

# К наиболее распространенным задачам математической статистики относятся:

- задачи определения оценок параметров выборки;
- задачи на проверку статистических гипотез;
- задачи определения вида закона распределения по статистическим данным.



# ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ВЫБОРКИ

Рассмотрим простейшие задачи данного типа.



При анализе результатов исследований полезно иметь представление о разбросе данных в числовом ряду. Размах ряда один из таких показателей, но дает слишком грубую оценку.

**Размах ряда чисел** – разность между наибольшим и наименьшим числами в данном ряду чисел.



- Рассмотрим наиболее часто используемый на практике статистический показатель – дисперсия.
- Представлен ряд чисел 4; 8; 12; 7; 16; 13.
- Вычислим среднее арифметическое данного ряда. Сумму всех чисел ряда разделим на их количество.

$$\frac{4+8+12+7+16+13}{6} = 10$$



- Вычислим отклонение каждого члена ряда от среднего арифметического:

$$4 - 10 = -6;$$

$$8 - 10 = -2;$$

$$12 - 10 = 2;$$

$$7 - 10 = -3;$$

$$16 - 10 = 6;$$

$$13 - 10 = 3.$$

- Заметим, что сумма отклонений равна нулю:

$$(-6) + (-2) + 2 + (-3) + 6 + 3 = 0.$$



- Данный показатель не может характеризовать разброс данных, так как для любого ряда чисел он всегда будет равен нулю.

Составим ряд квадратов отклонений и рассчитаем среднее арифметическое ряда, т. е. определим *дисперсию* заданного ряда данных.

$$\frac{(-6)^2 + (-2)^2 + 2^2 + (-3)^2 + 6^2 + 3^2}{6} \approx 16$$

- Дисперсия рассматриваемого ряда равна 16.



- Дисперсией ряда чисел называется среднее арифметическое квадратов их отклонений от среднего арифметического этого ряда.
- Дисперсия – мера разброса чисел в ряду.



## РАССМОТРИМ ПРИМЕР.

### КТО ЛУЧШЕ ГОТОВ К СОРЕВНОВАНИЯМ?

□ Спортсмены проводили подготовку к соревнованиям по стрельбе из лука. Оба спортсмена произвели по 7 серий выстрелов. Каждая серия состояла из 12 выстрелов. По итогам каждой серии подведены результаты попадания в цель.

□ Получили следующие данные:

Спортсмен 1: 11, 11, 12, 11, 9, 11, 12.

Спортсмен 2: 12, 10, 9, 12, 11, 12, 11.





- Найдём среднее арифметическое для каждого спортсмена.

$$\text{Спортсмен 1: } \frac{11+11+12+11+9+11+12}{7} = \frac{77}{7} = 11.$$

$$\text{Спортсмен 2: } \frac{12+10+9+12+11+12+11}{7} = \frac{77}{7} = 11.$$

- Значения одинаковы.



- Вычислим дисперсию результатов для каждого спортсмена.

Спортсмен 1:

$$\frac{(11-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2 + (9-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2}{7} =$$
$$= \frac{0+0+1+0+4+0+1}{7} \approx 0,86.$$

Спортсмен 2:

$$\frac{(12-11)^2 + (10-11)^2 + (9-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2}{7} =$$
$$= \frac{1+1+4+1+0+1+0}{7} \approx 1,14.$$



Спортсмен 1:

$$\frac{(11-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2 + (9-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2}{7} =$$
$$= \frac{0+0+1+0+4+0+1}{7} \approx 0,86.$$

Спортсмен 2:

$$\frac{(12-11)^2 + (10-11)^2 + (9-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2 + (12-11)^2 + (11-11)^2}{7} =$$
$$= \frac{1+1+4+1+0+1+0}{7} \approx 1,14.$$

- Обратите внимание на полученные значения.
- Разброс данных у первого спортсмена меньше ( $0,86 < 1,14$ ). Это говорит о его лучшей подготовке.
- Данный пример демонстрирует, что при равных средних арифметических значениях, именно дисперсия позволила выявить наименьший разброс данных среди результатов.
- Первый спортсмен лучше готов. Показал более стабильный результат.



## ОСОБЕННОСТЬ ДИСПЕРСИИ

Если в ряду содержится большое число данных, среди которых есть лишь несколько данных, значительно отличающихся от среднего арифметического этого ряда, то дисперсия такого ряда данных обычно не велика.



## НЕДОСТАТОК ДИСПЕРСИИ.

Если исследуемые величины измеряются в каких-либо линейных единицах измерения: килограммах, метрах, часах и т. д., то по сущности вычислений дисперсия измеряется в квадратах этих единиц, т. е. некоторые из этих единиц измерений не имеют реального смысла.

- Поэтому дисперсию часто заменяют на среднее квадратичное отклонение.



**Средним квадратичным отклонением** числового ряда называют квадратный корень из дисперсии этого ряда.

- Запишем результаты для рассматриваемого нами примера.

Спортсмен 1:  $\sqrt{0,86}$ .

- Спортсмен 2:  $\sqrt{1,14}$ .  
Среднее квадратичное отклонение принято обозначать греческой буквой  $\sigma$  (сигма).

$$\sigma_1 = \sqrt{0,86} \approx 0,9$$

$$\sigma_2 = \sqrt{1,14} \approx 1,1$$

