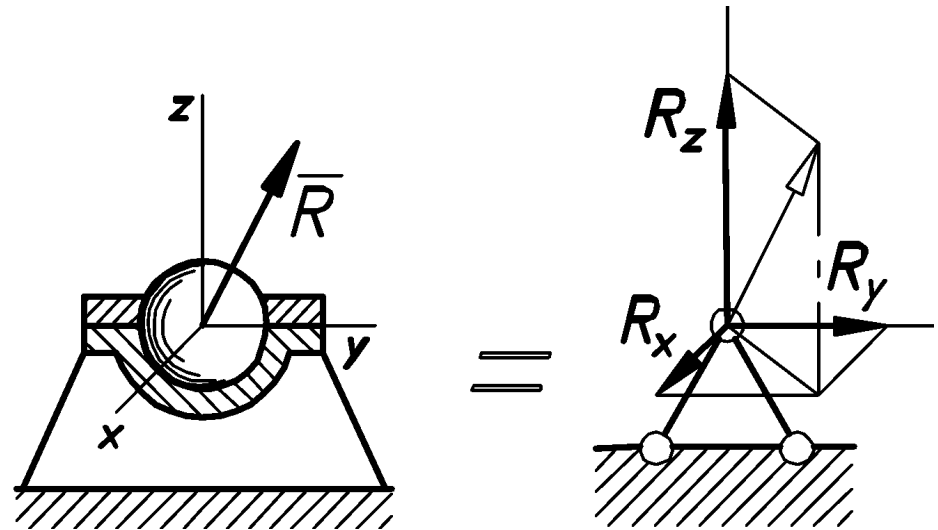
ОПОРА ШАРНИРНО-ПОДВИЖНАЯ

позволяет точке тела, которая связана с опорой, перемещаться без трения вдоль какой-либо поверхности. Реакция подвижной опоры направлена по нормали к поверхности, вдоль которой может перемещаться опора

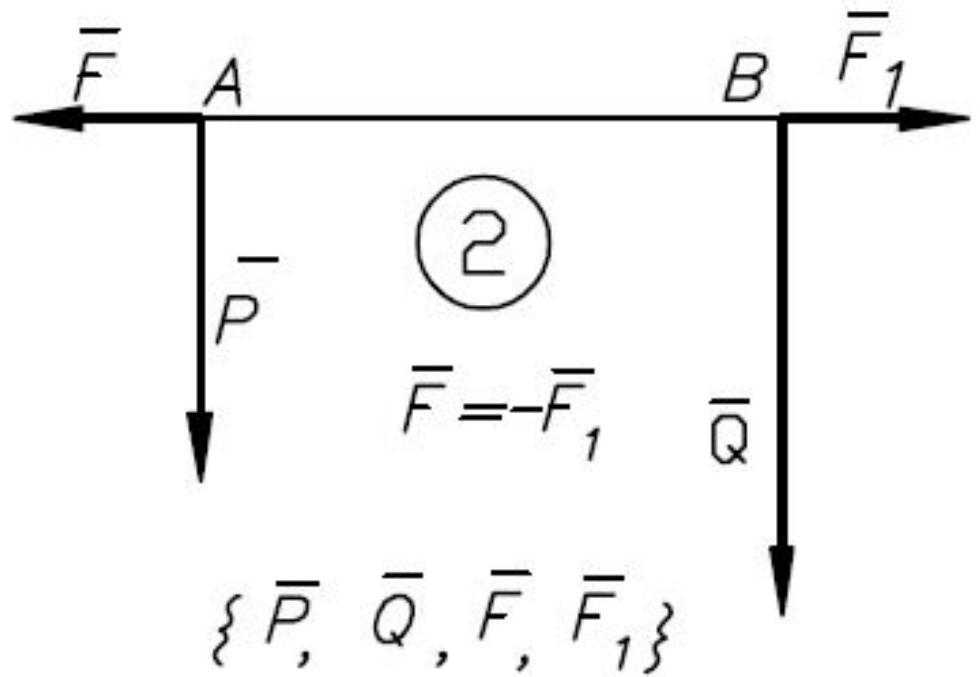
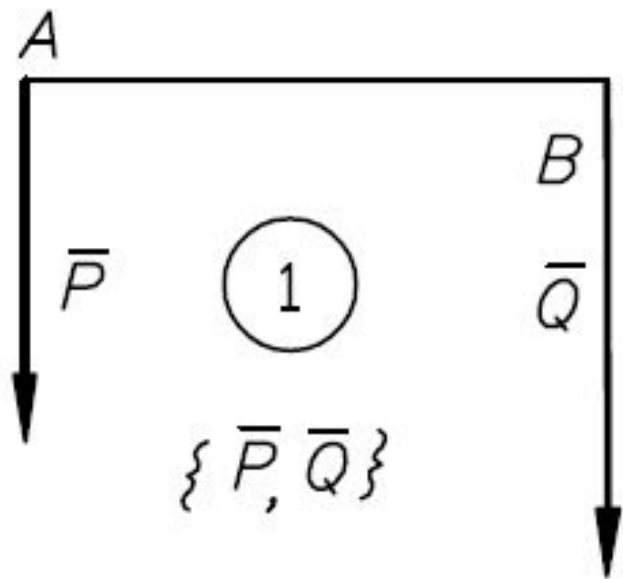


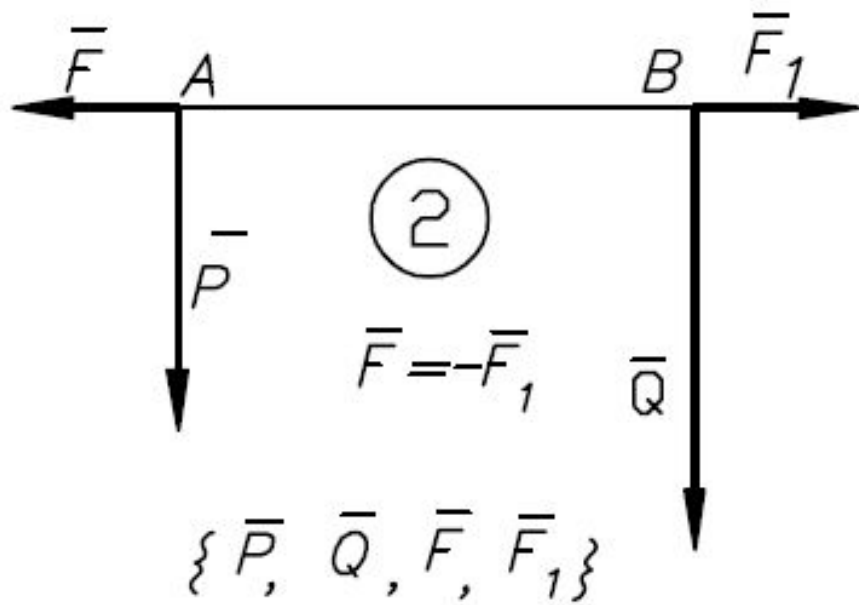
ОПОРА ШАРОВАЯ

связь, не позволяющая одной из точек тела перемещаться ни в одном из направлений, но позволяющая телу поворачиваться в определенных пределах относительно любой из координатных осей, проходящих через эту точку

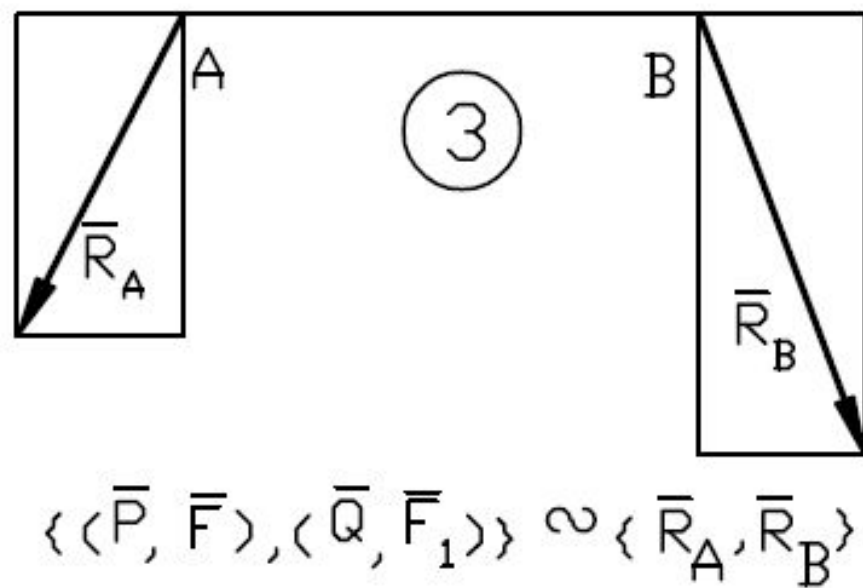


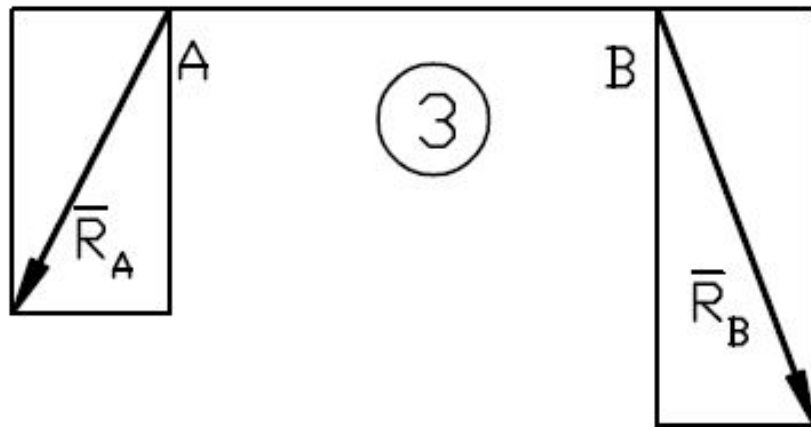
**Равнодействующая
параллельных сил,
направленных
в одну сторону**



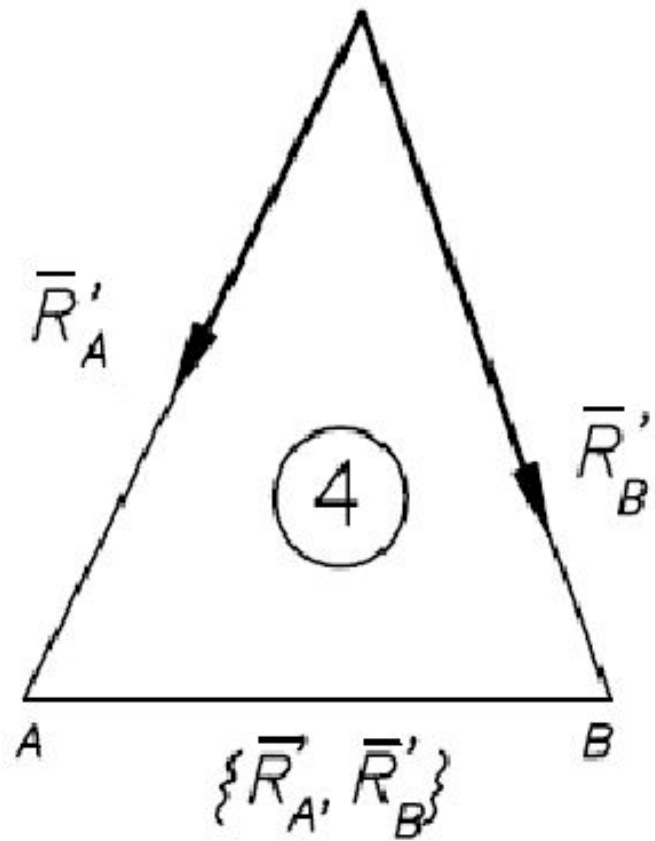


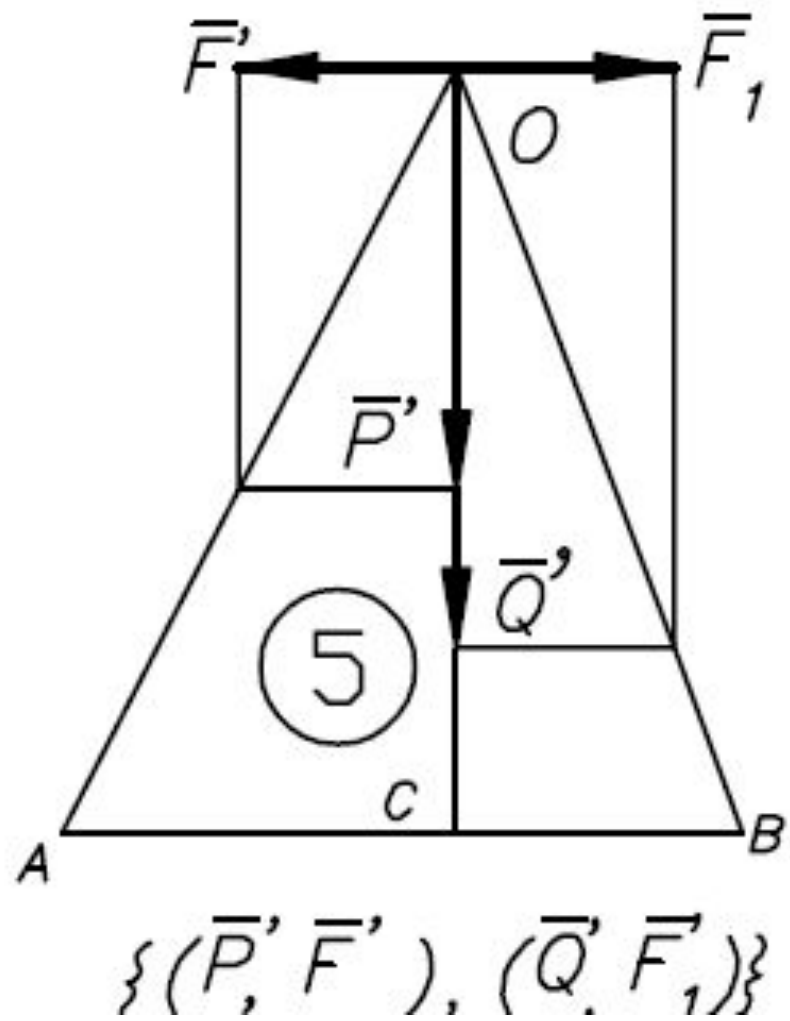
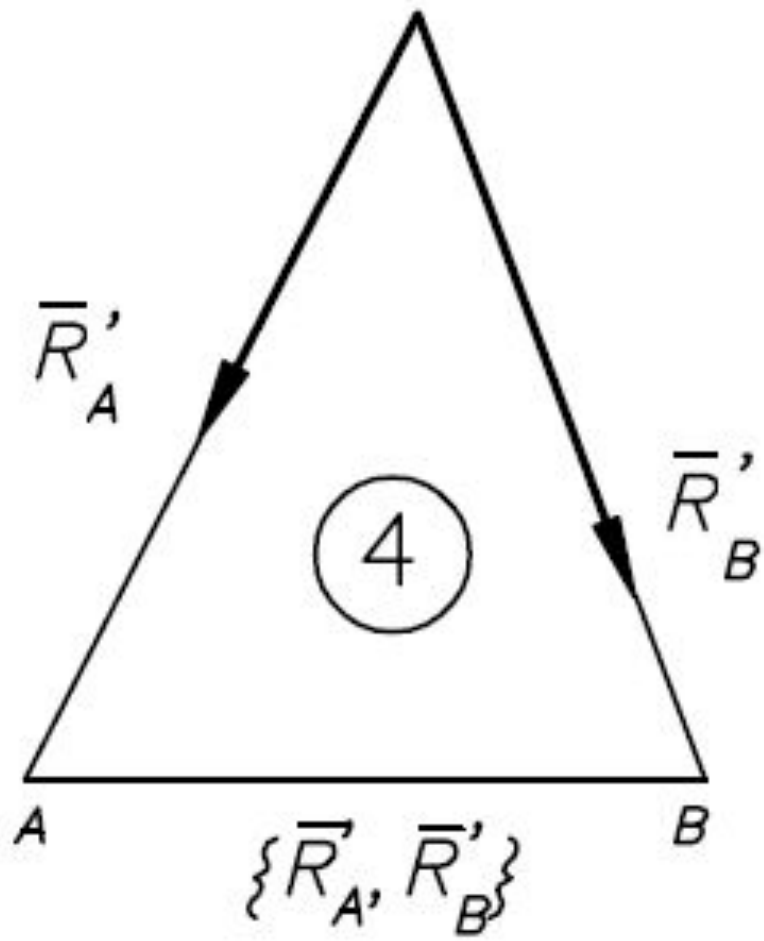
$$\bar{F} = -\bar{F}_1$$

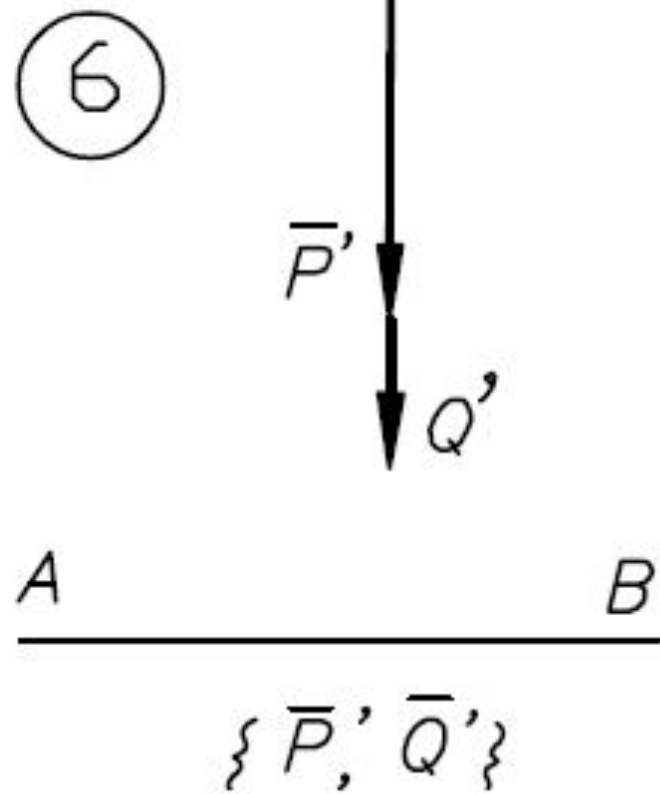
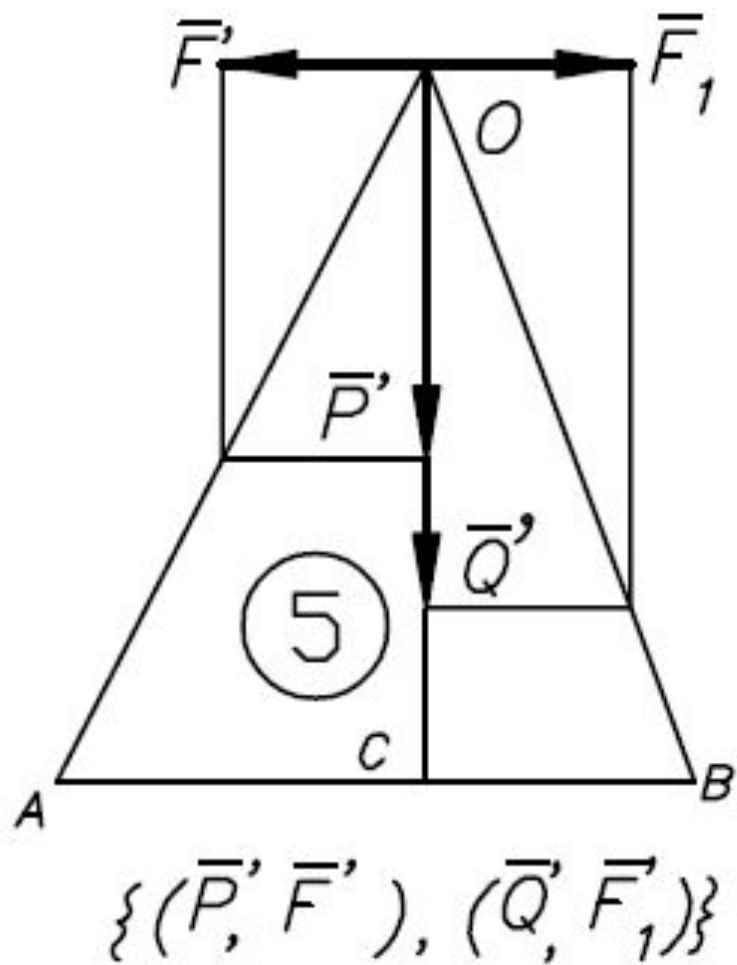




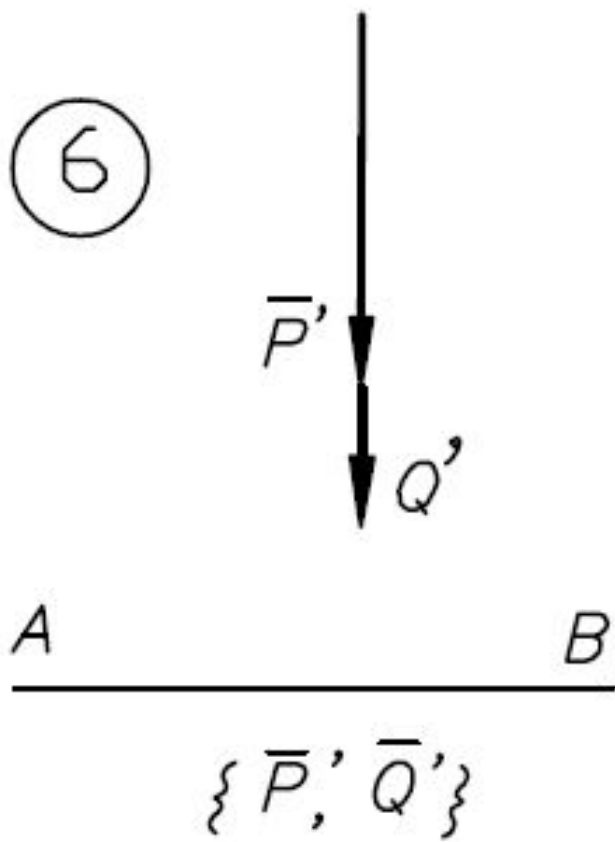
$$\langle \langle \bar{P}, \bar{F} \rangle, \langle \bar{Q}, \bar{F}_1 \rangle \rangle \sim \langle \bar{R}_A, \bar{R}_B \rangle$$



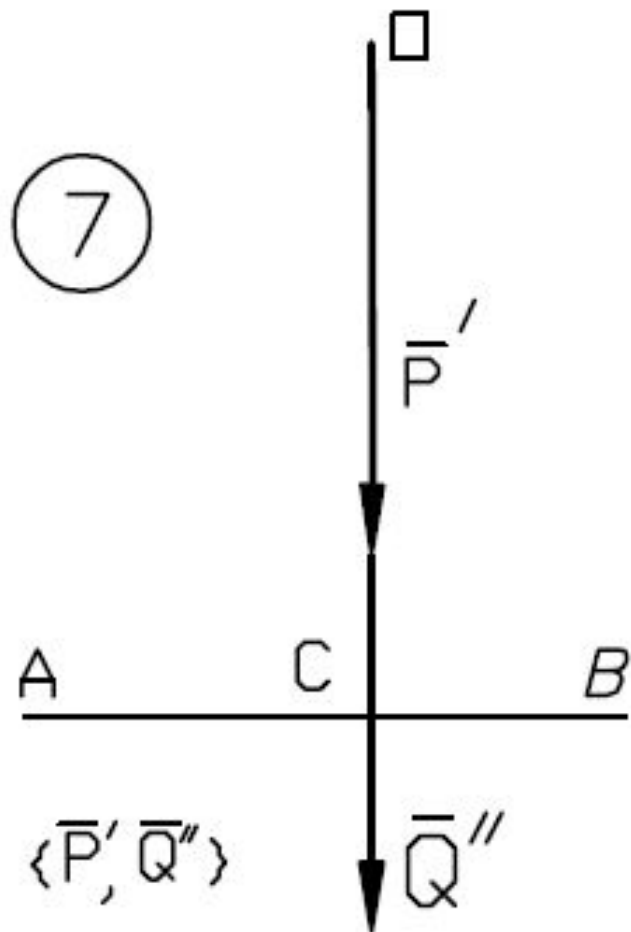




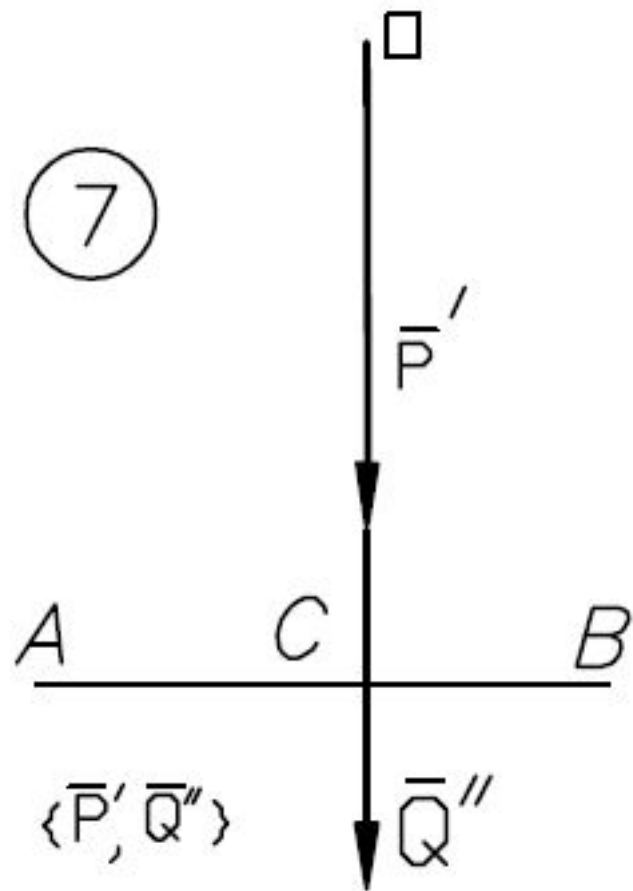
⑥



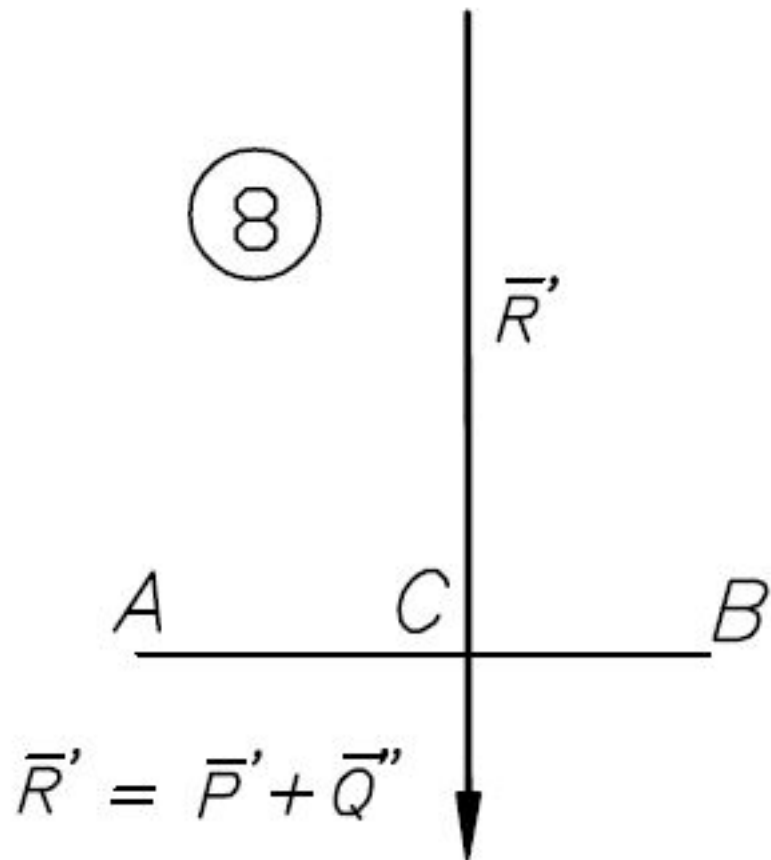
⑦

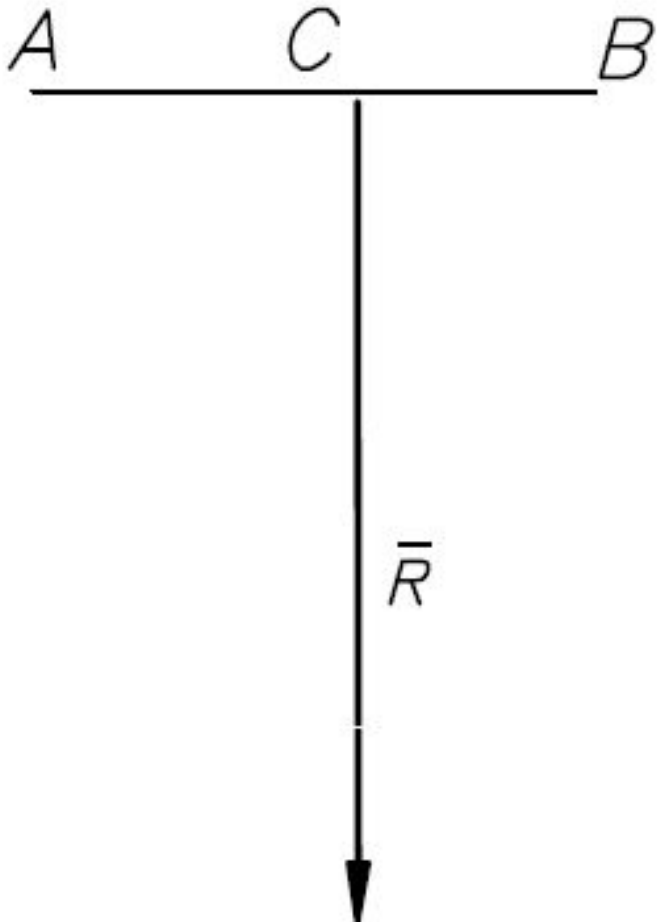
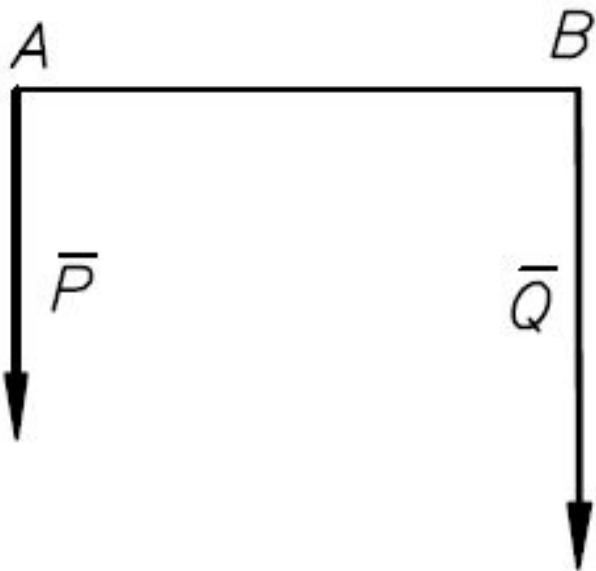


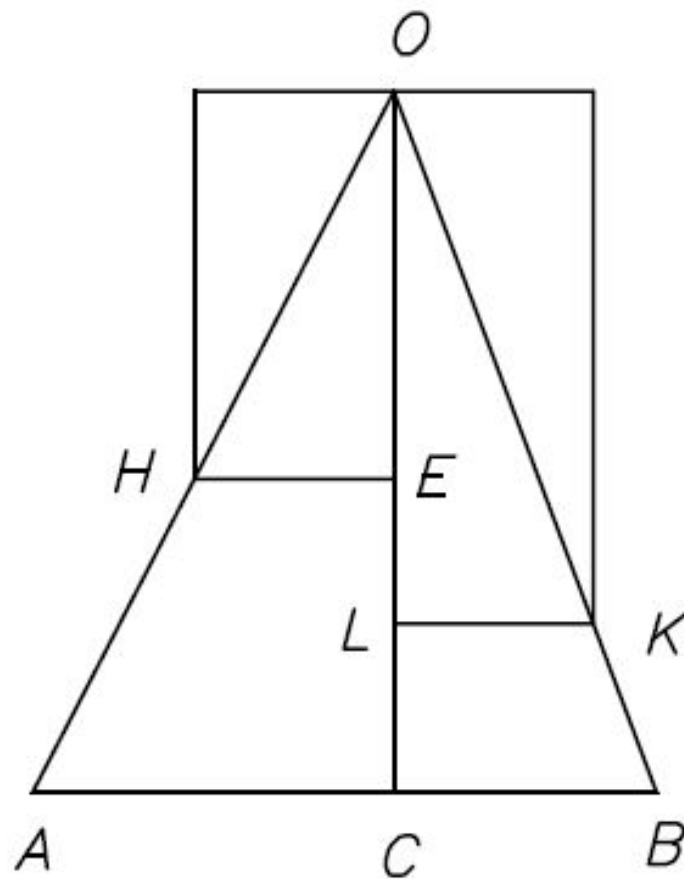
7



8



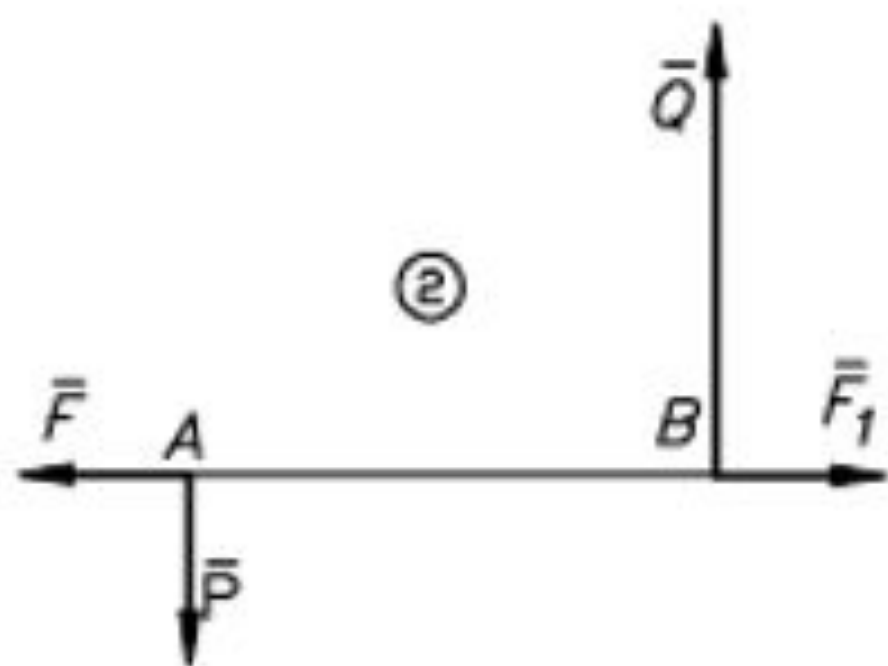
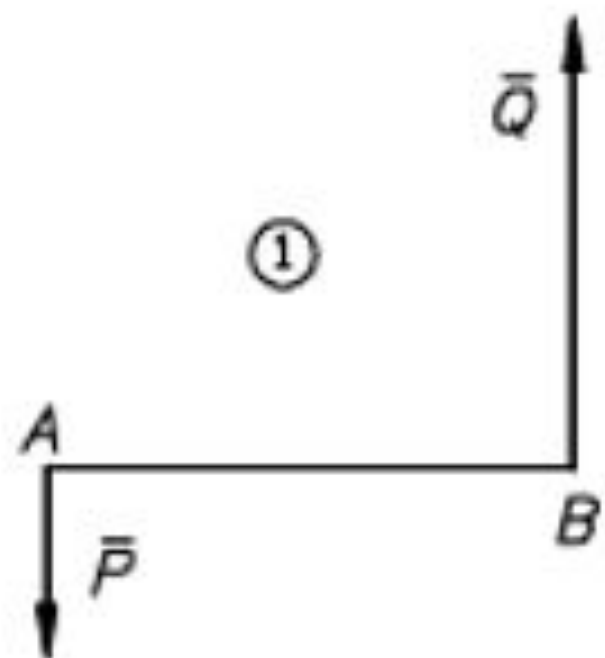


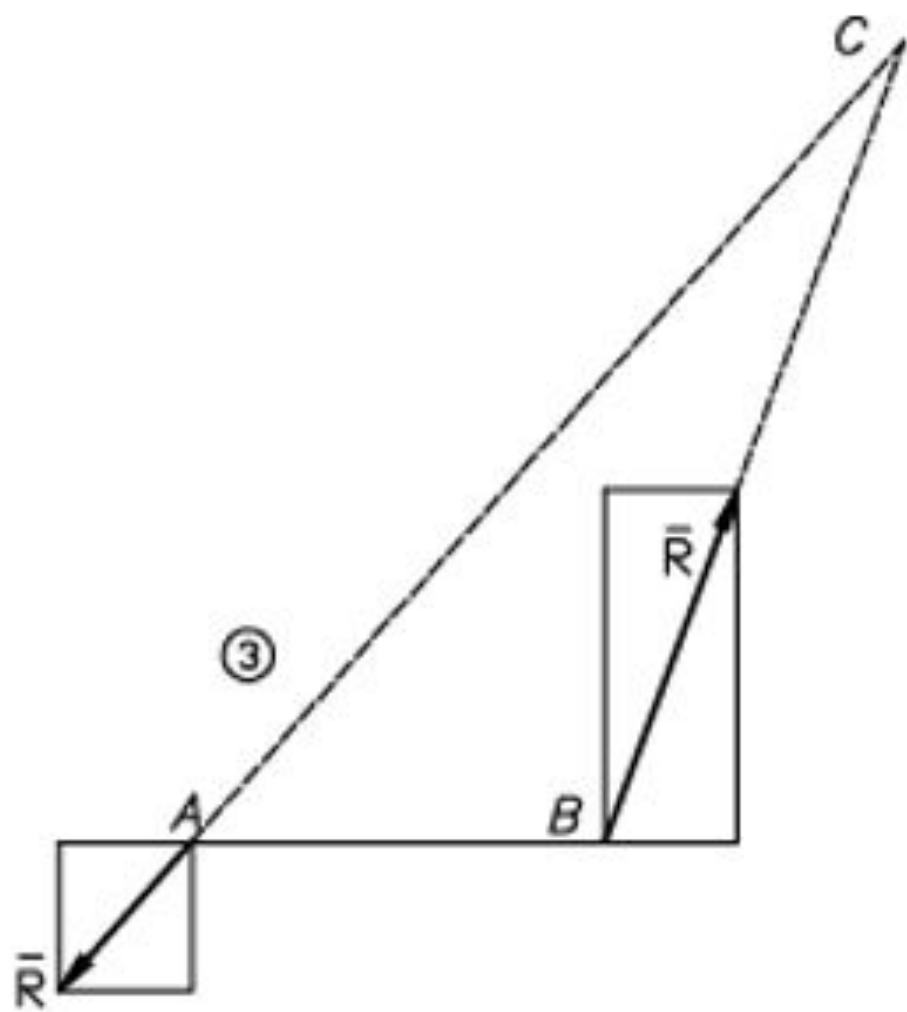
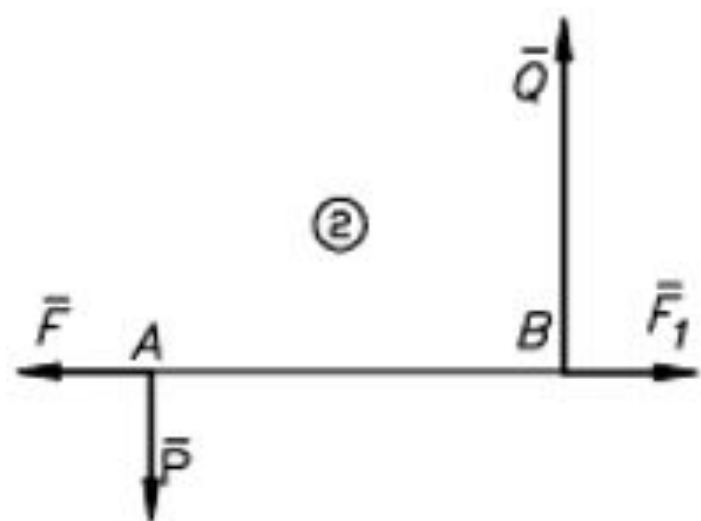


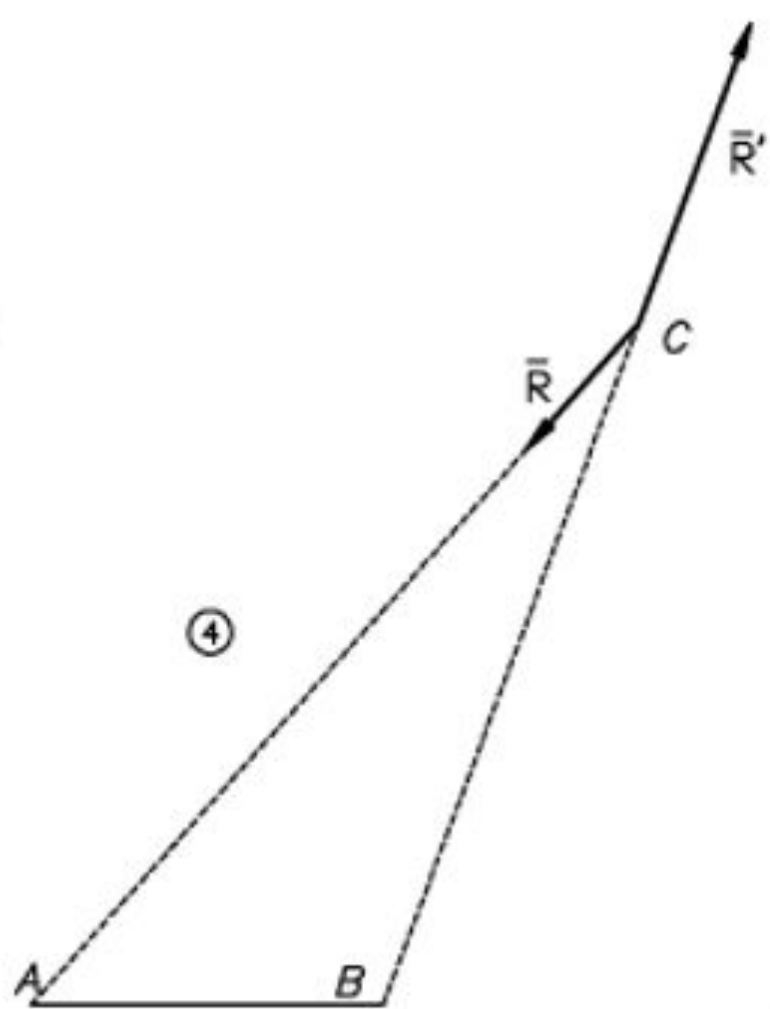
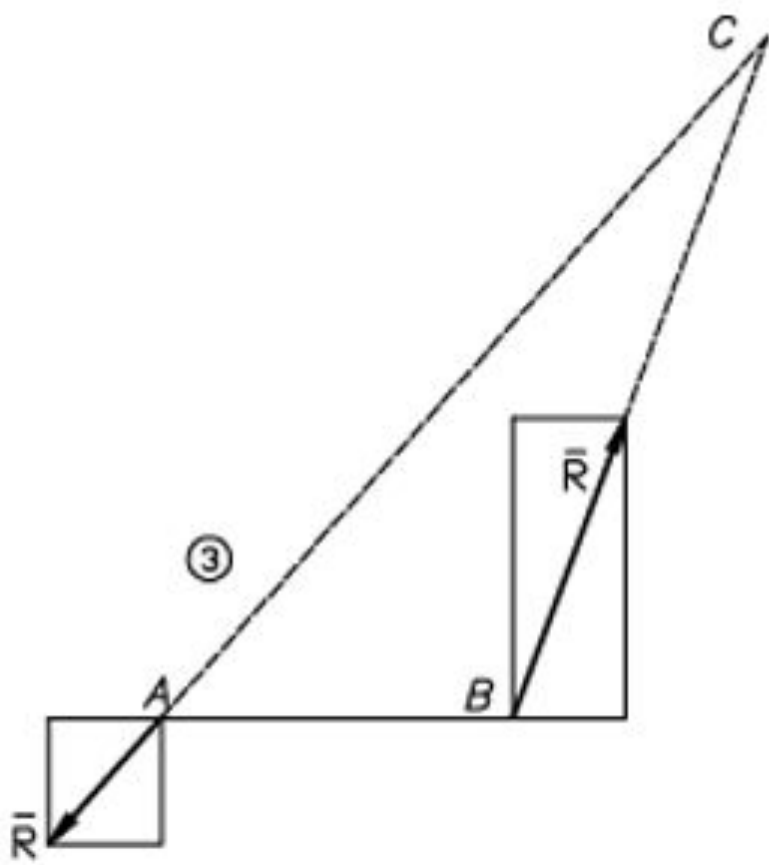
$$\frac{HE}{OE} = \frac{AC}{OC}; \quad HE = OE \frac{AC}{OC}; \quad \frac{LK}{OL} = \frac{CB}{OC}; \quad LK = OL \frac{CB}{OC};$$

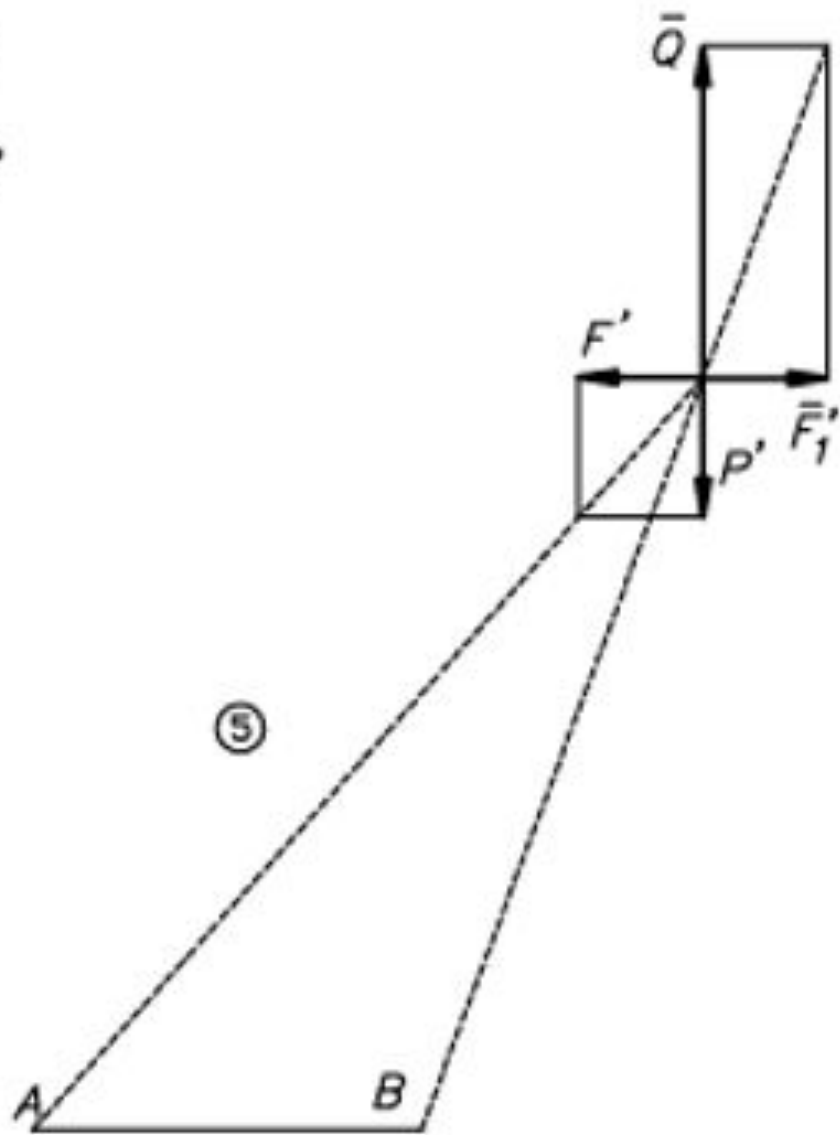
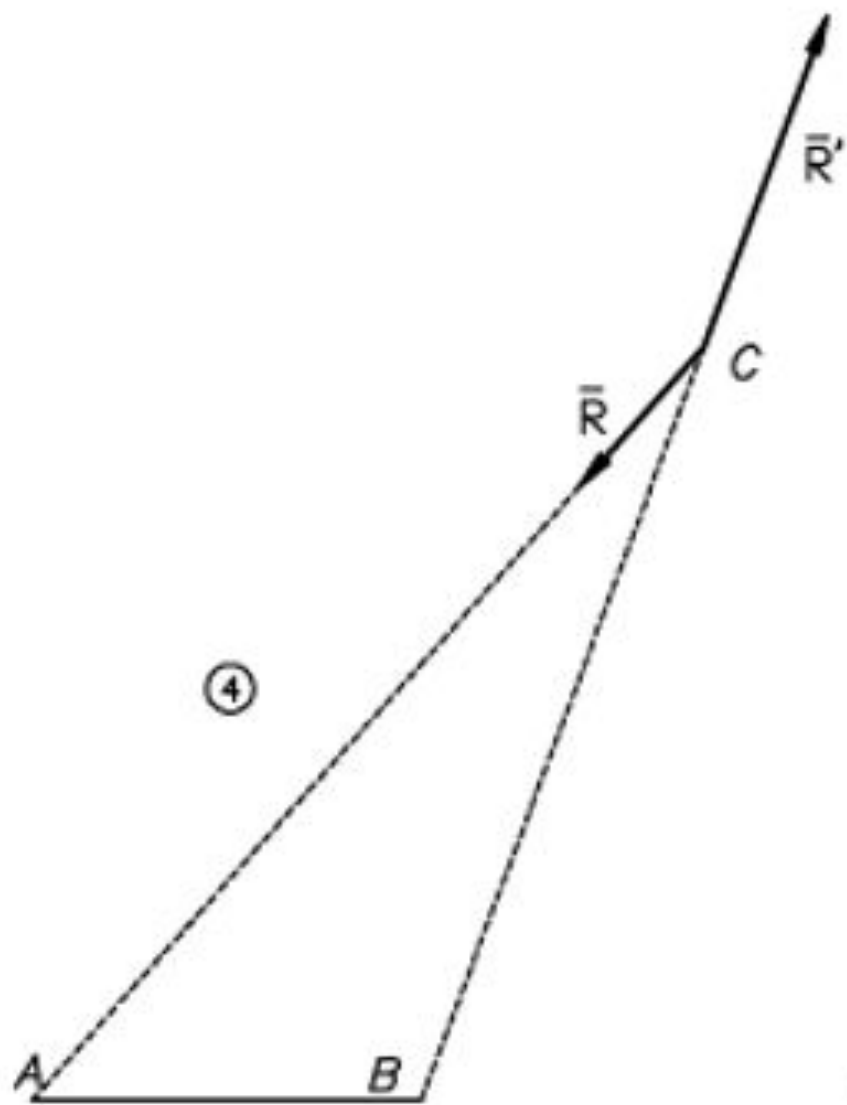
$$HE = LK; \quad OE \frac{AC}{OC} = OL \frac{CB}{OC}; \quad \frac{AC}{CB} = \frac{OL}{OE}; \quad \frac{AC}{CB} = \frac{Q}{P}$$

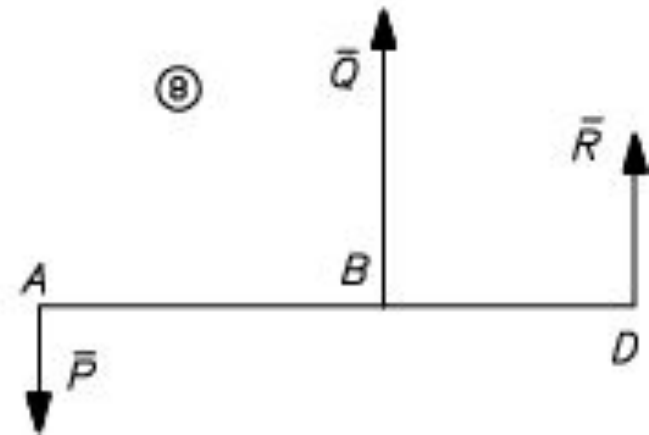
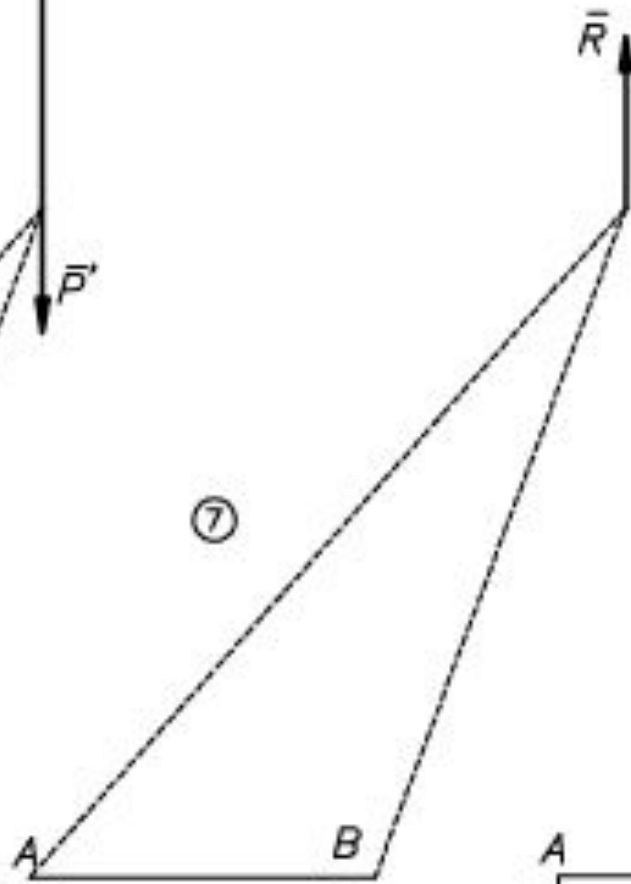
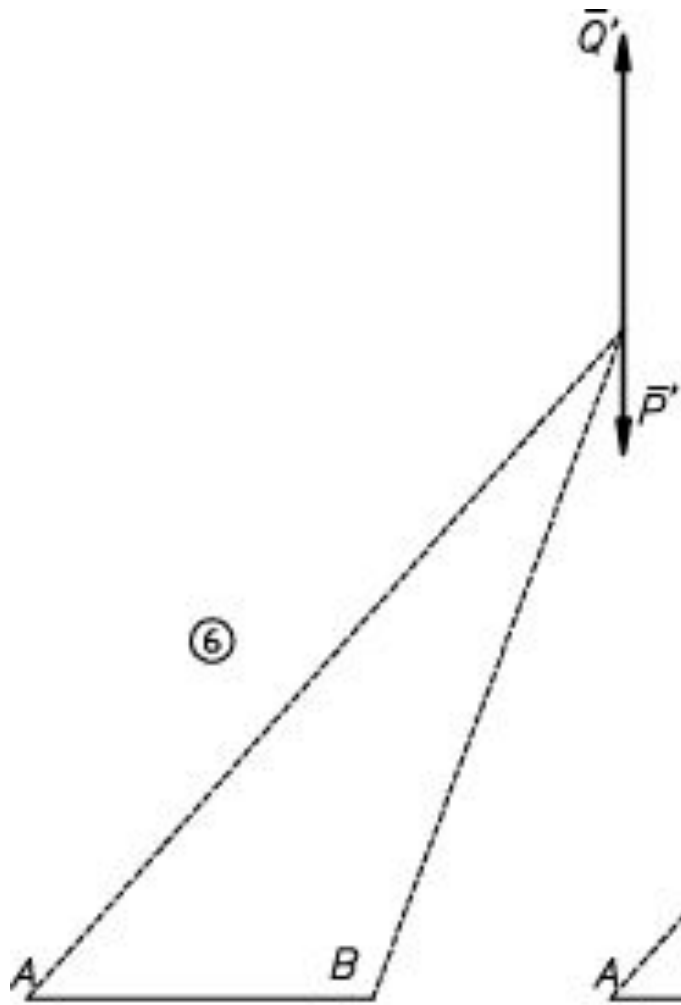
**Равнодействующая
параллельных сил,
направленных
в разные стороны,
не равных по модулю**



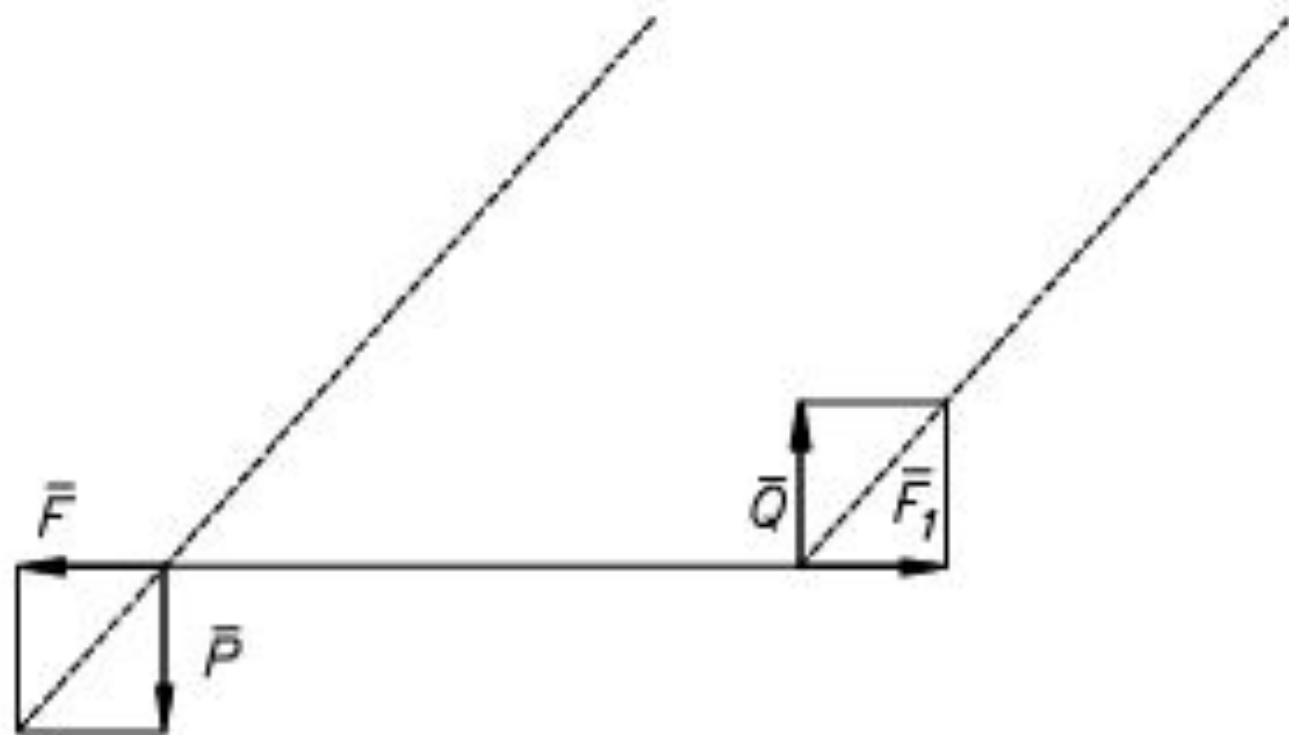




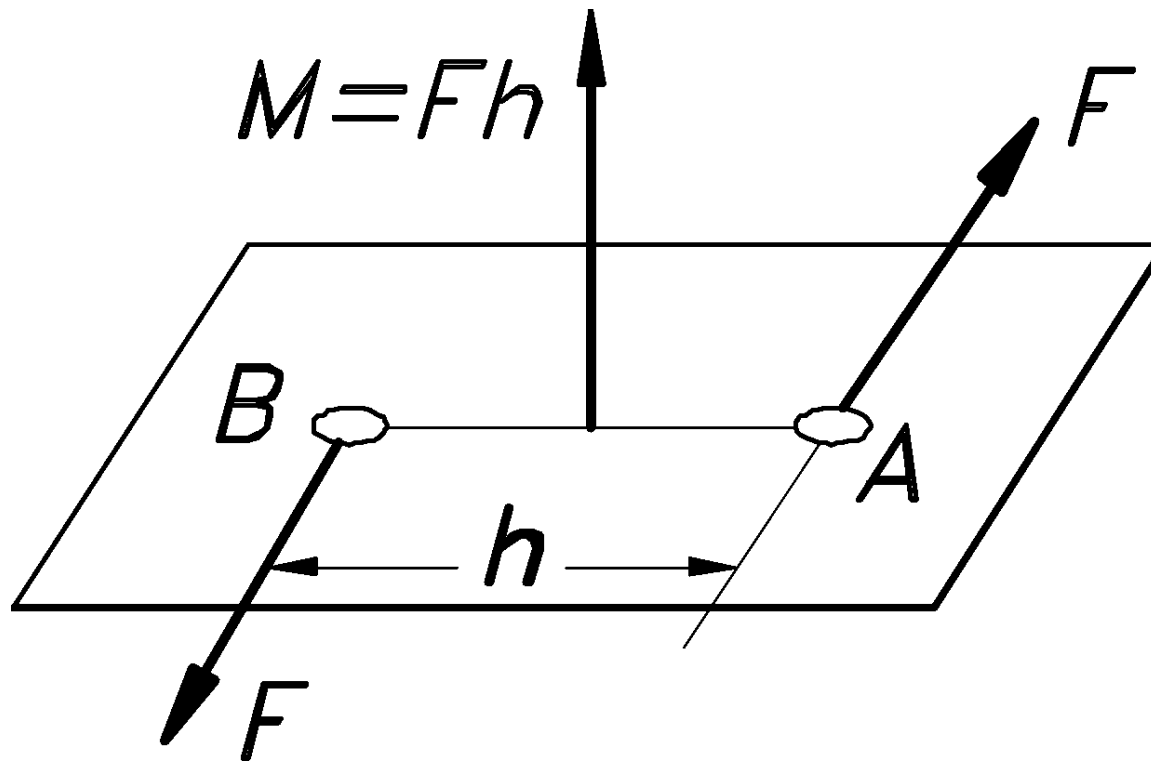




В случае $P = Q$ образуется пара сил



Момент пары - величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля одной из сил пары на ее плечо



МОМЕНТ СИЛ ПАРЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОЛЬНОГО ЦЕНТРА :

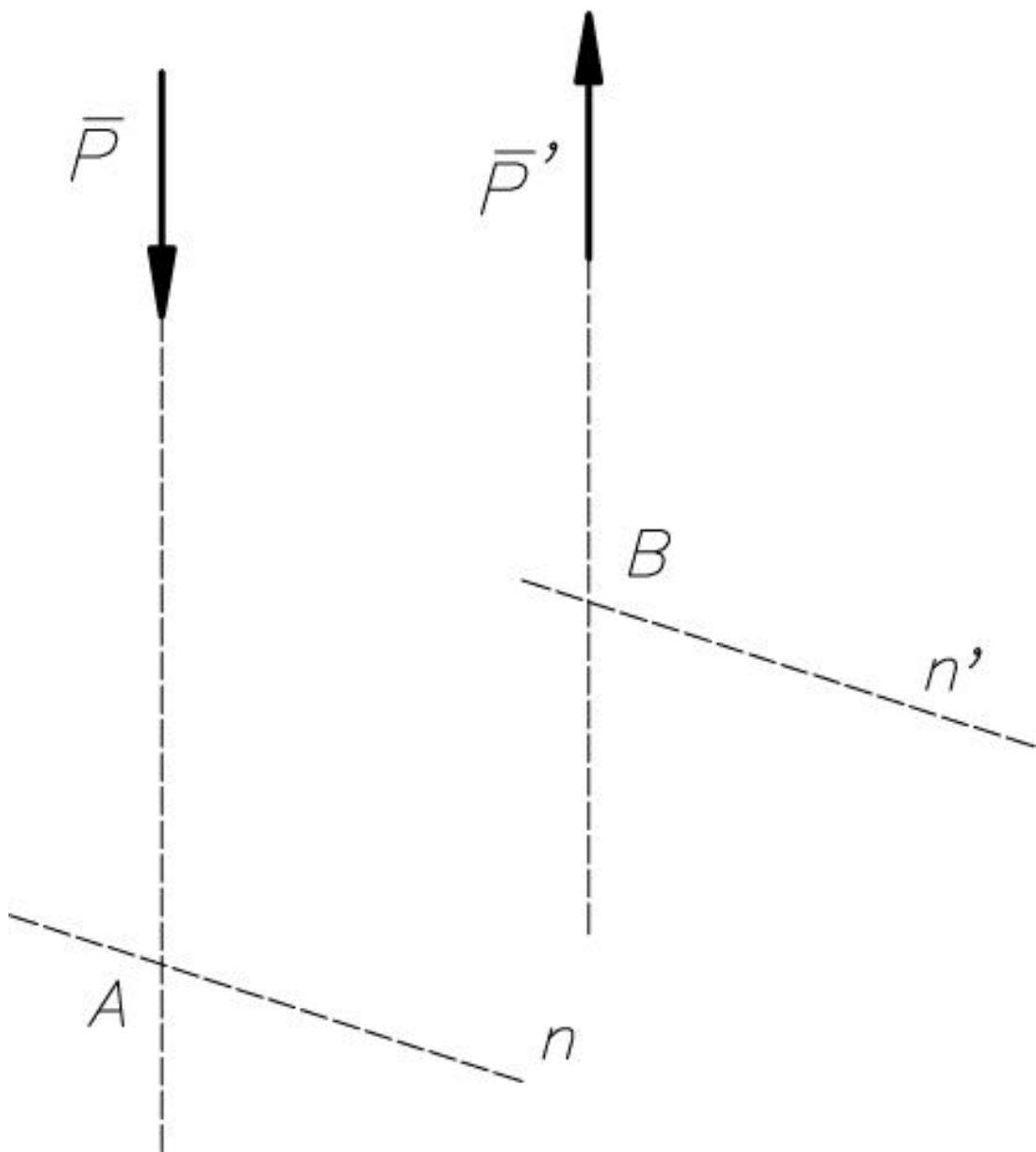
геометрическая сумма моментов сил пары относительно любого центра, как лежащего в плоскости ее действия,

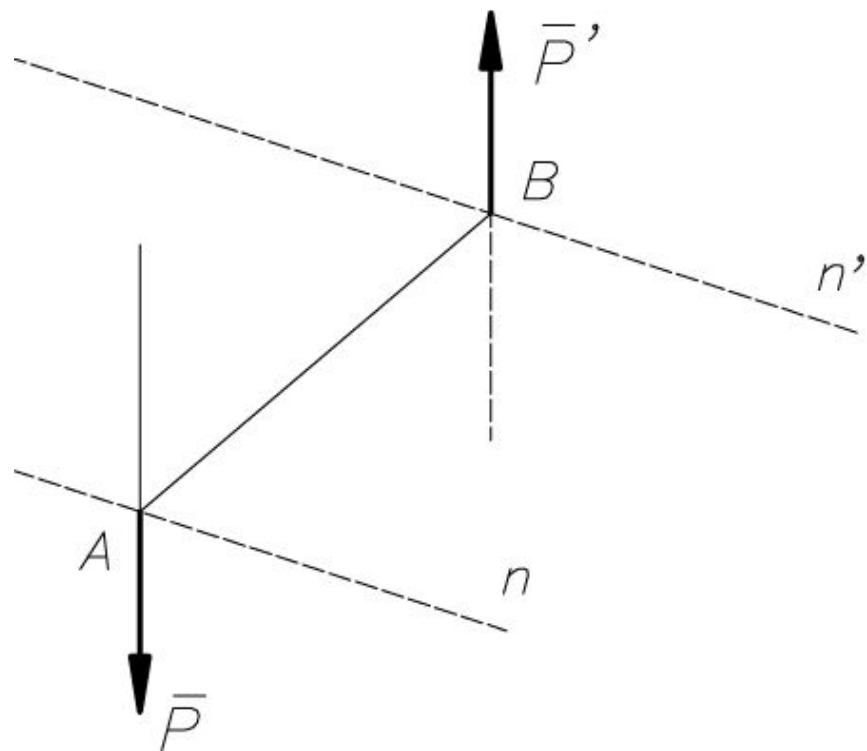
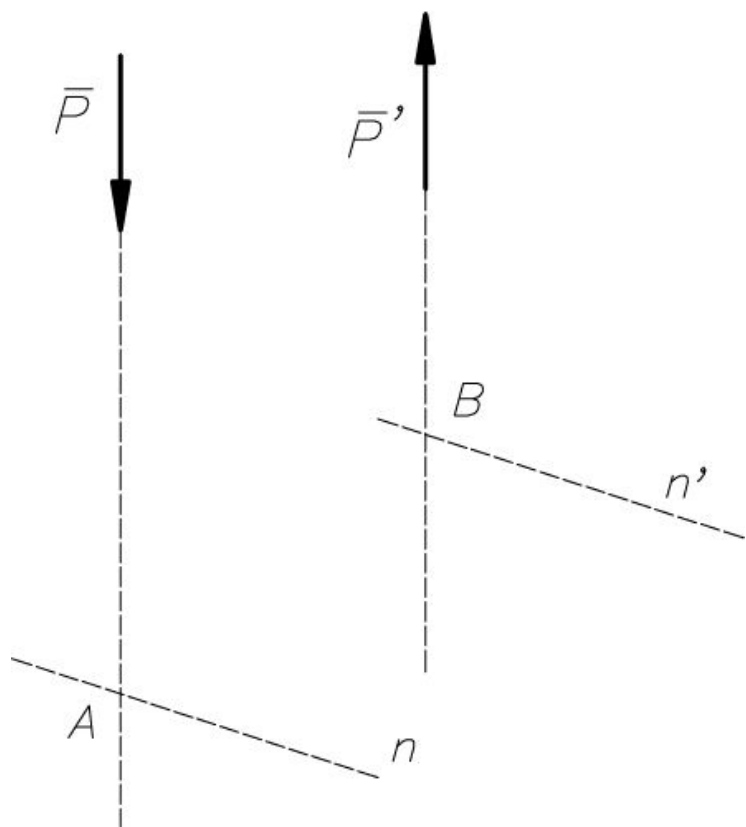
так и в пространстве, не зависит от выбора этого центра и равна моменту пары

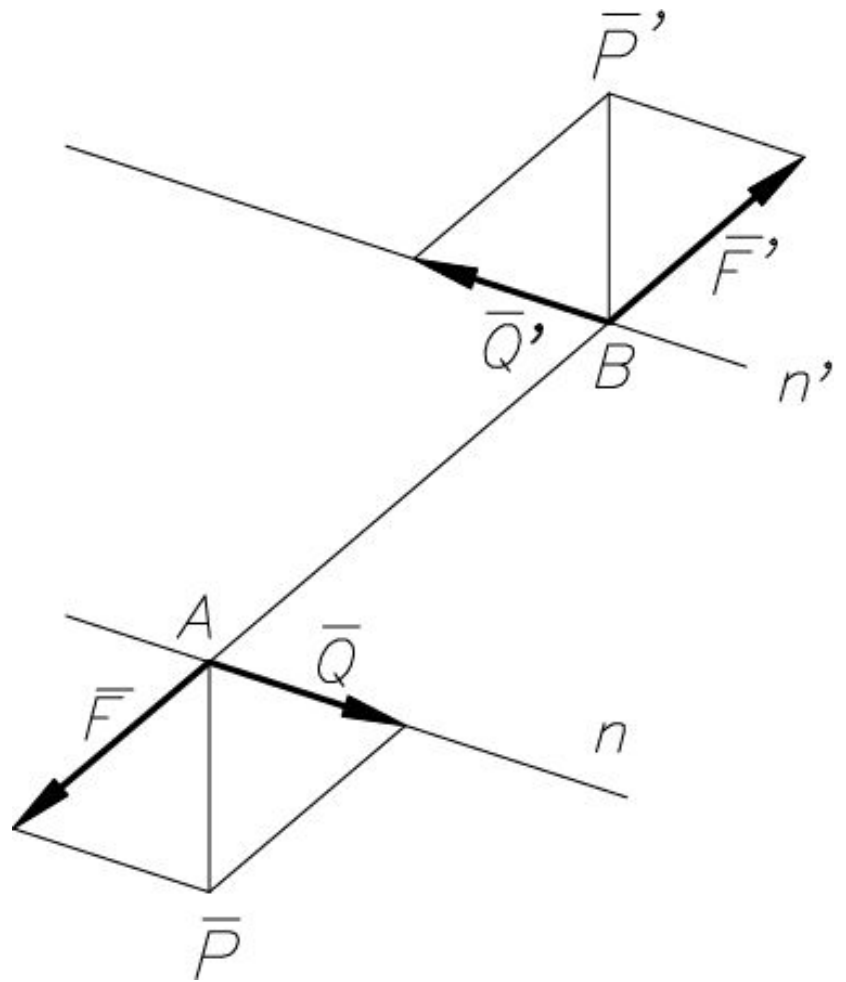
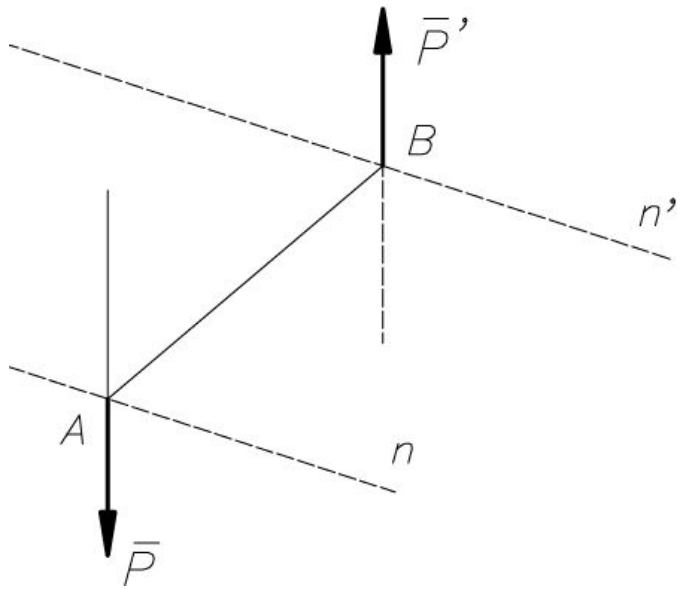
Эквивалентность пар на плоскости

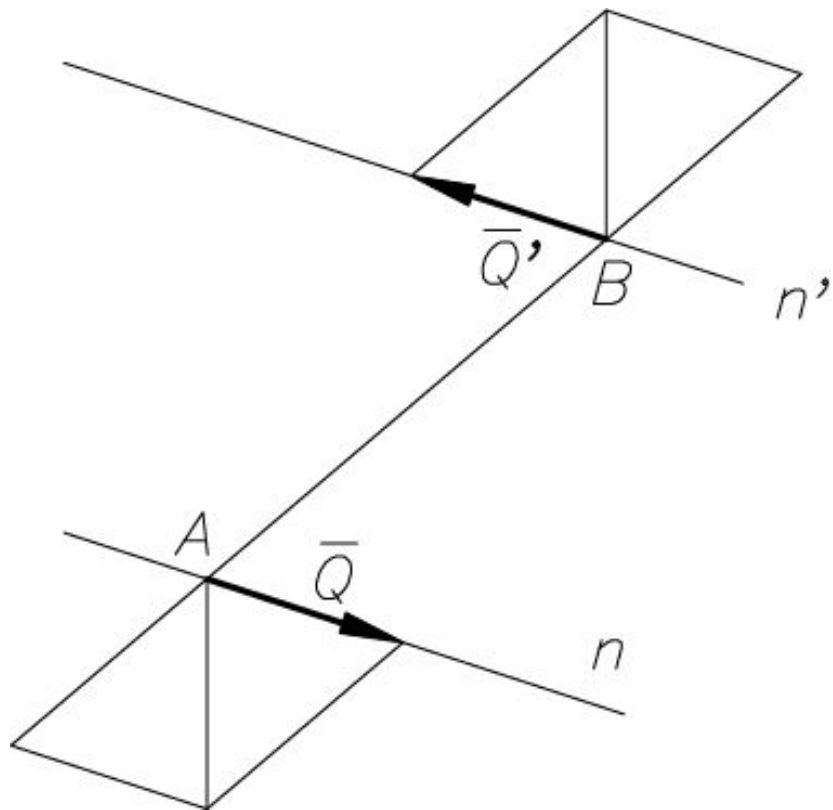
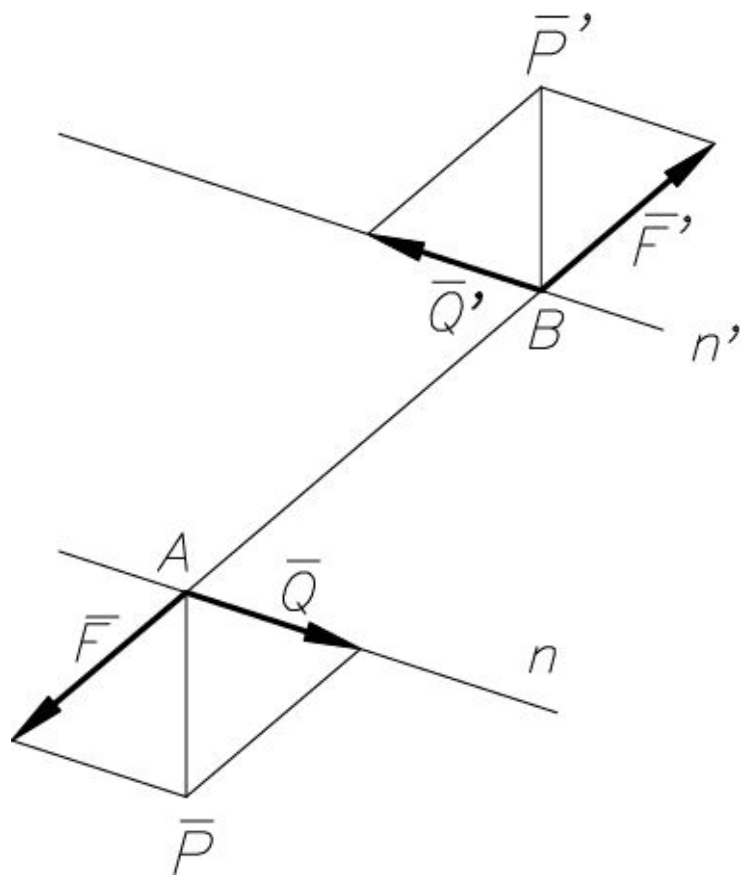
*Не изменяя оказываемого на тело действия,
можно пару сил,
приложенную к абсолютно твердому телу,
заменить
любой другой парой,
лежащей в **той же плоскости**
и имеющей **тот же момент***

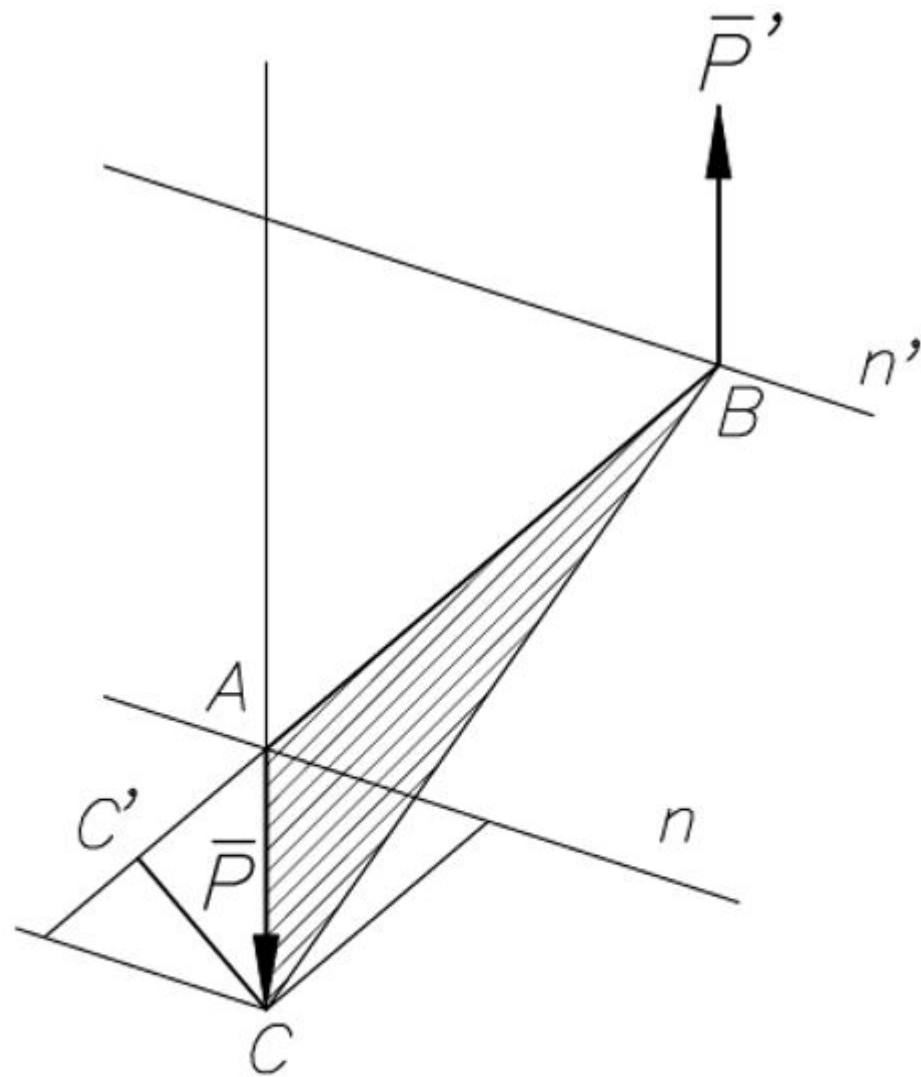






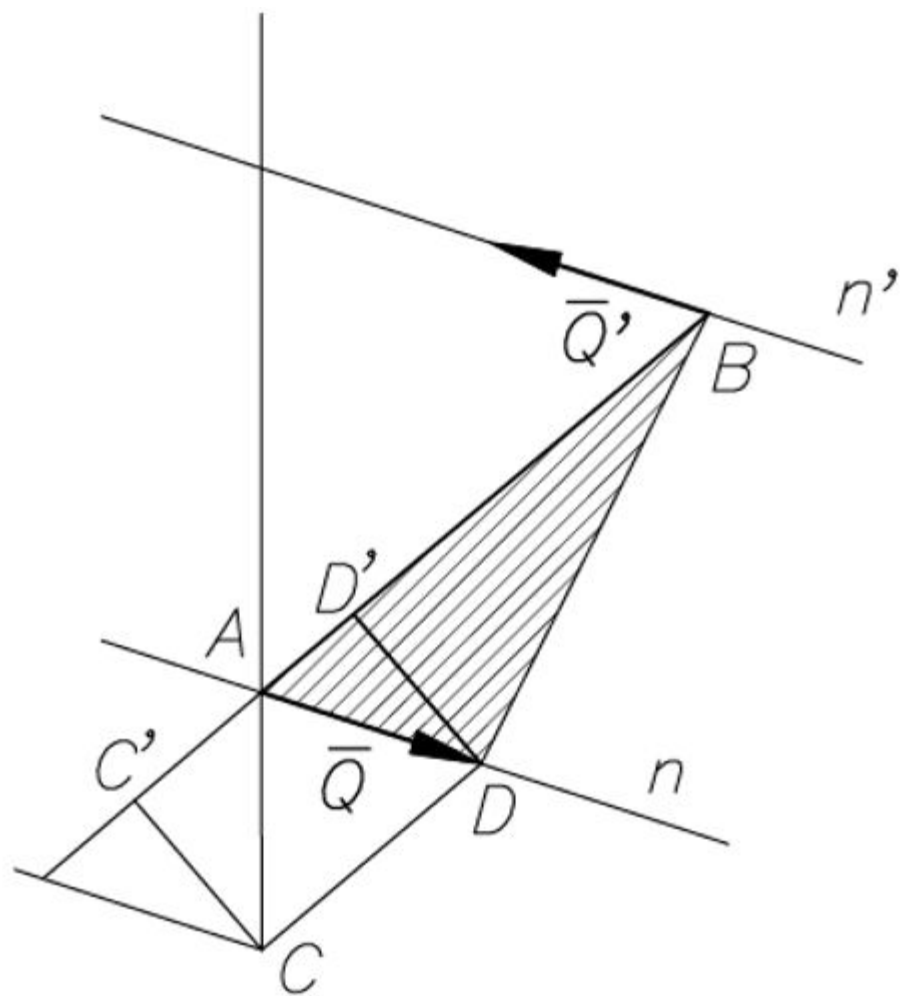




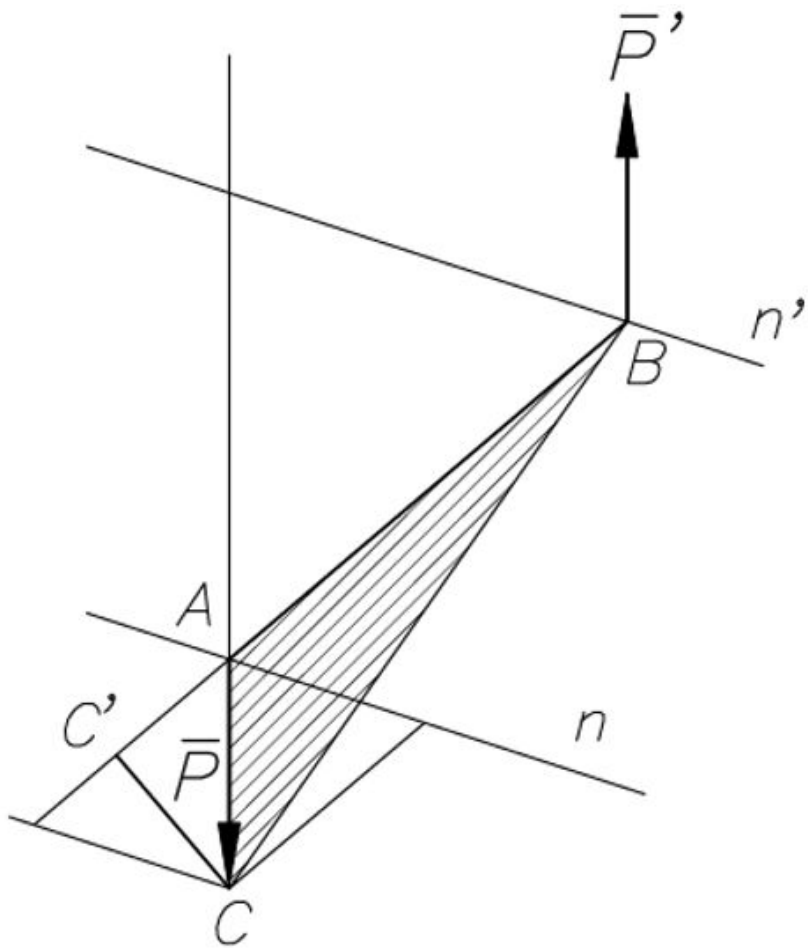


$$m_B(\vec{P}) = 2 n_{\perp} \Delta ABC =$$

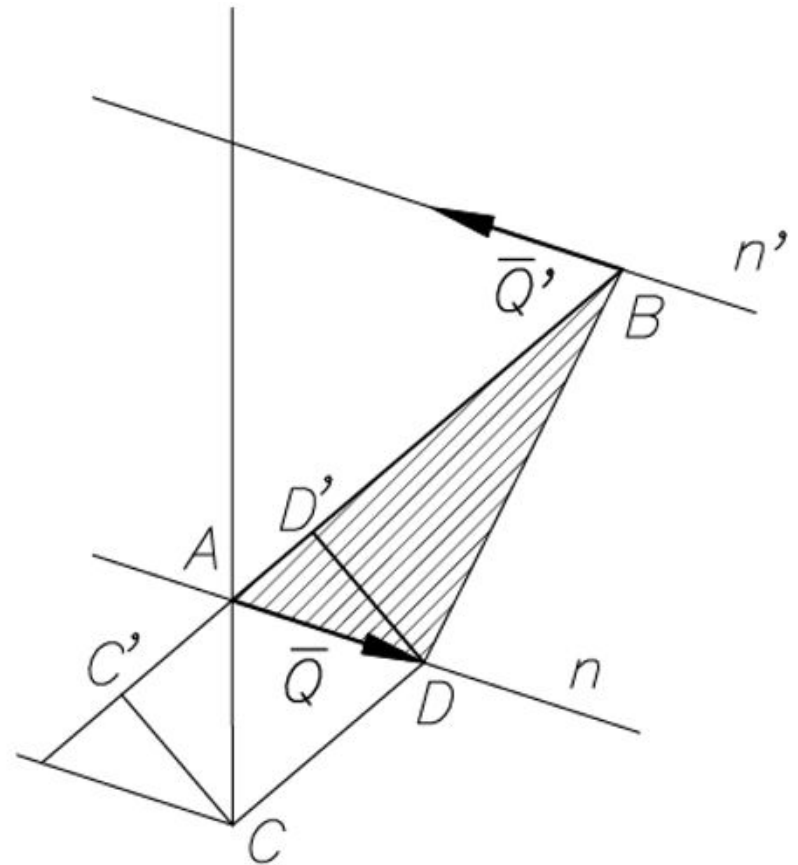
$$= AB \times CC'$$



$$m_B(\bar{Q}\bar{Q}') = 2 \text{пл.} \Delta ABD = \\ = AB \times DD' = AB \times CC'$$



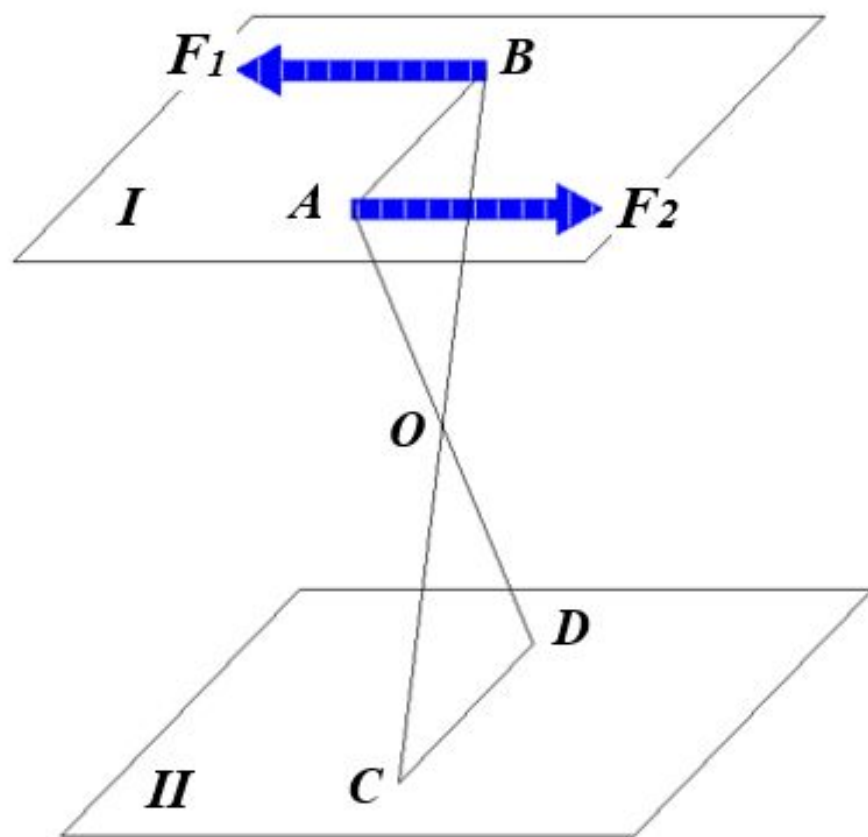
$$m_B(\bar{P}\bar{P}') = 2 \text{пл.}\Delta ABC = \\ = AB \times CC'$$

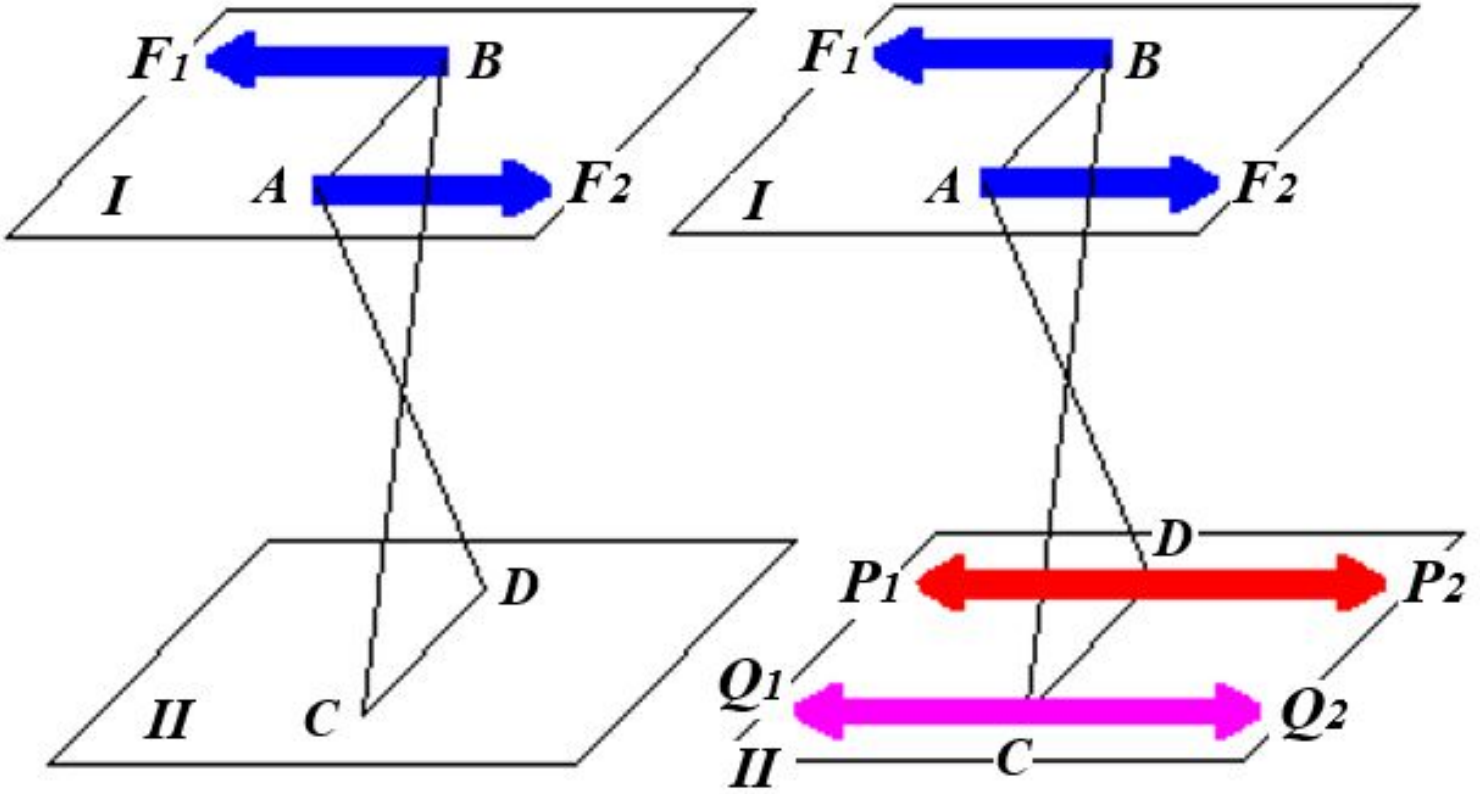


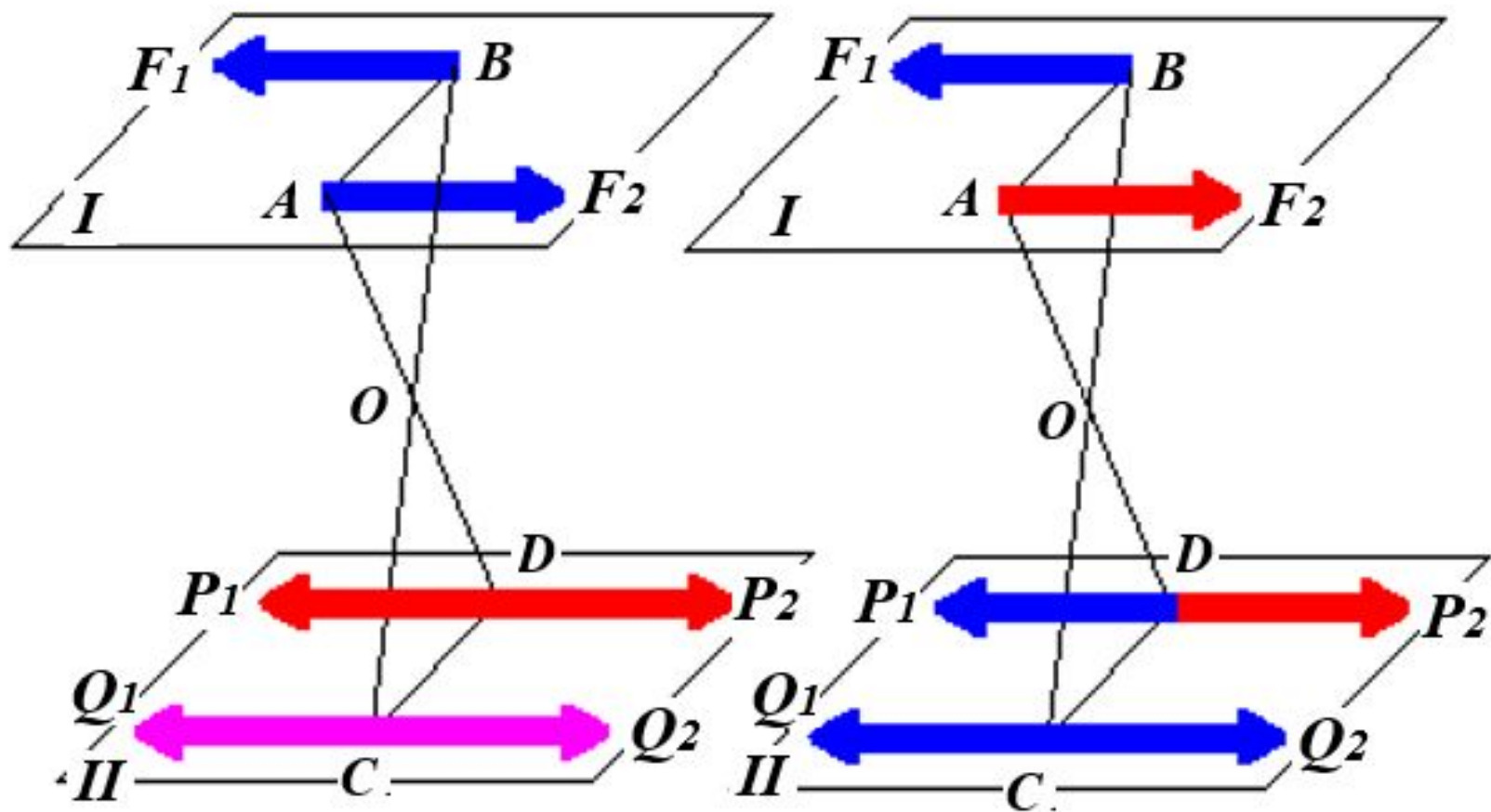
$$m_B(\bar{Q}\bar{Q}') = 2 \text{пл.}\Delta ABD = \\ = AB \times DD' = AB \times CC'$$

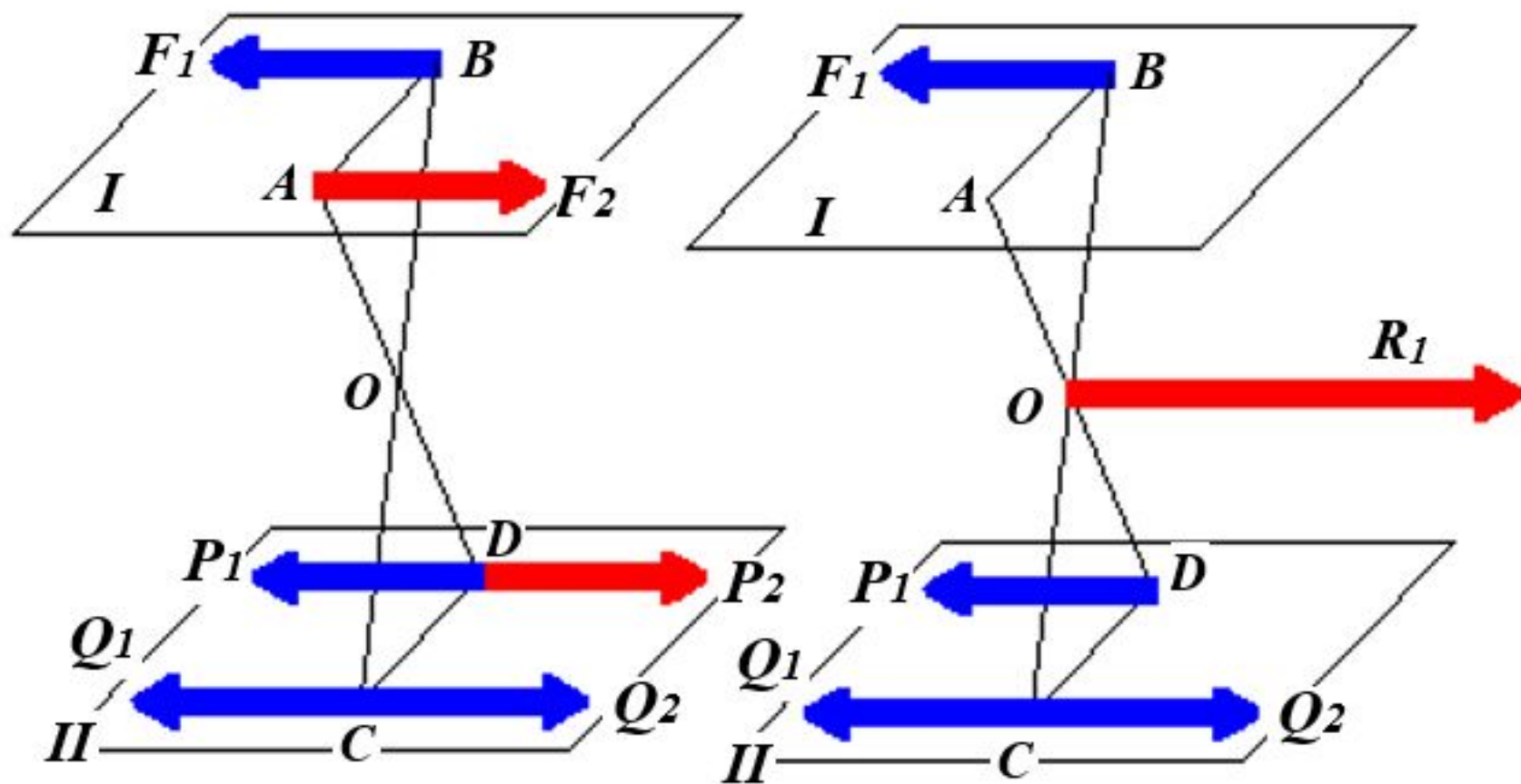
Эквивалентность пар в пространстве

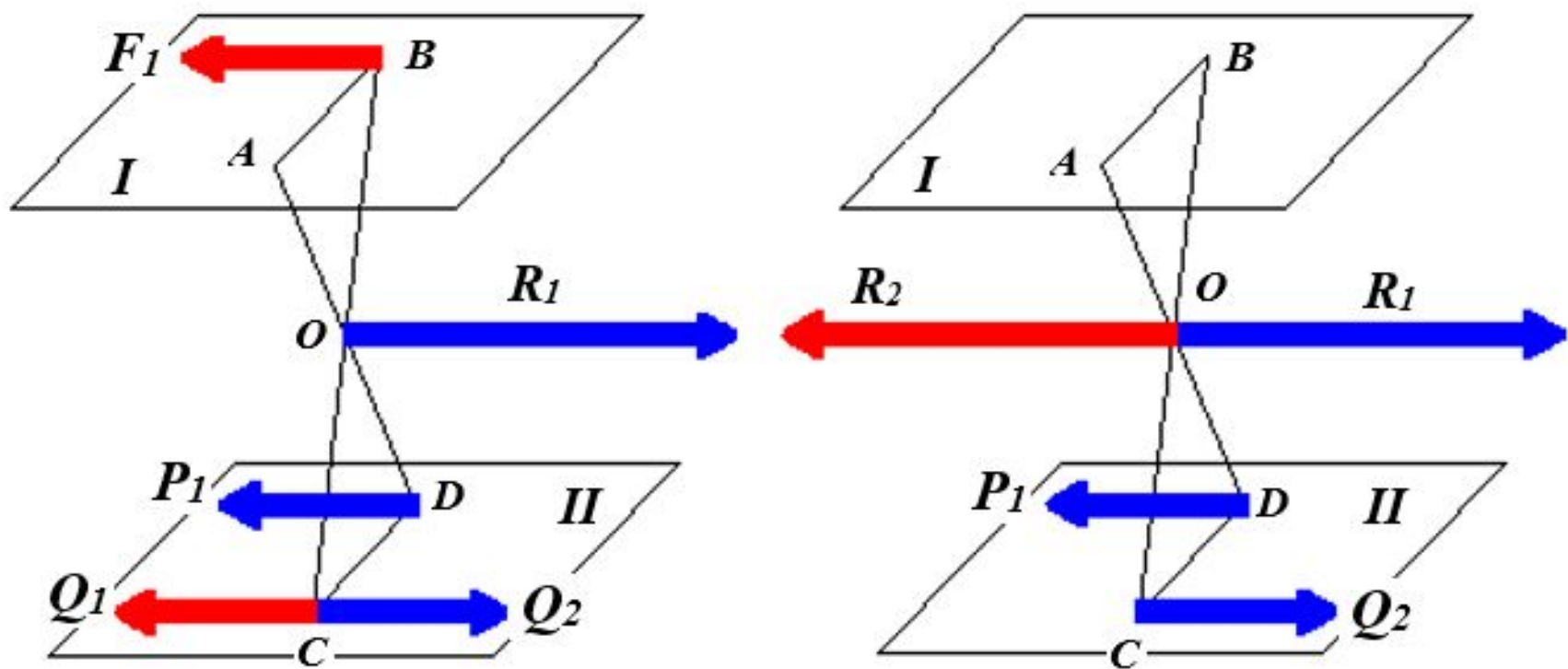
*Не изменяя оказываемого на тело
действия,
можно пару сил,
приложенную к абсолютно твердому телу,
заменить
любой другой парой,
лежащей в плоскости, параллельной
начальной
и имеющей тот же момент*

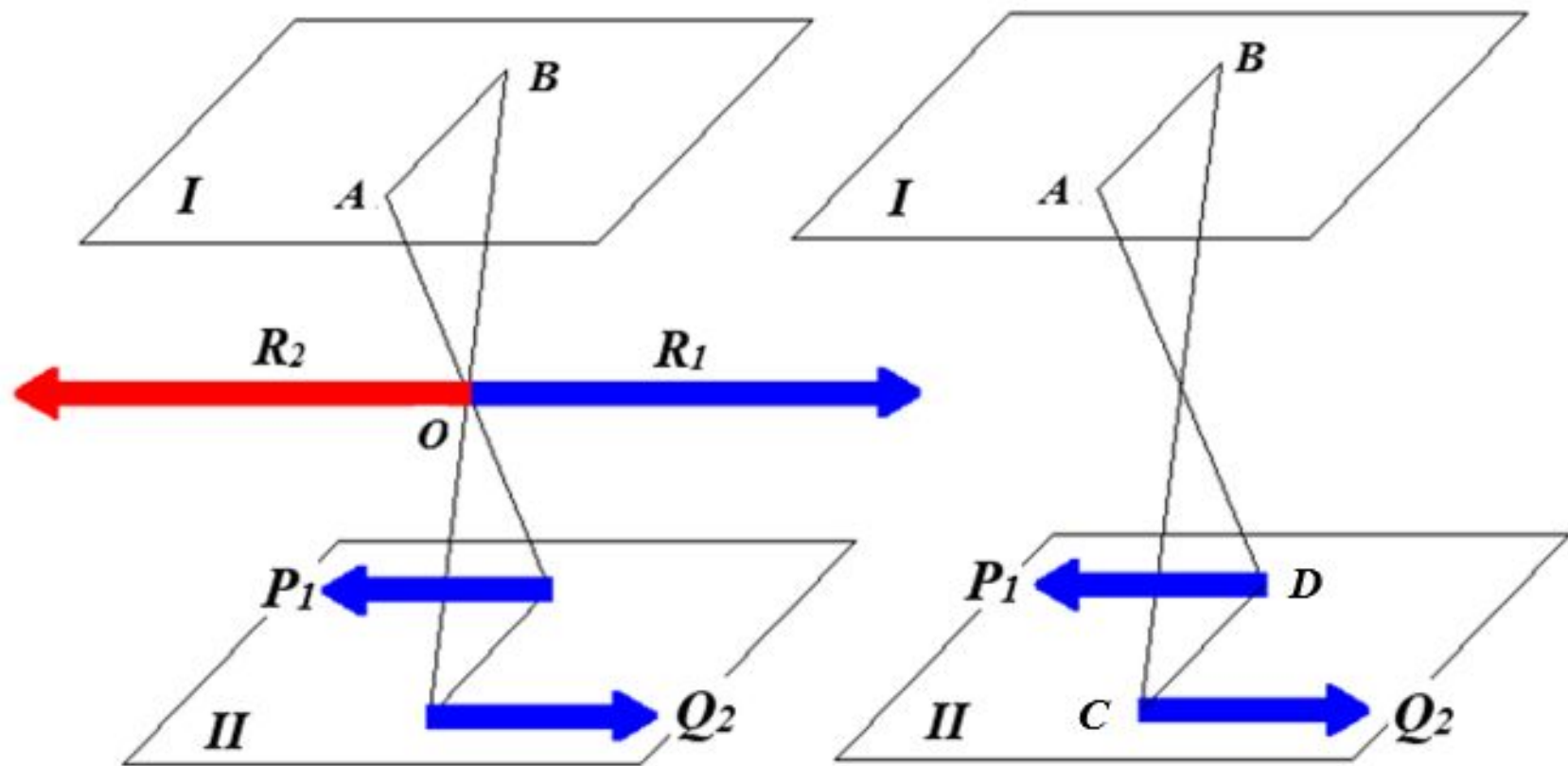


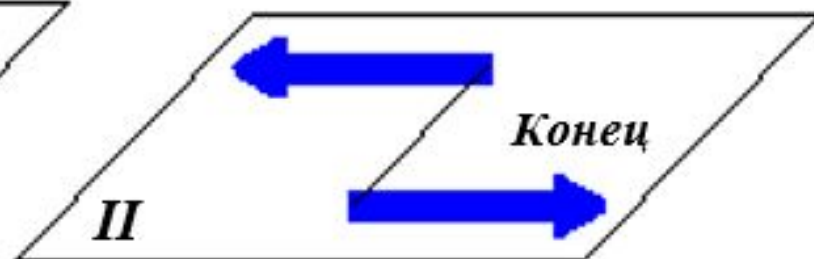
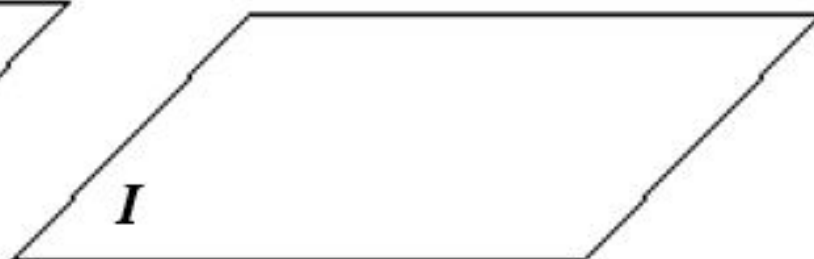
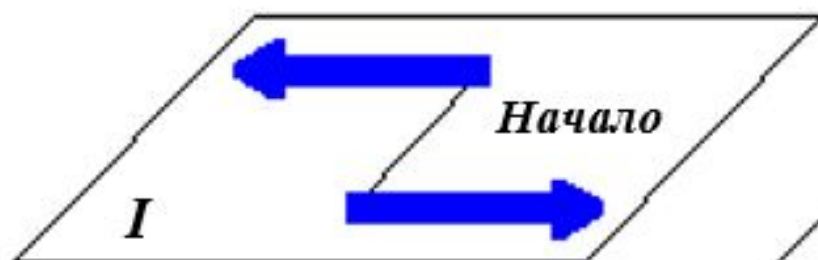








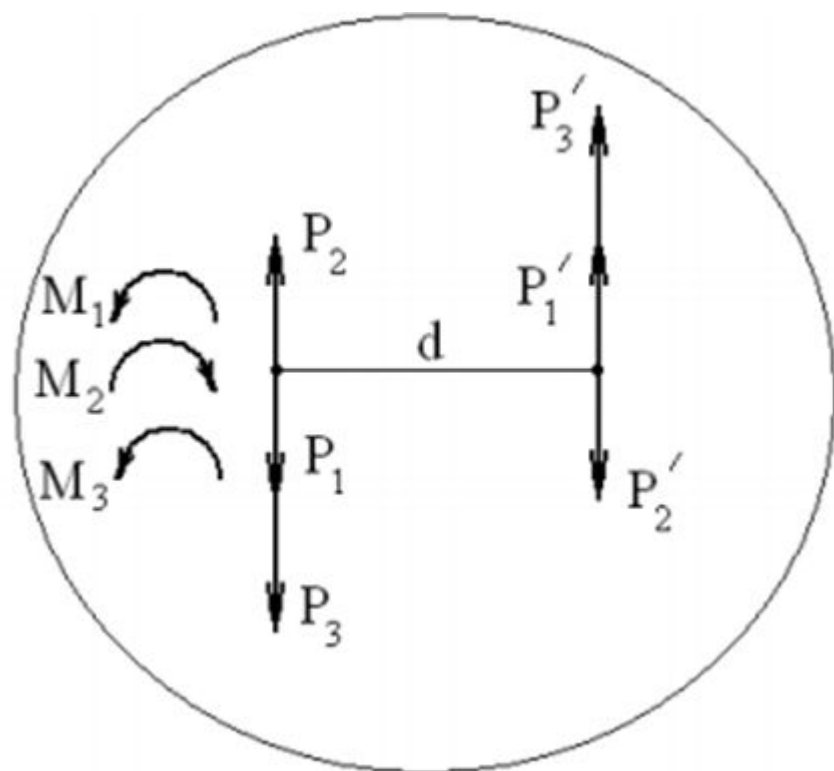




Что и требовалось доказать

**Теорема о сложении пар
на плоскости:**

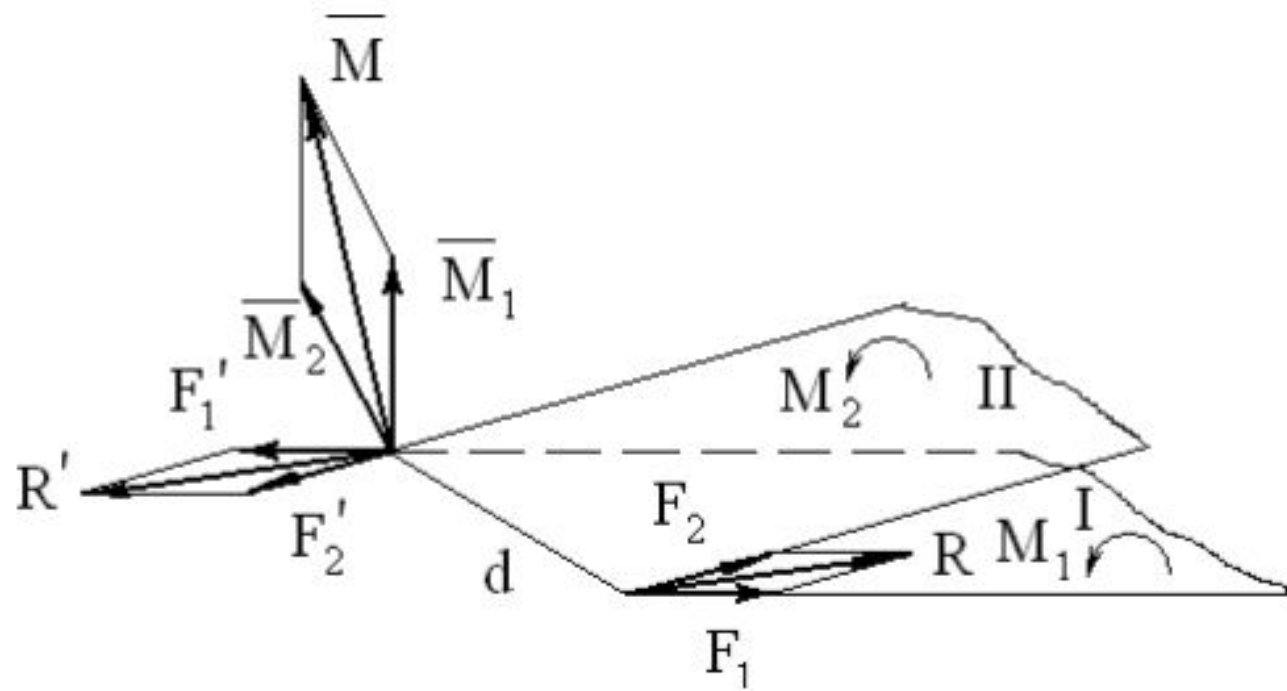
*система пар,
лежащих в одной плоскости,
эквивалентна одной паре,
лежащей в той же плоскости
и имеющей момент,
равный алгебраической сумме
моментов слагаемых пар*



$$M = R \cdot d = P_1 \cdot d - P_2 \cdot d + P_3 \cdot d = M_1 - M_2 + M_3$$

**Теорема о сложении пар
в пространстве:**

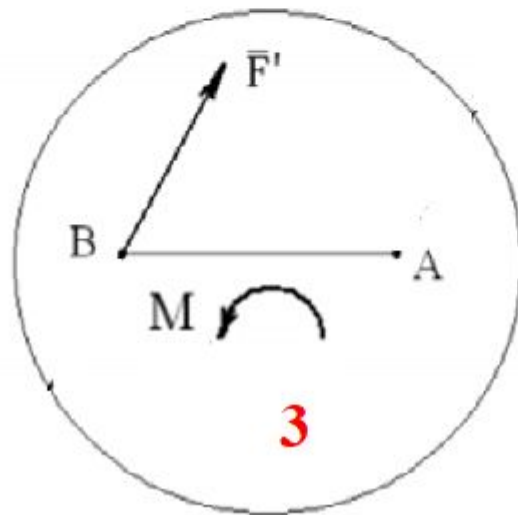
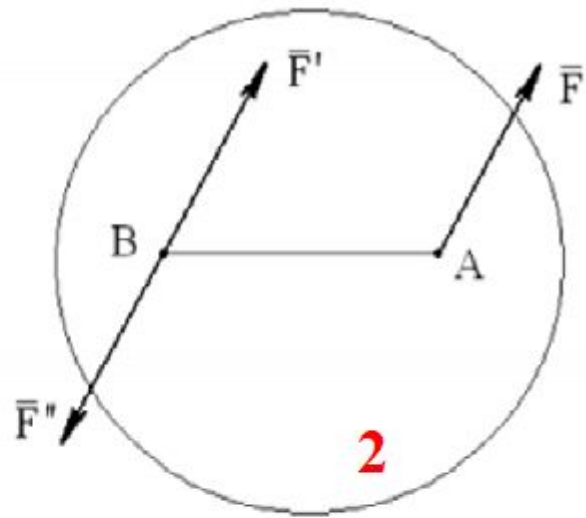
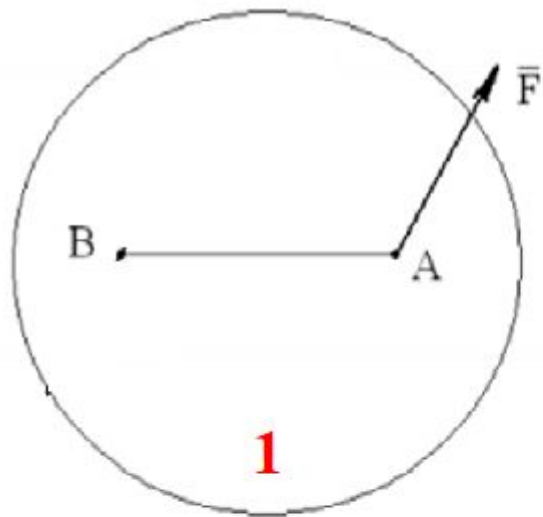
*любая система пар, действующих на
абсолютно твердое тело, эквивалентна
одной паре с моментом, равным геоме
трической сумме моментов слагаемых пар*



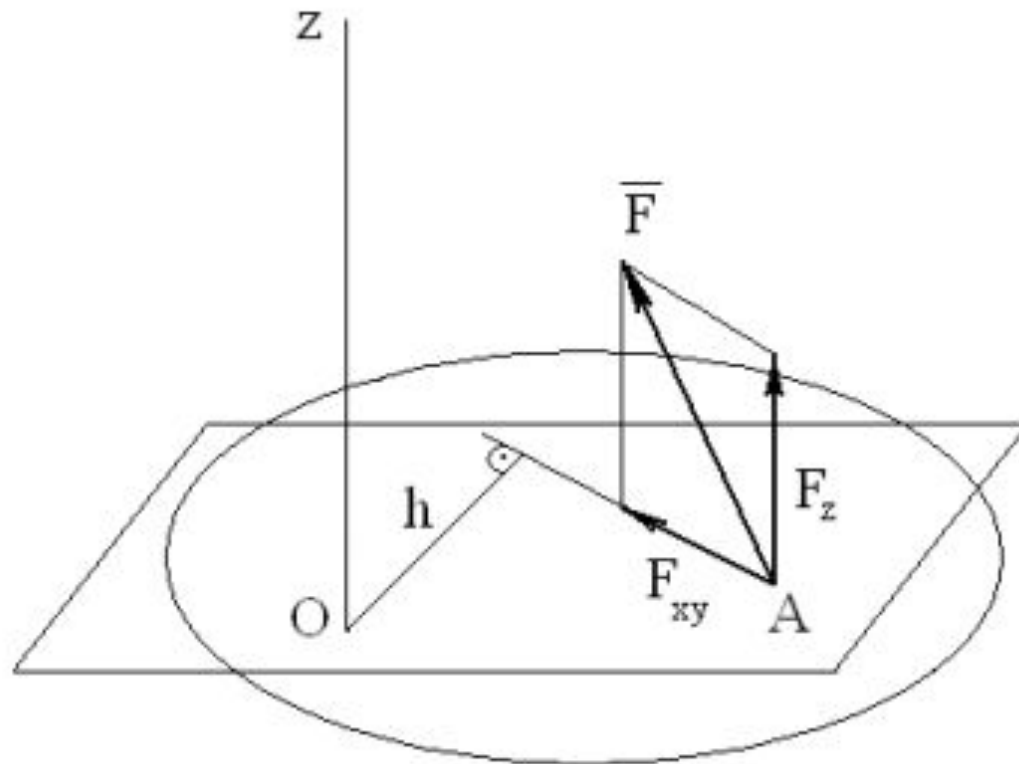
$$M = \bar{R} \times \bar{d} = \bar{F}_1 \times \bar{d} + \bar{F}_2 \times \bar{d} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$$

Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо):

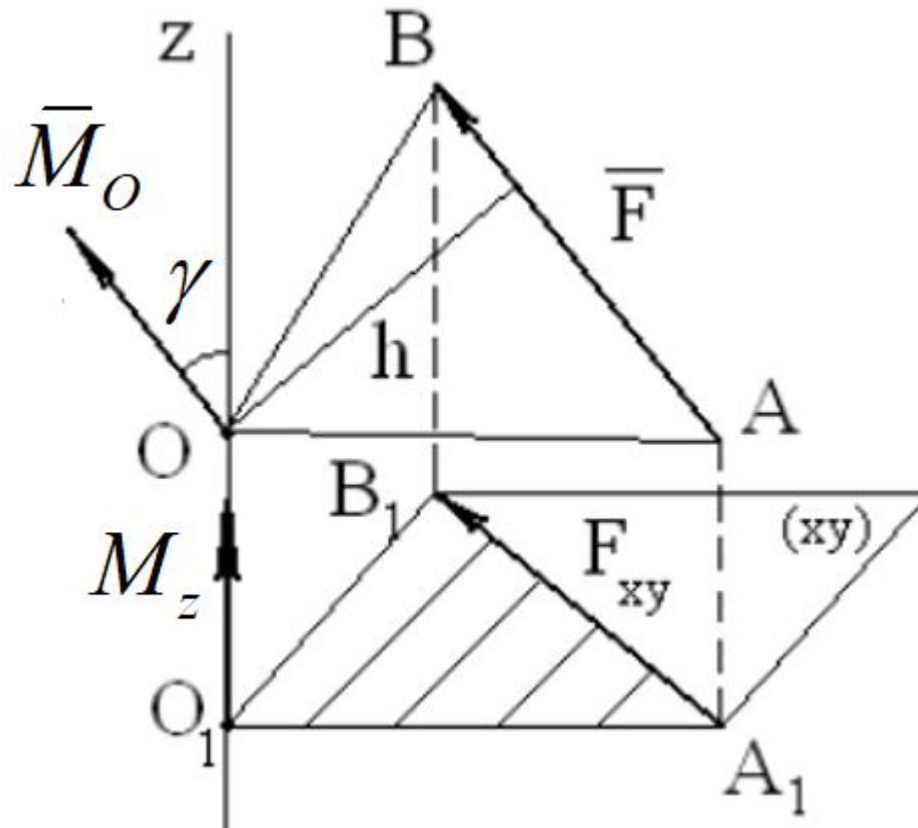
*силу, приложенную к абсолютно твердому телу,
можно, не изменяя оказываемого действия,
переносить параллельно ей самой в любую точку
тела,
прибавляя при этом пару с моментом,
равным моменту переносимой силы относительно
точки,
куда сила переносится*



Момент силы относительно оси



**Зависимость между моментами силы
относительно центра и относительно оси**



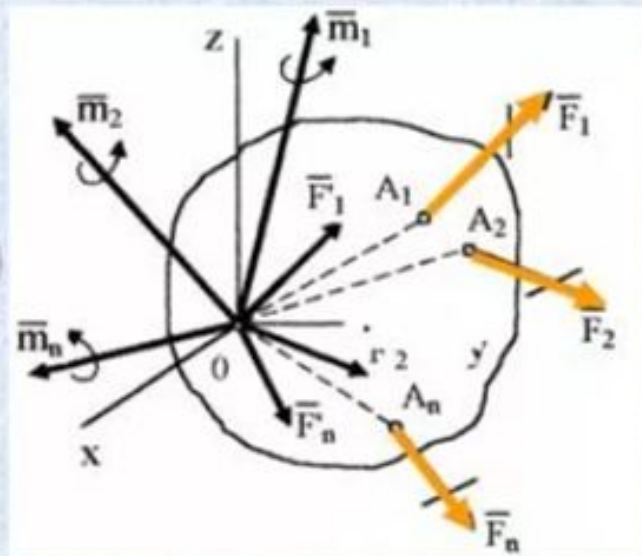
Основная теорема статики

Теорема. Произвольную систему сил можно заменить совокупностью одной силы, приложенной в произвольно выбранной точке (центре приведения) и равной главному вектору системы сил, и одной пары сил с моментом, равным главному моменту системы относительно этой точки.

Приведение системы сил к центру

$$(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n) = (\bar{F}'_1, \bar{F}'_2, \dots, \bar{F}'_n) + (\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_n)$$

$$\bar{F}'_1 = \bar{F}_1, \text{ и т.д. } \bar{m}_1 = \bar{m}_0(\bar{F}_1) \text{ и т.д.}$$



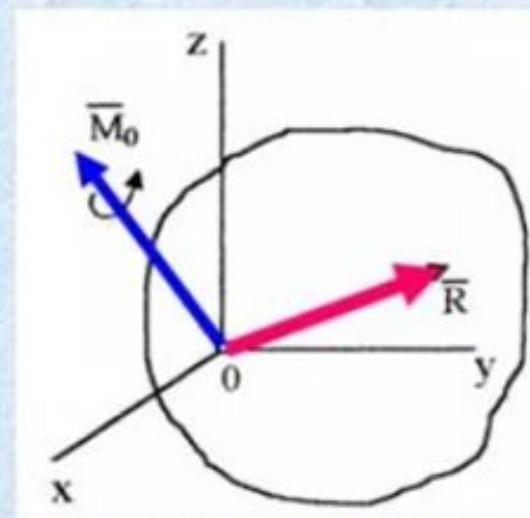
$$(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n) = \bar{R}, \bar{M}_0$$

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_k$$

$$\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_k)$$

\bar{R} - **главный вектор** системы сил;

\bar{M}_0 - **главный момент** системы сил относительно центра O



**Равновесие
пространственной системы
произвольно
расположенных сил**

$$\bar{R} = 0 \quad \bar{M}_0 = 0$$

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, & \sum m_x(\bar{F}_k) &= 0, \\ \sum F_{ky} &= 0, & \sum m_y(\bar{F}_k) &= 0, \\ \sum F_{kz} &= 0, & \sum m_z(\bar{F}_k) &= 0. \end{aligned}$$

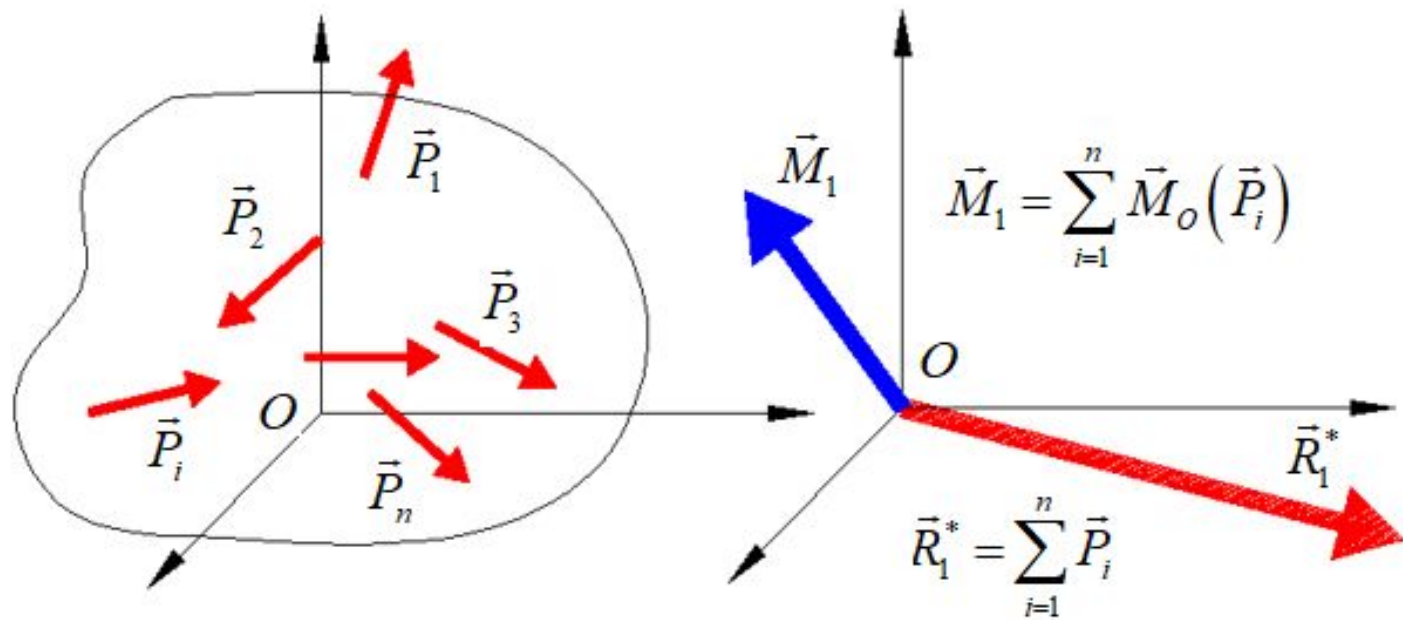
ИНВАРИАНТЫ СИСТЕМЫ СИЛ

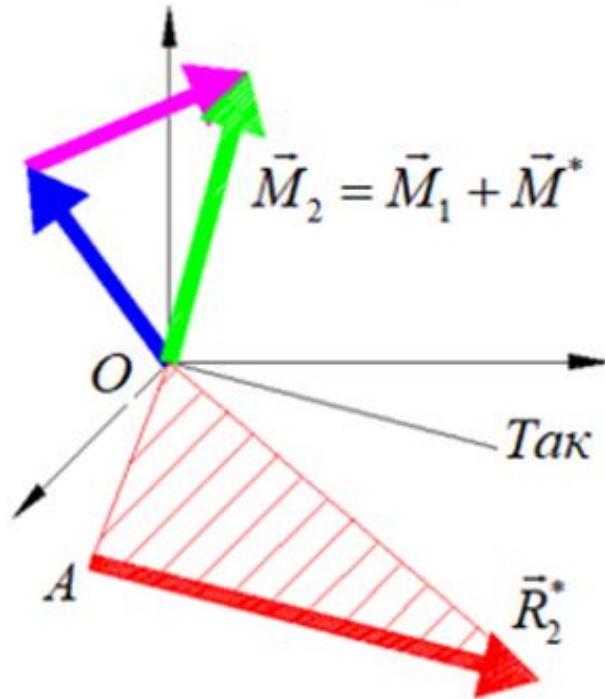
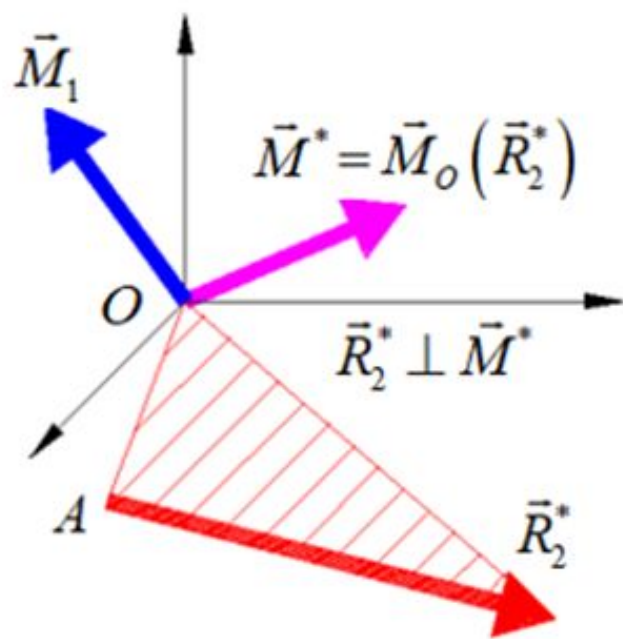
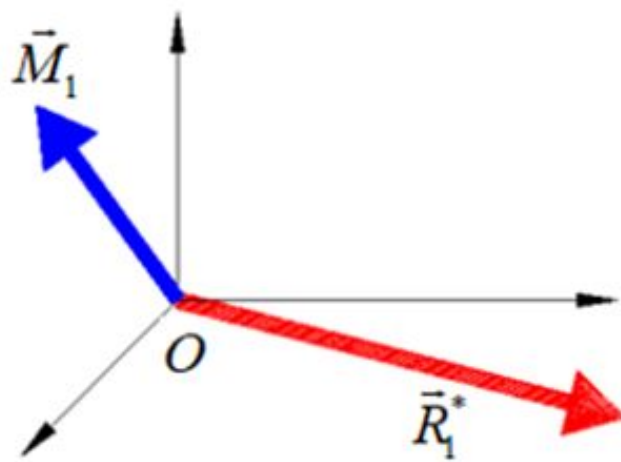
Инварианты –

величины, неизменные при
некотором преобразовании

Статические инварианты –

величины, не зависящие от выбора
центра приведения





$$\begin{aligned} \bar{R}_2^* \bar{M}_2 &= \bar{R}_2^* (\bar{M}_1 + \bar{M}^*) = \\ &= \bar{R}_2^* \bar{M}_1 + \bar{R}_2^* \bar{M}^*; \end{aligned}$$

Так как $\bar{R}_2^* \perp \bar{M}^*$, то $\bar{R}_2^* \bar{M}^* = 0$

$$\bar{R}_2^* \bar{M}_2 = \bar{R}_2^* \bar{M}_1$$

Но $\bar{R}_2^* = \bar{R}_1^*$ тогда

$$\bar{R}_2^* \bar{M}_2 = \bar{R}_1^* \bar{M}_1$$

I статический инвариант –
главный вектор системы сил

II статический инвариант –
скалярное произведение
главного вектора и главного момента системы