ВОЛНЫ

Лекция 1

Волновые процессы

Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды, распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. Дискретное (молекулярное) строение среды не учитывается и среда рассматривается как ***сплошная,*** непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется ***волновым процессом*** или ***волной.***
При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия.
Вместе с волной от частицы к частице среды передаются состояние колебательного движения и его энергия.
Основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Типы волн:

- волны на поверхности жидкости
- упругие
- электромагнитные волны.

Упругими (или ***механическими)*** волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

Упругие волны :

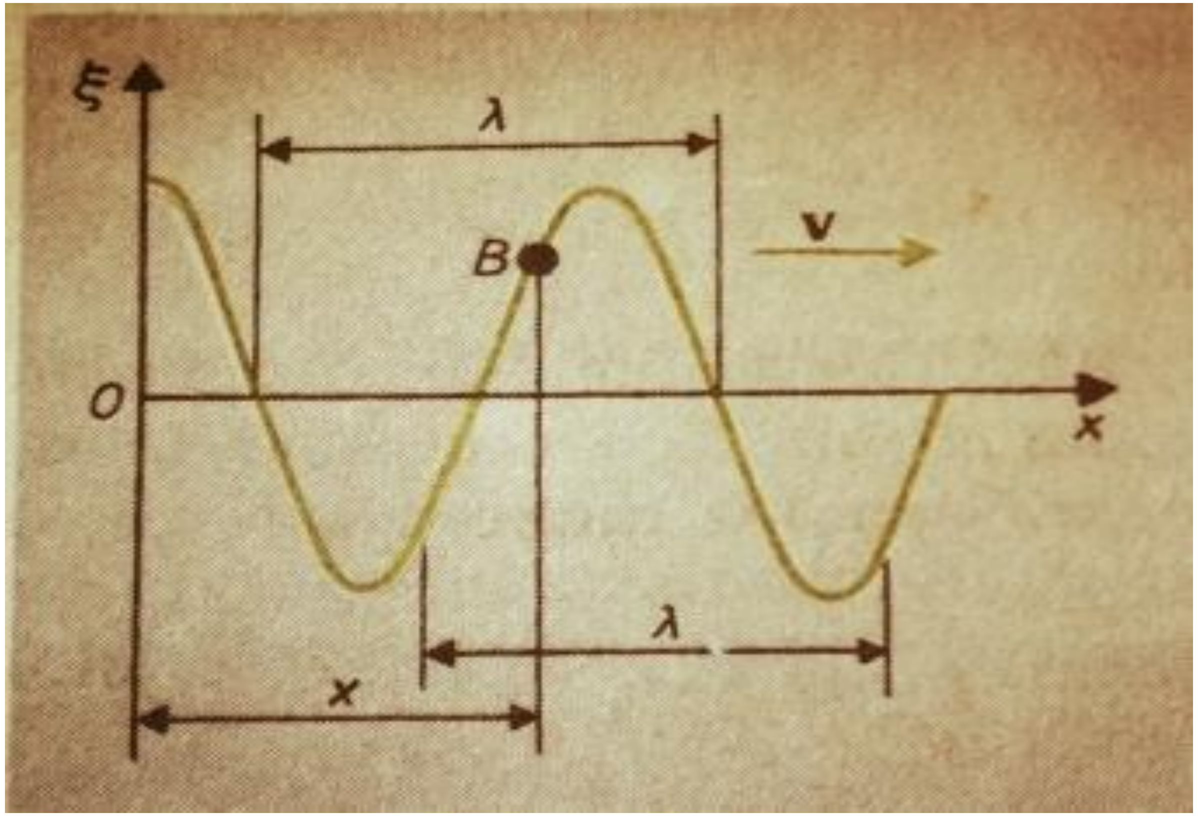
- продольные
- поперечные

В ***продольных*** волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в ***поперечных*** —в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны возбуждаются в средах, в которых возникают упругие силы *при деформации сжатия и растяжения (*в твердых, жидких и газообразных телах).

Поперечные волны возбуждаются в среде, в которой возникают упругие силы *при деформации сдвига(* только в твердых телах).

Упругая волна называется ***гармонической,*** если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.



На рисунке –гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью ***V*** *вдоль* оси *x,* т. е. приведена зависимость между смещением ξ частиц среды,

участвующих в волновом процессе, и расстоянием *x* этих частиц (например, частицы *B)* от источника колебаний *O* для какого-то фиксированного момента времени t.

График волны дает зависимость смещения *всех частиц среды* от расстояния до источника колебаний в данный момент времени, а график колебаний —зависимость смещения *данной частицы от времени* .

Длина волны λ - расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе или расстояние, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, т.е.

$$\lambda = V \bullet T,$$

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \lambda = \frac{V}{\nu} \text{ или } V = \lambda \nu.$$

(V – скорость волны, ν –ее частота, T- период или время одного полного колебания).

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времни *t,* называется ***волновым фронтом.***
Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется ***волновой поверхностью.***
Волновые поверхности могут быть любой формы, в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу (***плоская волна)***, или совокупность концентрических сфер (***сферическая волна).***

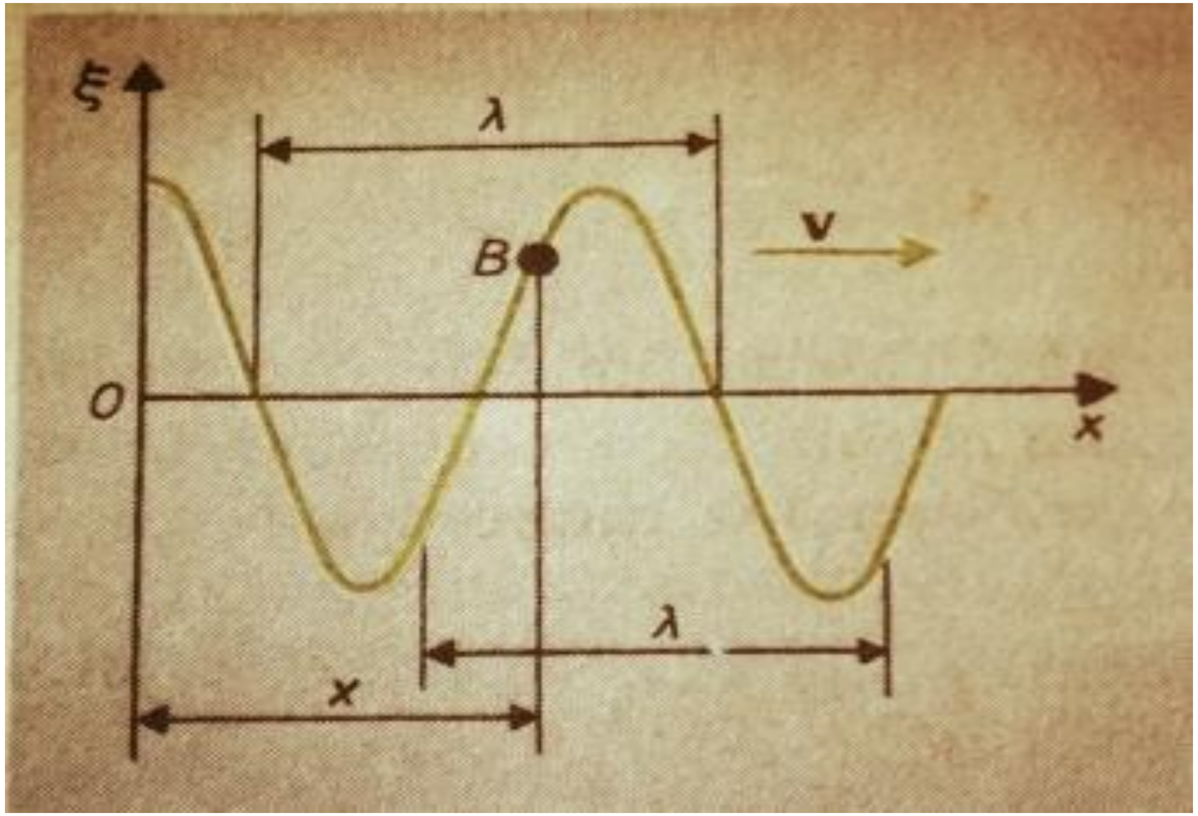
Уравнение бегущей волны.

Бегущие волны **-** это волны, которые переносят в пространстве энергию. Перенос энергии волнами количественно характеризуется ***вектором плотности потока энергии (вектором Умова)*** .

Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны:

$$U = \frac{dW}{dtds}.$$

Уравнение бегущей волны — зависимость смещения колеблющейся частицы от координат и времени.
Рассмотрим *плоскую волну,* предполагая, что колебания носят гармонический характер, а ось совпадает с направлением распространения волны.



В данном случае волновые поверхности перпендикулярны оси *x.*
Все точки волновой поверхности колеблются одинаково, смещение ξ будет зависеть только от *x* и *t*

Частица *B* среды, находится от источника *O* на расстоянии *x.*

Колебания точек, лежащих в плоскости *x*=0, описываются функцией ξ(0,t)=$A\ cos\,\omega t$,

частица среды B колеблется по тому же закону, но ее колебания будут отставать по времени от колебаний источника на τ, так как для прохождения волной расстояния *x* требуется время $\tau = \frac{x}{V}$,

где *V*— скорость распространения волны.

Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости *x,* имеет вид

$$\xi\ (x, t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{V}\right),$$

откуда следует, что $\xi\ (x, t)$ является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты *x.*

Это ***уравнение бегущей волны.***

Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то

$$\xi\ (x, t) = A\cos\omega\left(t + \frac{x}{V}\right).$$

В общем случае ***уравнение плоской волны,*** распространяющейся вдоль положительного направления оси *x* в среде, не *поглощающей* энергию, имеет вид:

$$\xi\,(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{V}\right)+\varphi_0\right],$$

где *A* — const — *амплитуда волны;*

ω—*циклическая частота;*

φ_0 — *начальная фаза волны,* определяемая выбором начал отсчета *x* и *t;*

$\omega\left(t-\frac{x}{V}\right)+\varphi_0$ −*фаза плоской волны.*

Для характеристики волн используется *волновое число* $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{VT}=\frac{\omega}{V}$.

Оно показывает, сколько длин волн укладывается на отрезке длиной 2π. С учетом этого, уравнение волны можно записать в виде:

$$\xi\,(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Уравнение волны, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси *x,* отличается

только знаком *кх.*

Пусть при волновом процессе фаза постоянна:

$$\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) + \varphi_0 = const.$$

Продифференцируем: (ω=const)

$$\omega dt - \omega\frac{dx}{V} = 0,$$

сократим на ω, получим

$$\frac{dx}{dt} = V.$$

Скорость распространения волны V - ***фазовая скорость*** (*скорость перемещения фазы волны*.

Эти уравнения справедливы и для сферической волны, уравнение которой имеет вид:

$$\xi\,(r,t)=\frac{A}{r}\cos(\omega t-kr+\varphi_0).$$

r – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды.

В случае сферической волны даже в среде, *не поглощающей* энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону $\frac{1}{r}$.

Это уравнение справедливо лишь для r, значительно превышающих размеры источника (тогда источник колебаний можно считать *точечным).*

Если фазовая скорость в среде зависит от их частоты, то это явление называют ***дисперсией волн.***

Среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется ***диспергирующей средой.***

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается ***волновым уравнением*** -

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

дифференциальным уравнением в частных производных, где V – фазовая скорость. Уравнение можно записать в виде:

$$\Delta\xi = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Здесь Δ – оператор Лапласа.

Решением этого уравнения является уравнение любой волны.
Уравнению удовлетворяют, в частности, плоская и сферическая волны.
Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси *x,* волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Принцип суперпозиции волн

Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, линейна, т. е. ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к ним применим ***принцип суперпозиции (наложения) волн:***

при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют,

результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов.

Любая волна может быть представлена в виде суммы гармонических волн, т.е. в виде волнового пакета, или группы волн.

Волновым пакетом называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

Простейший волновой пакет может быть образован из двух распространяющихся вдоль положительного направления оси x гармонических волн

- с одинаковыми амплитудами,
- близкими частотами и волновыми числами,

$$dk \ll k, \text{ и } d\omega \ll \omega.$$

$$\xi\,(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] =$$

$$= 2A_0 \cos\frac{2\omega t - 2kx + td\omega - xdk}{2} \cdot \cos\frac{xdk - td\omega}{2} =$$

$$= 2A_0 \cos\frac{(xdk - td\omega)}{2} \cos(\omega t - kx).$$

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая максимум в качестве центра волнового пакета.

При $td\omega - xdk = const$

$$\frac{x}{t} = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = u.$$

Скорость *u* есть *групповая скорость*.

Максимуму амплитуды соответствует фаза, равная нулю (или $\pm m\pi$).

Координата x_m центра группы волн в момент времени t определяется из условия:

$$\frac{d\omega}{2} t - \frac{dk}{2} x_m = 0.$$

Скорость центра группы (групповой скорости) :

$$u = \frac{dx_m}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$$

$u = \frac{x_m}{dt}$ мгновенная скорость максимума амплитуды – это скорость перемещения центра группы

Рассмотрим связь между групповой $u = \frac{d\omega}{dk}$ и фазовой $v = \frac{\omega}{k}$ скоростями.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}.$$

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(Vk)}{dk} = V + k\frac{dV}{dk}.$$

$$\frac{dv}{dk} = \frac{dV}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk}.$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k}.$$

Следовательно,

$$\frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda}{k},$$

так что

$$\frac{dV}{dk} = -\left(\frac{dV}{d\lambda}\right) \bullet \frac{\lambda}{k}.$$

Подставив это значение в формулу для u, получим:

$$u = V - \lambda \bullet \frac{dV}{d\lambda}.$$

Групповая скорость u может быть как меньше, так и больше V(фазовой) в зависимости от знака $\frac{dV}{d\lambda}$.

В недиспергирующей среде $\frac{dV}{d\lambda} = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой.

Понятие групповой скорости очень важно, так как именно она фигурирует при измерении дальности в радиолокации, в системах управления космическими объектами и т.д.

В теории относительности доказывается, что *групповая скорость* $u \leq c$, в то время как *для фазовой скорости ограничений не существует.*

Электромагнитные волны

Электромагнитными волнами называются возмущения электромагнитного поля, т.е. переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Утверждение о существовании электромагнитных волн является непосредственным следствием уравнений Максвелла.

Для области электромагнитного поля, не содержащей свободных электрических зарядов и макроскопических токов, эти уравнения имеют следующий вид:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad rot\vec{H} = -\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}; \quad div\vec{D}=0; \quad div\vec{B}=0.$$

Если среда - однородный и изотропный диэлектрик, не обладающий сегнетоэлектрическими или ферромагнитными свойствами, то

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E};$$

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H};$$

где ε,μ – постоянные скалярные величины, не зависящие от координат и времени.

Из уравнений Максвелла и материальных уравнений можно прийти к следующим уравнениям (волновым уравнениям):

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{или} \quad \Delta\vec{E} - \frac{1}{V^2}\bullet\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta\vec{H} - \varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{или} \quad \Delta\vec{H} - \frac{1}{V^2}\bullet\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Таким образом, переменное электромагнитное поле распространяется в пространстве в виде волн, фазовая скорость которых равна

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ - скорость электромагнитных волн в вакууме, с = 3•10^8 м/с совпадает со скоростью света в вакууме.

Максвелл еще задолго до экспериментального подтверждения существования электромагнитных волн высказал гипотезу о том, что свет – это электромагнитные волны.

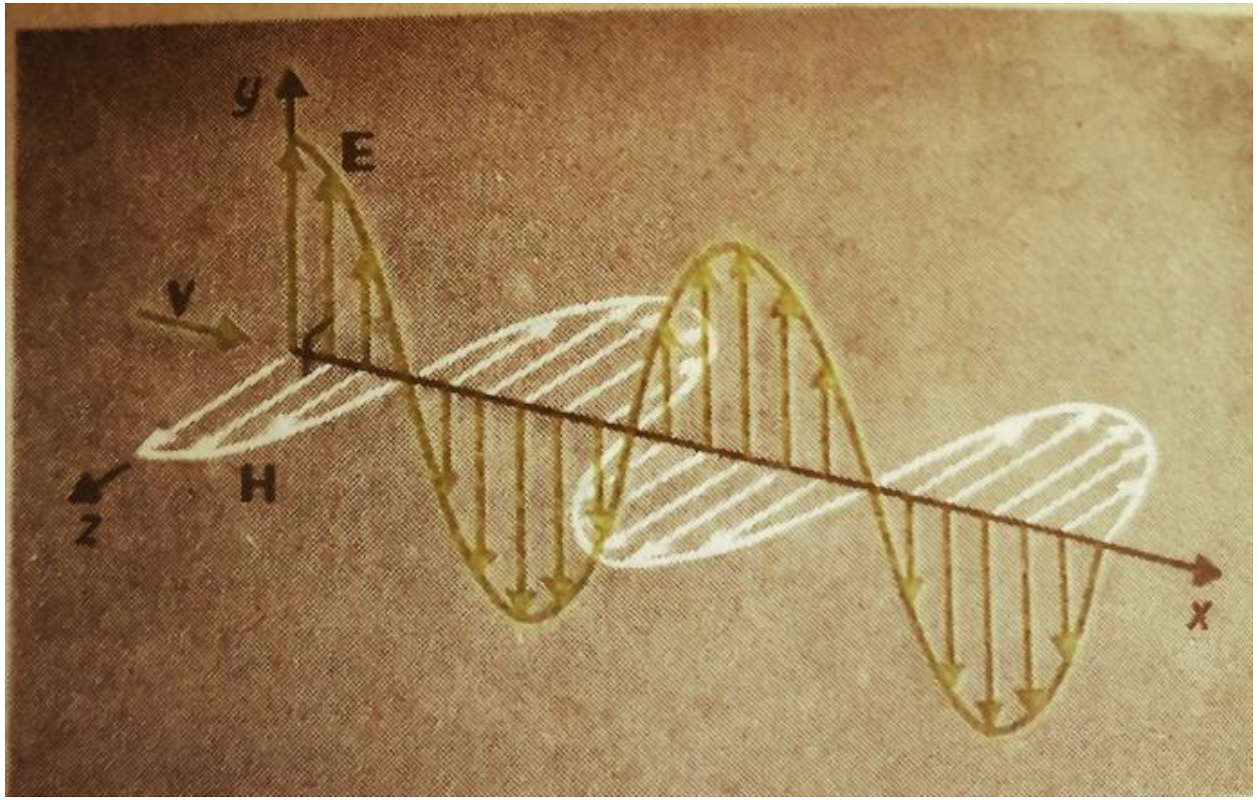
Электромагнитные волны - **поперечные волны**:

векторы **E** и **H** напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны;

лежат в плоскости, перпендикулярной вектору **v** скорости распространения волны,

векторы **E, H** и **v** образуют правовинтовую систему.

В электромагнитной волне векторы **E** и **H** всегда колеблются *в одинаковых фазах* – одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимальных значений.



Модули их в любой точке связаны соотношением

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E,$$

которое справедливо для любой бегущей волны независимо от формы ее волновых поверхностей.

Синусоидальная электромагнитная волна называется **монохроматической** волной.
В каждой точке электромагнитного поля монохроматической волны проекции векторов **E** и **H** на оси координат инерциальной системы отсчета совершают гармонические колебания одинаковой частоты ν, называемой частотой волны.

Пусть φ – разность фаз колебаний E_z и E_y (проекций **E** на оси z и y).
При произвольном значении φ плоская монохроматическая волна эллиптически поляризована, т.е. в каждой точке поля волны векторы E и H, оставаясь взаимно перпендикулярными, изменяются с течением так, что их концы описывают эллипсы, лежащие в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны:

$$\frac{E_{\boldsymbol{y}}^2}{A_1^2}+\frac{E_z^2}{A_2^2}-\frac{2E_yE_z}{A_1A_2}\cos\varphi=sin^2\varphi$$

$$\frac{H_{\boldsymbol{y}}^2}{A_2^2}+\frac{H_z^2}{A_1^2}+\frac{2H_yH_z}{A_1A_2}\cos\varphi=\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}sin^2\varphi$$

Это результат сложения взаимно перпендикулярных колебаний, отличающихся по фазе:

$$E_y=\ A_1\sin(\omega t-kx)\,;$$

$$E_z=\ A_2\sin(\omega t-kx+\varphi)\,;$$

$$H_y=-\sqrt{\frac{\varepsilon_0\,\varepsilon}{\mu_0\mu}}E_z;\qquad H_z=\sqrt{\frac{\varepsilon_0\,\varepsilon}{\mu_0\mu}}E_y.$$

Если $A_1 = A_2$, $\varphi = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2}$ $\quad (m = 0,1,2 \ldots)$,
то эллипсы превращаются в окружности:

$$E_y^2 + E_z^2 = A_1^2$$

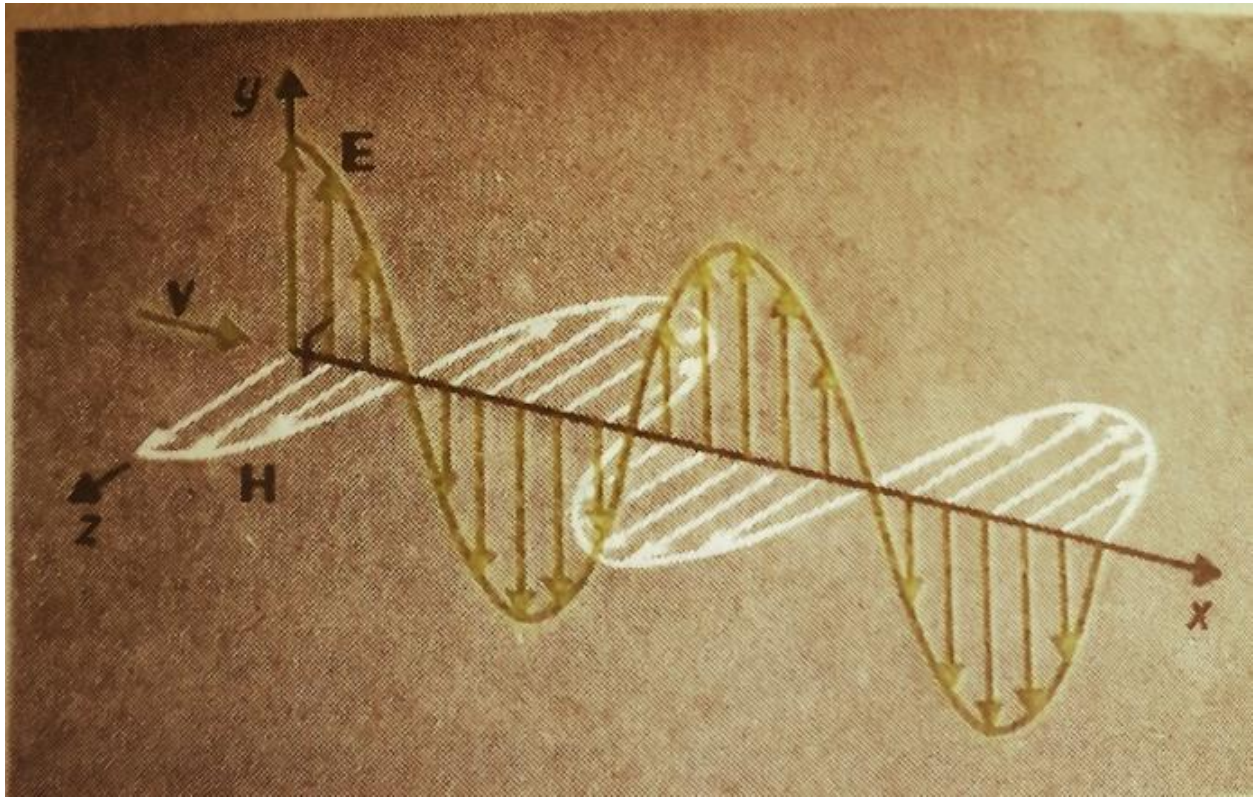
$$H_y^2 + H_z^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu} A_1^2..$$

Такая волна называется **циркулярно поляризованной** или **поляризованной по кругу.**
Если $\varphi = \pm m\pi$ $(m = 0,1,2 \ldots)$, то эллипсы вырождаются в прямые:

$$\frac{E_y}{A_1} \pm \frac{E_z}{A_2} = 0$$

$$\frac{H_y}{A_2} \mp \frac{H_z}{A_1} = 0$$

Такая волна называется **линейно поляризованной** или **плоскополяризованной** (как у нас на рисунке).



Вектора напряженностей электрического и магнитного полей плоской линейно поляризованной монохроматической волны в различных точках луча (OX) в один и тот же момент времени. Оси OY и OZ проведены в направлениях колебания векторов **E** и **H.**

Плоскость, проходящая через электрический вектор **E** и луч (OX) называется **плоскостью поляризации** линейно поляризованной волны.

Энергия электромагнитных волн

Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей w_e и w_m электрического и магнитного полей.
Для поля в линейной изотропной среде, не обладающей сегнетоэлектрическими и ферромагнитными свойствами: $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$, $w_m = \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2$.
Объемная плотность энергии электромагнитной волны
$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2$.

Из связи между модулями векторов **E** и **H** получим:

$$w = \varepsilon_0\varepsilon E^2 = \mu_0\mu H^2 = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu\mu_0}EH = \frac{EH}{V},$$

где V – скорость электромагнитной волны в среде.

Вектор $\vec{\Pi}$ плотности потока энергии электромагнитной волны называется вектором Умова- Пойтинга.

Умножим плотность энергии на скорость распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии: П= wV=EH.

В векторном виде: $\vec{\Pi} = w\vec{V} = [\vec{E}\vec{H}]$

Так как векторы **E** и **H** взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора [**EH**] совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен *EH*. Вектор П направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.