

## Задача Магницкого.(из «Арифметики»).

Некий человек продавал коня за 156 рублей . Купец покупая подумал, что конь не достоин такой высокой цены. Тогда продавец предложил ему иную «куплю». ”Если тебе кажется, что цена этому коню велика, купи только гвозди для подков, а коня же возьми даром. Гвоздей в каждой подкове по шесть, и за один гвоздь дашь мне одну полушку, за другой- две полушки, а за третий- копейку и так все гвозди купи”. Купец же видя столь малую цену и, желая коня получить даром , обещал выплатить эту цену, думая заплатить не более 10 рублей за гвозди. Проторговался ли купец?

Скупой купец действительно проторговался. Он за 24 подковных гвоздя должен был заплатить  $1+2+2^2+2^3+2^3+2^4+\dots+2^{23}$  полушек, что составляет 41787 руб. 3 коп.!

- История о награде изобретателя шахматной игры (Индия).

По преданию, индийский принц Сирам, восхищенный остроумием игры и разнообразием возможных положений шахматных фигур, призвал к себе ее изобретателя, ученого Сету, и сказал ему: «Я желаю достойно вознаградить тебя за прекрасную игру, которую ты придумал. Я достаточно богат, чтобы исполнить любое твоё желание». Сета попросил принца положить на первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, на вторую - 2 зерна, на третью - 4 и т.д. Возникает необходимость найти  $S_{64}$ , где  $a_1 = 1$ ,  $q = 2$ ,  $n = 64$ . Используем формулу  $S_n =$ . Получаем 18 446 744 073 709 551615-восемнадцать квинтильонов четыреста сорок шесть квадрильонов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три биллиона семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать. Или  $18,5 \cdot 10^{18}$ . Если бы принцу удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая и моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный результат, то, пожалуй, лет за пять он смог бы рассчитаться.

- Задача Архимеда. (Из трактата «О квадратуре параболы».)

- Найти сумму бесконечно убывающей прогрессии  $1+1/4+(1/4)^2+(1/4)^3+\dots$
- Задача ставится так: найти сумму членов прогрессии  $a+v+c+d+\dots$ , знаменатель которой равен  $1/4$ . Из определения прогрессии со знаменателем  $q=1/4$

- имеем

$$v=a/4; c=v/4; d=c/4 \text{ и т.д.}$$

Или

$$a=4v; v=4c; c=4d \text{ и т.д.}$$

Далее

$$v+c+d+\dots+1/3(v+c+d+\dots)=(v+v/3)+(c+c/3)+(d+d/3)+\dots=4/3v+4/3c+4/3d+\dots=1/(4v+4c+4d+\dots)=1/(a+v+c+d+\dots).$$

Откуда

$$v+c+d+\dots=1/3a.$$

Прибавляя к обеим частям равенства первый член прогрессии  $a$ , будем иметь

$$a+v+c+d+\dots=4/3a.$$

Следовательно,

$$1+1/4+(1/4)^2+(1/4)^3+\dots=4/3.$$

Что и нужно было найти.

# • Задача Пифагора.

- Сумма любого числа последовательных чисел, начиная с единицы, есть точный квадрат.
- В школе Пифагора эта задача решалась геометрически. Единица представлялась в виде квадратов, а последовательные числа-“гномонов“, т.е. фигур Г-образной формы, состоящих из нечетного числа квадратов (единиц).

$$1+3=4=2^2, \quad 1+3+5=4+5=3^2, \quad 1+3+5+7=9+7=16=4^2 \quad \text{и т.д.}$$

Алгебраически эта задача решается очень просто.

Последовательность нечетных чисел, начиная с единицы, представляет собой арифметическую прогрессию

$$1, 3, 5, 7, \dots, (2n+1).$$

Число этой прогрессии равняется  $n+1$ . Сумма всех членов прогрессии будет

- $S=(n+1)^2$