Задача Магницкого.(из «Арифметики»).

Некий человек продавал коня за 156 рублей . Купец покупая подумал, что конь не достоин такой высокой цены. Тогда продавец предложил ему иную «куплю». ’’Если тебе кажется, что цена этому коню велика, купи только гвозди для подков, а коня же возьми даром. Гвоздей в каждой подкове по шесть, и за один гвоздь дашь мне одну полушку, за другой- две полушки, а за третий- копейку и так все гвозди купи’’. Купец же видя столь малую цену и, желая коня получить даром , обещал выплатить эту цену, думая заплатить не более 10 рублей за гвозди. Проторговался ли купец?

Скупой купец действительно проторговался. Он за 24 подковных гвоздя должен был заплатить $1+2+2^2+2^3+2^3+2^4+\ldots+2^{23}$ полушек, что составляет 41787 руб. 3 коп.!

- <u>История о награде изобретателя шахматной игры (Индия).</u>

По преданию, индийский принц Сирам, восхищенный остроумием игры и разнообразием возможных положений шахматных фигур, призвал к себе ее изобретателя, ученого Сету, и сказал ему: «Я желаю достойно вознаградить тебя за прекрасную игру, которую ты придумал. Я достаточно богат, чтобы исполнить любое твое желание». Сета попросил принца положить на первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, на вторую -2 зерна, на третью- 4 и т.д. Возникает необходимость найти S_{64}, где a_1 =1, q=2, n=64. Используем формулу S_n=. Получаем 18 446 744 073 709 551615-восемнедцать квинтильонов четыреста сорок шесть квадрильонов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три биллиона семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать. Или $18{,}5\cdot10^{18}$. Если бы принцу удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая и моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный результат, то , пожалуй, лет за пять он смог бы рассчитаться.

- <u>Задача Архимеда. (Из трактата «О квадратуре параболы».)</u>

- Найти сумму бесконечно убывающей прогрессии $1+1/4+(1/4)^2+(1/4)^3+\ldots$
- Задача ставится так: найти сумму членов прогрессии а+в+c+d+…, знаменатель которой равен1/4. Из определения прогрессии со знаменателем q=1/4
- имеем
  В=а/4;c=в/4;d=c/4bт.д.
  Или
  а=4в;в=4c;c=4dит.д.
  Далее
  в+c+d+…+1/3(в+c+d+…)=(в+в/3)+(c+c/3)+(d+d/3)+…=
  4/3в+4/3c+4/3d+…=1/(4в+4c+4d+…)=1/(а+в+c+d+…) .
  Откуда
  в+c+d+..=1/3а.
  Прибавляя к обеим частям равенства первый член прогрессии а, будем иметь
  а+в+c+d+…=4/3а.
  Следовательно ,
  $1+1/4+(1/4)^2+(1/4)^3+\ldots=4/3$.
  Что и нужно было найти.

• Задача Пифагора.

- Сумма любого числа последовательных чисел, начиная с единицы, есть точный квадрат.
- В школе Пифагора эта задача решалась геометрически. Единица представлялась в виде квадратов, а последовательные числа-“гномонов“, т.е. фигур Г-образной формы, состоящих из нечетного числа квадратов (единиц).
  $1+3=4=2^2$, $1+3+5+=4+5=3^2$, $1+3+5+7=9+7=16=4^2$ и т.д.
  Алгебраически эта задача решается очень просто. Последовательность нечетных чисел, начиная с единицы, представляет собой арифметическую прогрессию
  $1,3,5,7,\dots,(2n+1)$.
  Число этой прогрессии равняется $n+1$. Сумма всех членов прогрессии будет
- $S==(n+1)^2$