К наиболее распространенным задачам математической статистики относятся:

- задачи определения оценок параметров выборки;
- задачи на проверку статистических гипотез;
- задачи определения вида закона распределения по статистическим данным.

Задачи определения оценок параметров выборки

Рассмотрим простейшие задачи данного типа.

При анализе результатов исследований полезно иметь представление о разбросе данных в числовом ряду. Размах ряда один из таких показателей, но дает слишком грубую оценку.

Размах ряда чисел – разность между наибольшим и наименьшим числами в данном ряду чисел.

- Рассмотрим наиболее часто используемый на практике статистический показатель – дисперсия.

- Представлен ряд чисел 4; 8; 12; 7; 16; 13.

- Вычислим среднее арифметическое данного ряда. Сумму всех чисел ряда разделим на их количество.

$$\frac{4+8+12+7+16+13}{6}=10$$

- Вычислим отклонение каждого члена ряда от среднего арифметического:

$$4 - 10 = -6;$$
$$8 - 10 = -2;$$
$$12 - 10 = 2;$$
$$7 - 10 = -3;$$
$$16 - 10 = 6;$$
$$13 - 10 = 3.$$

- Заметим, что сумма отклонений равна нулю:

$$(-6) + (-2) + 2 + (-3) + 6 + 3 = 0.$$

- Данный показатель не может характеризовать разброс данных, так как для любого ряда чисел он всегда будет равен нулю.

Составим ряд квадратов отклонений и рассчитаем среднее арифметическое ряда, т. е. определим *дисперсию* заданного ряда данных.

$$\frac{(-6)^2+(-2)^2+2^2+(-3)^2+6^2+3^2}{6}\approx 16$$

- Дисперсия рассматриваемого ряда равна 16.

- <u>Дисперсией</u> ряда чисел называется среднее арифметическое квадратов их отклонений от среднего арифметического этого ряда.
- Дисперсия – мера разброса чисел в ряду.

Рассмотрим **пример.**
Кто лучше готов к соревнованиям?

- Спортсмены проводили подготовку к соревнованиям по стрельбе из лука. Оба спортсмена произвели по 7 серий выстрелов. Каждая серия состояла из 12 выстрелов. По итогам каждой серии подведены результаты попадания в цель.

- Получили следующие данные:

Спортсмен 1: 11, 11, 12, 11, 9, 11, 12.

Спортсмен 2: 12, 10, 9, 12, 11, 12, 11.

- Найдём среднее арифметическое для каждого спортсмена.

$$\text{Спортсмен 1: } \frac{11+11+12+11+9+11+12}{7}=\frac{77}{7}=11.$$

$$\text{Спортсмен 2: } \frac{12+10+9+12+11+12+11}{7}=\frac{77}{7}=11.$$

- Значения одинаковы.

- Вычислим дисперсию результатов для каждого спортсмена.

Спортсмен 1:

$$\frac{(11-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2+(9-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2}{7}=$$

$$=\frac{0+0+1+0+4+0+1}{7}\approx 0,86.$$

Спортсмен 2:

$$\frac{(12-11)^2+(10-11)^2+(9-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2}{7}=$$

$$=\frac{1+1+4+1+0+1+0}{7}\approx 1,14.$$

Спортсмен 1:

$$\frac{(11-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2+(9-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2}{7}=$$

$$=\frac{0+0+1+0+4+0+1}{7}\approx 0,86.$$

Спортсмен 2:

$$\frac{(12-11)^2+(10-11)^2+(9-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2+(11-11)^2}{7}=$$

$$=\frac{1+1+4+1+0+1+0}{7}\approx 1,14.$$

- Обратите внимание на полученные значения.
- Разброс данных у первого спортсмена меньше ($0,86 < 1,14$). Это говорит о его лучшей подготовке.

- Данный пример демонстрирует, что при равных средних арифметических значениях, именно дисперсия позволила выявить наименьший разброс данных среди результатов.
- Первый спортсмен лучше готов. Показал более стабильный результат.

ОСОБЕННОСТЬ ДИСПЕРСИИ

Если в ряду содержится большое число данных, среди которых есть лишь несколько данных, значительно отличающихся от среднего арифметического этого ряда, то дисперсия такого ряда данных обычно не велика.

Недостаток дисперсии.

Если исследуемые величины измеряются в каких-либо линейных единицах измерения: килограммах, метрах, часах и т. д., то по сущности вычислений дисперсия измеряется в квадратах этих единиц, т. е. некоторые из этих единиц измерений не имеют реального смысла.

- Поэтому дисперсию часто заменяют на среднее квадратичное отклонение.

<u>Средним квадратичным отклонением</u> числового ряда называют квадратный корень из дисперсии этого ряда.

- Запишем результаты для рассматриваемого нами примера.

Спортсмен 1: $\sqrt{0,86}$.

Спортсмен 2: $\sqrt{1,14}$.

- Среднее квадратичное отклонение принято обозначать греческой буквой σ (сигма).

$$\sigma_1 = \sqrt{0,86} \approx 0,9$$

$$\sigma_2 = \sqrt{1,14} \approx 1,1$$