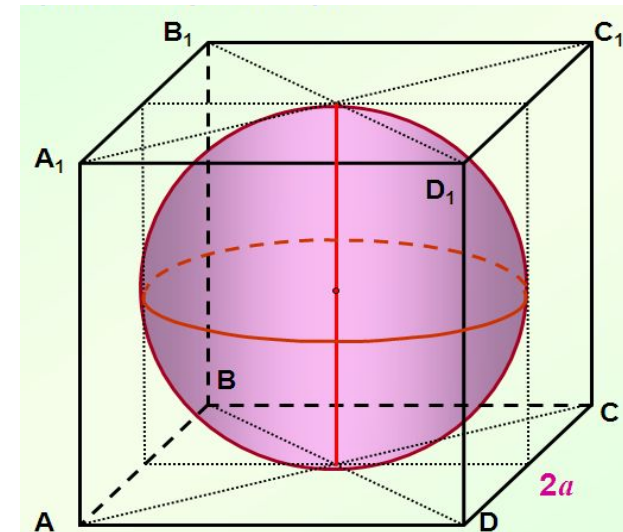
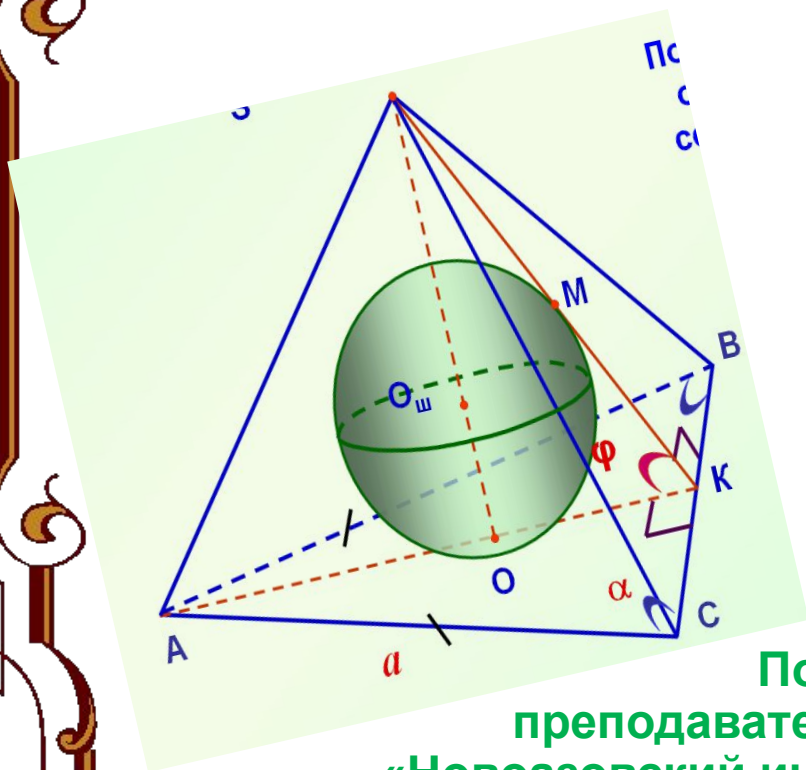
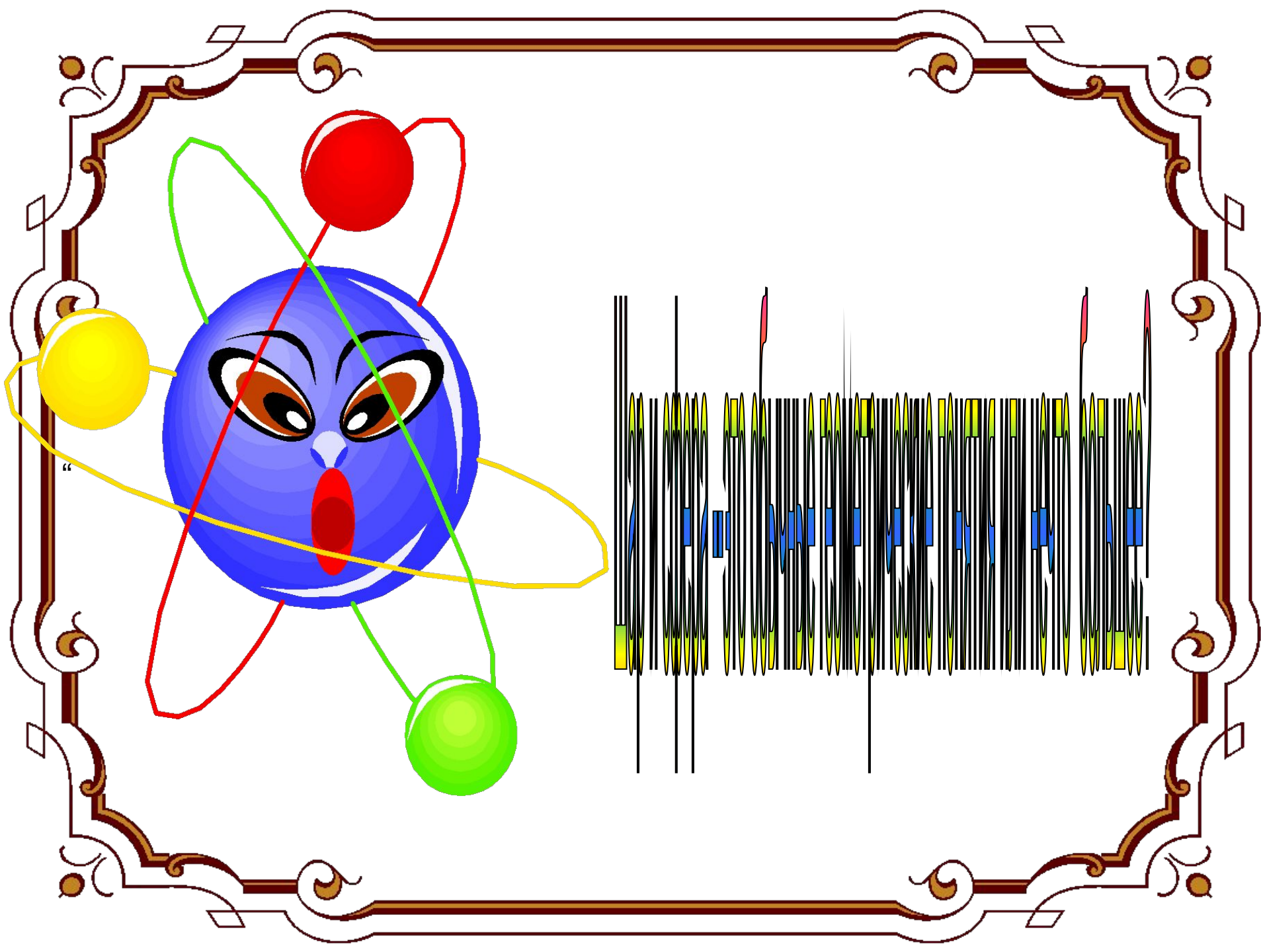
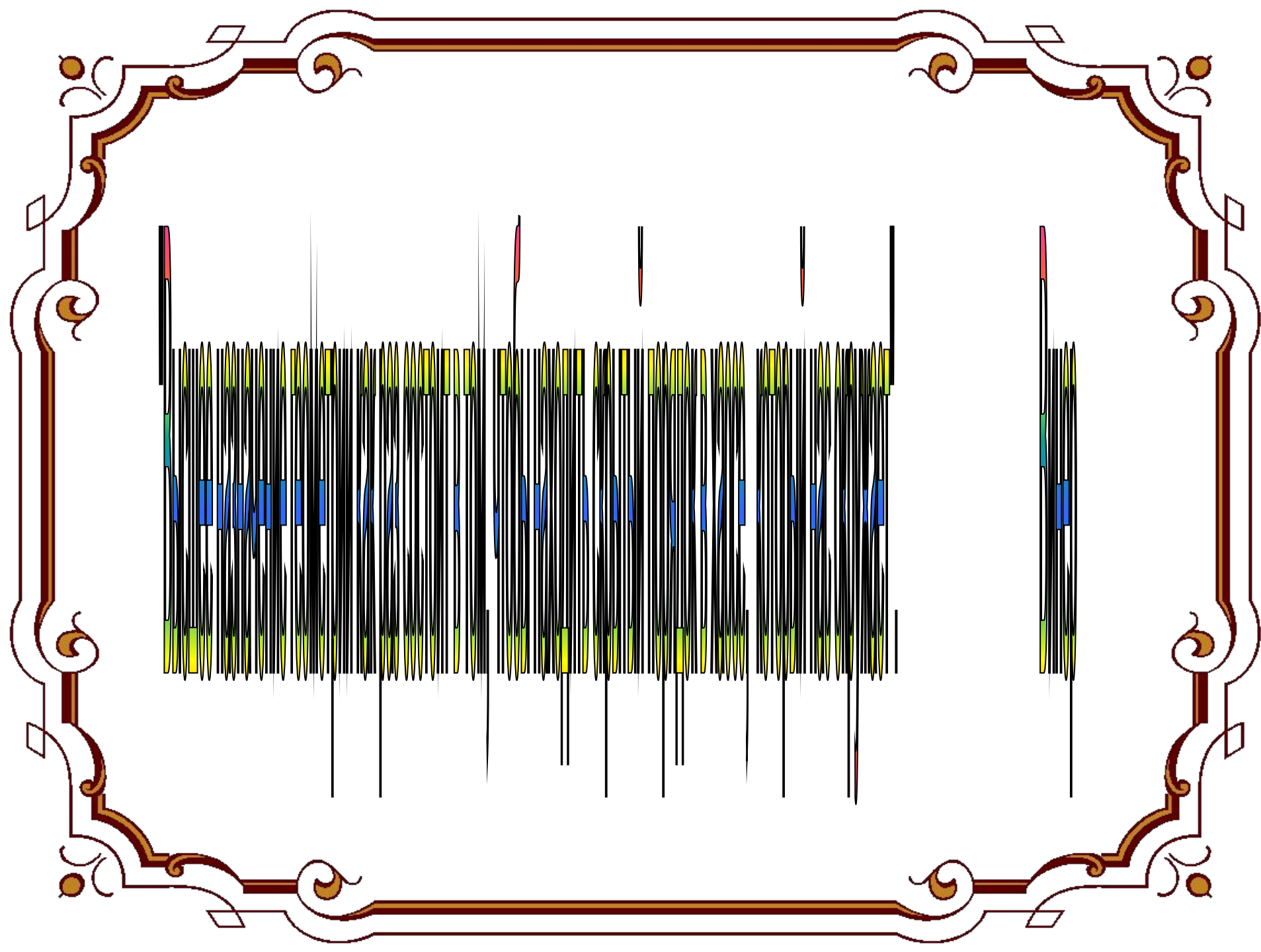


# Взаимное расположение сферы и плоскости



Подготовила  
преподаватель математики ГПОУ  
«Новоазовский индустриальный техникум»  
ФЕСЕНКО ОЛЬГА ВАСИЛЬЕВНА





# Вспомним теорию

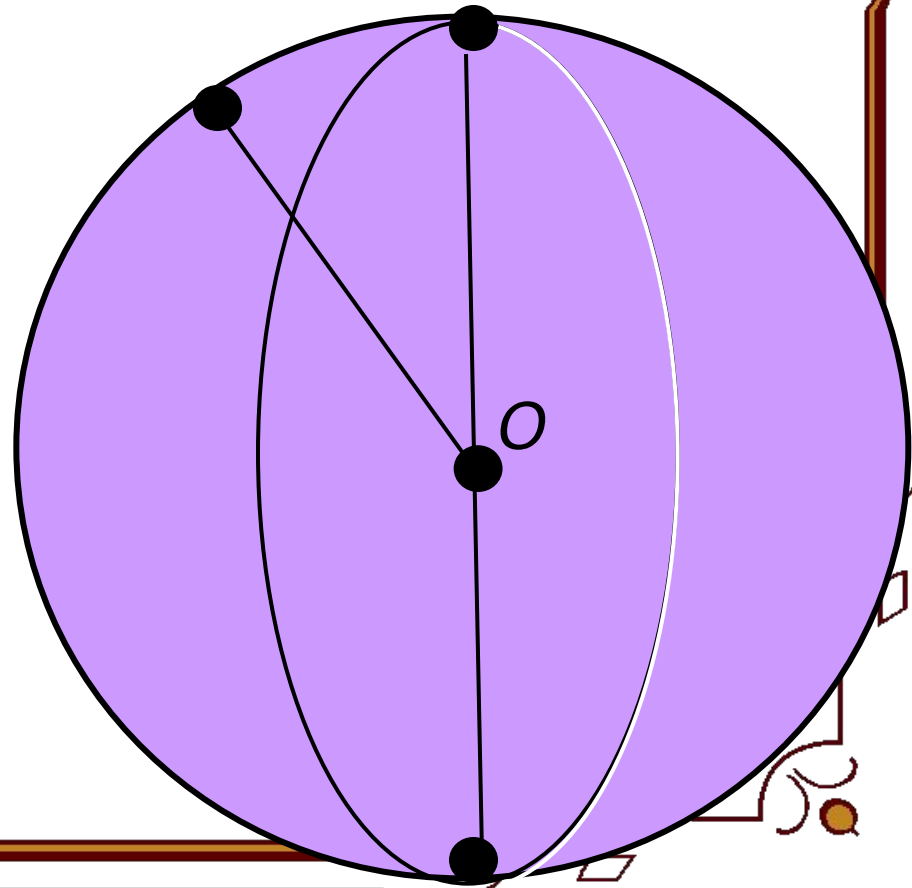
*Сферой* называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.

Эта точка называется *центром шара*.

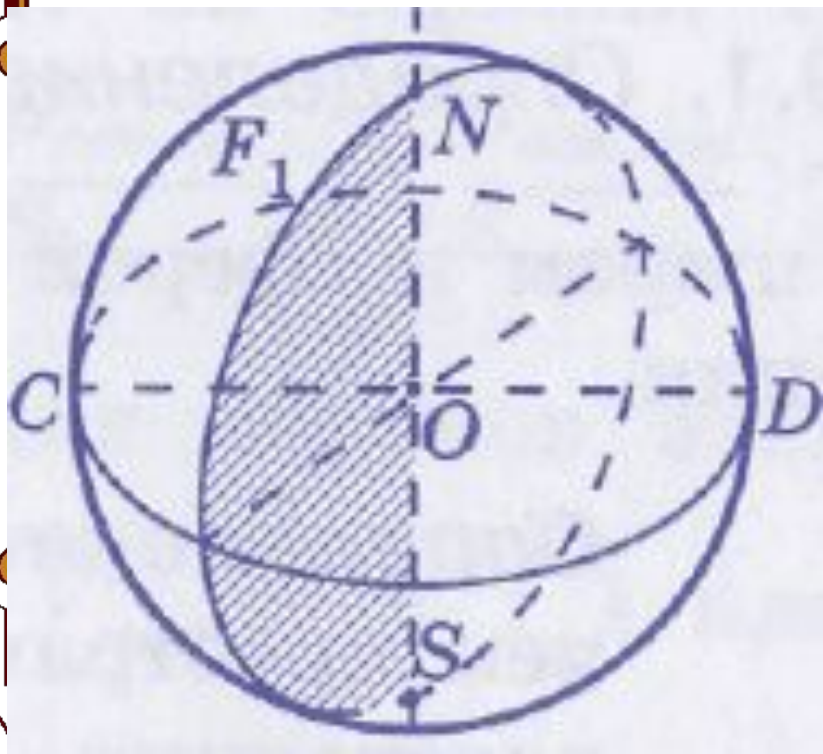
А данное расстояние *радиусом шара*.

Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется *диаметром*.

Тело, ограниченное сферой, называется *шаром*.



ШАР геометрическое тело, получающееся при вращении круга вокруг своего диаметра



OS, ON, OC, OD –  
радиусы;

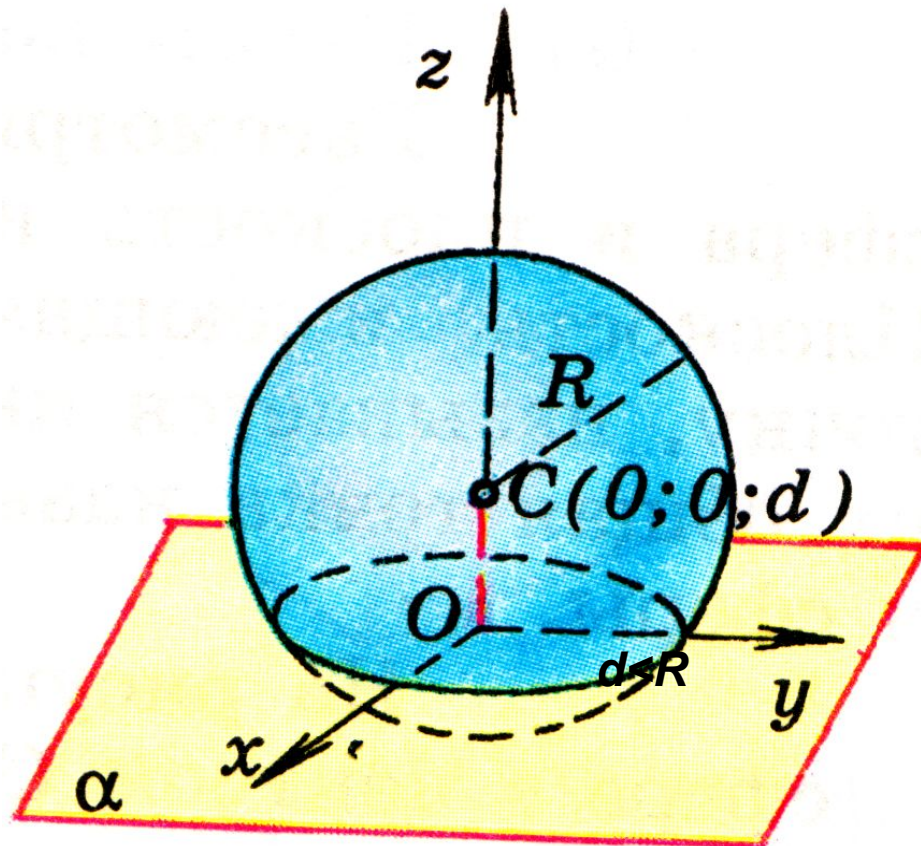
NS, CD – диаметры  
шара;

С и D, N и S –  
диаметрально  
противоположные  
точки

# Взаимное расположение сферы и плоскости

**1 случай  $d < R$**

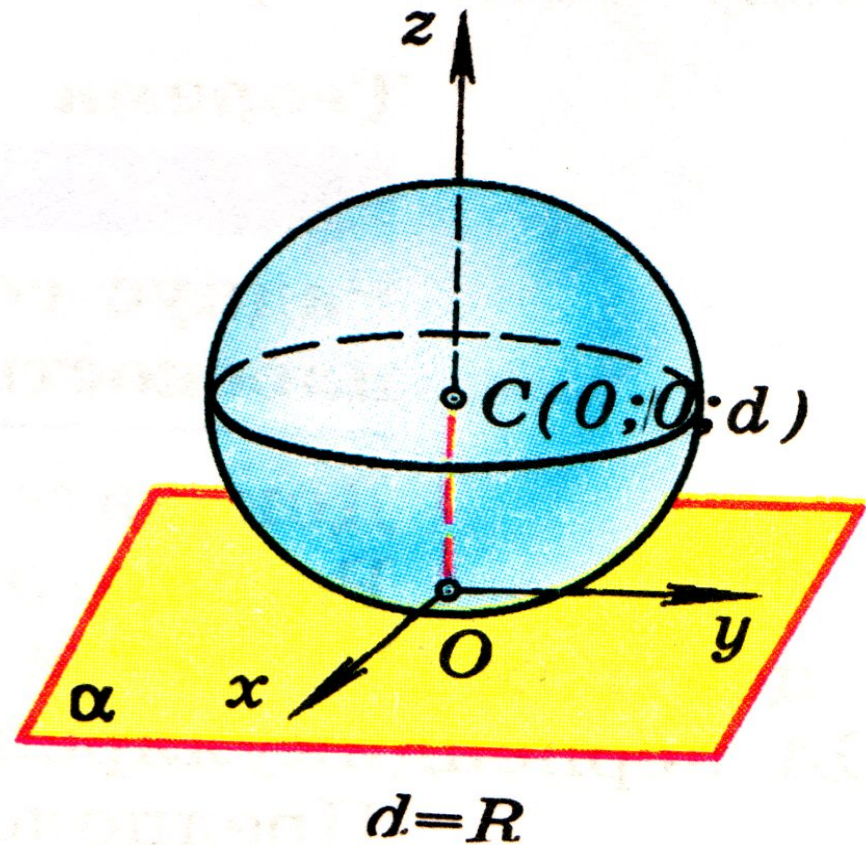
**Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.**



# Взаимное расположение сферы и плоскости

2 случай  $d=R$

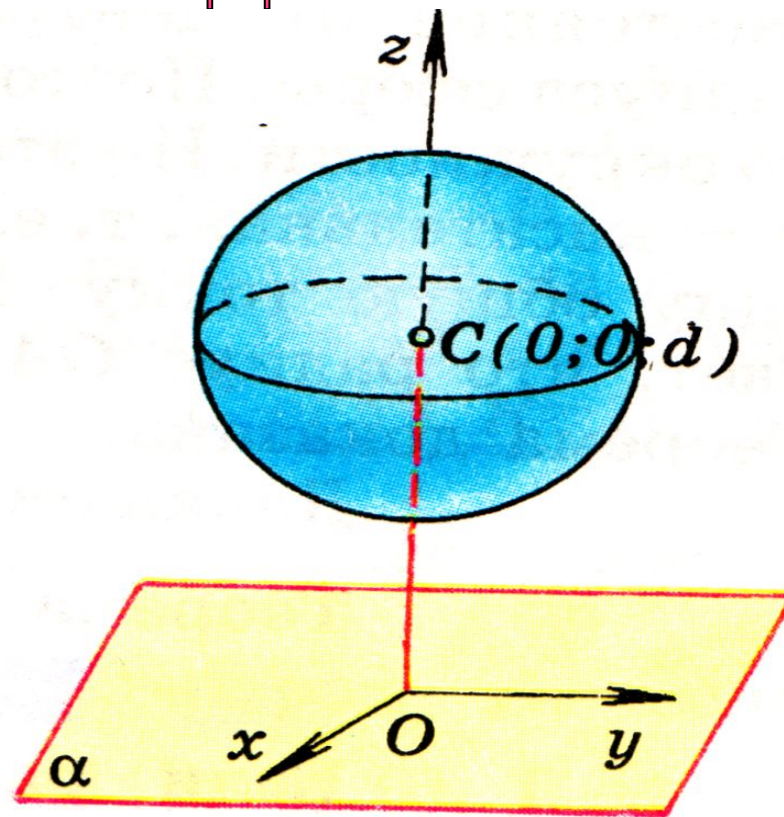
Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.



# Взаимное расположение сферы и плоскости

3 случай  $d > R$

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



$$d > R$$



# площадь сферы    объём шара

*За площадь сферы примем предел последовательности площадей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани*

$$S = 4\pi R^2$$



объем шара определяется по формуле вычисления объема тел вращения:

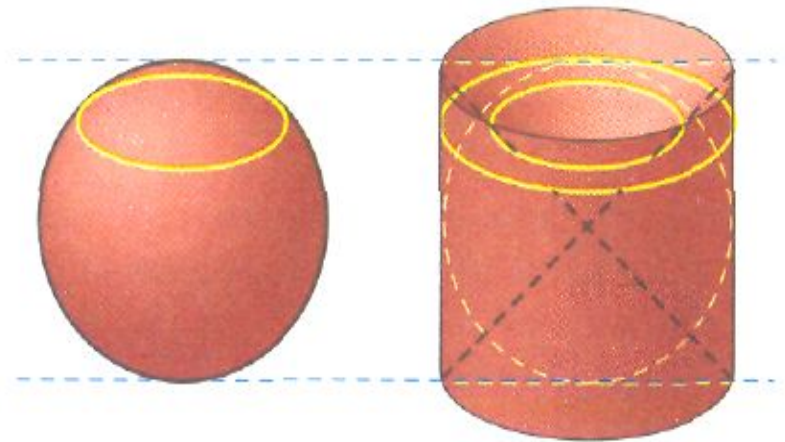
$$V = \pi \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx = \pi \left( R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Объем шара равен:  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

# Объем шара

Архимед считал, что  
объем шара в 1,5 раза  
меньше объема  
описанного около него  
цилиндра:

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi R^3.$$



# Решим задачу

## ЗАДАЧА

Земной шар стянут обручем по экватору, и точно так же «по экватору» стянут обручем апельсин. Представим, что длина каждого обруча увеличилась на 1 м. При этом между поверхностями этих тел и их обручами образуется зазор.

В каком случае этот зазор будет больше — у земного шара или апельсина?



$$C = 2\pi R$$

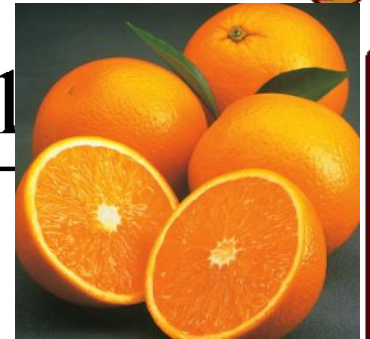
$$c = 2\pi r$$

$$R = \frac{C}{2\pi}$$

$$r = \frac{c}{2\pi}$$

$$R_1 = \frac{C+1}{2\pi}$$

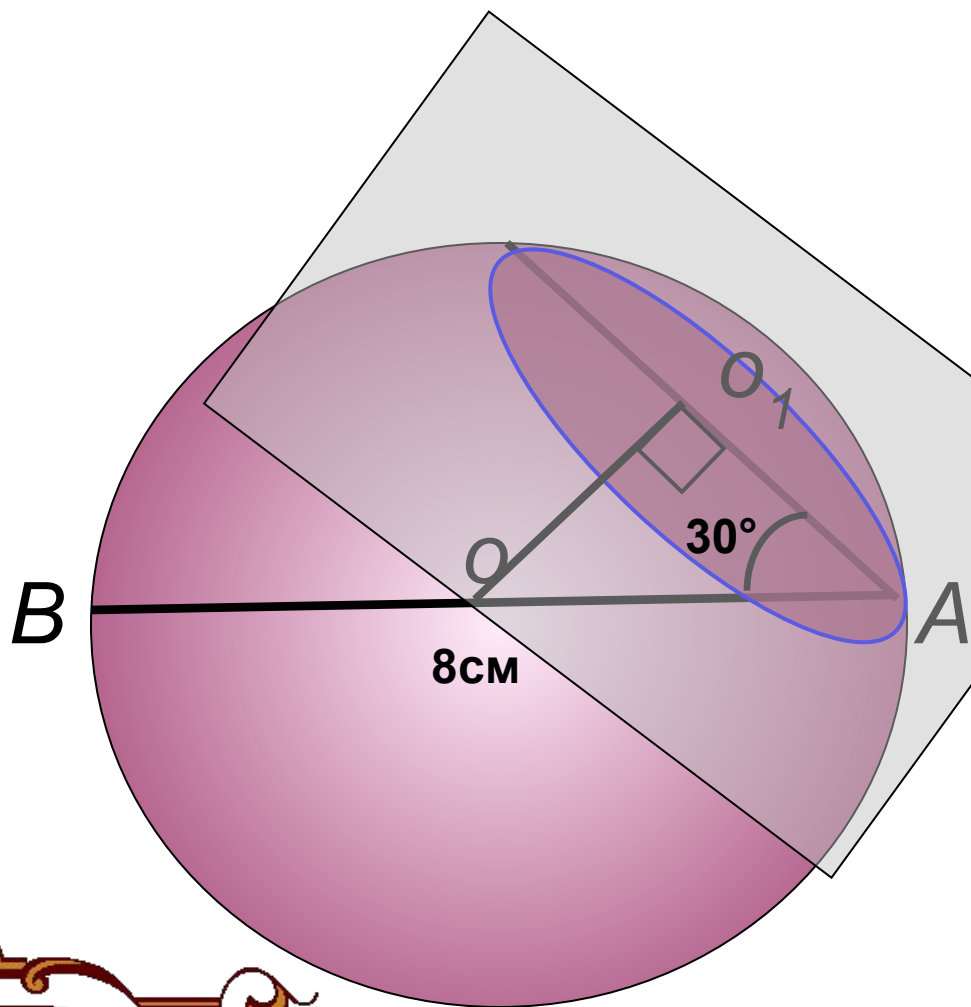
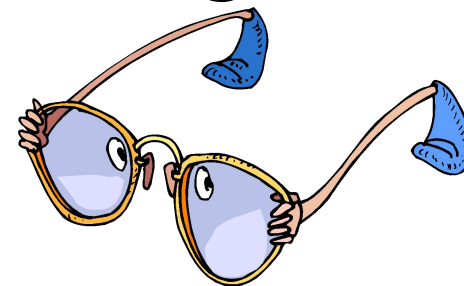
$$r_1 = \frac{c+1}{2\pi}$$



$$\Delta R = \frac{C+1}{2\pi} - \frac{C}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$$

$$\Delta r = \frac{c+1}{2\pi} - \frac{c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$$

# Решим задачу



*Секущая плоскость проходит через конец диаметра сферы, равного 8 см так, что угол между диаметром и плоскостью равен  $30^\circ$ . Найдите длину окружности, получившейся в сечении.*

**С-?**

# Решим задачу

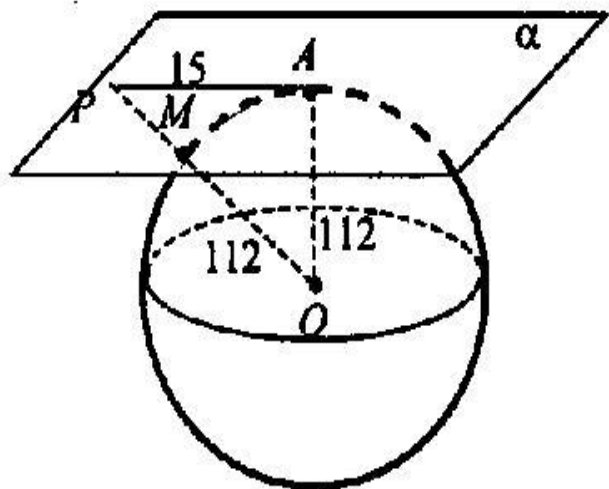


Рис. 9

**Задача № 592.** Дано: сфера с центром в точке  $O$  и радиусом  $R$ ,  $R = 112$  см,  $\alpha$  – касательная,  $A$  – точка касания,  $P$  лежит на сфере,  $AP = 15$  см.  $M$  – точка пересечения  $PO$  и сферы (рис. 9).

*Найти:*  $PM$ .

*Решение:*  $\triangle OAP$  – прямоугольный, так как  $OA = R$ ,  $\alpha$  – касательная плоскость. По теореме

Пифагора найдем  $OP = \sqrt{112^2 + 15^2} = 113$  (см).  $PM = OP - R = 113 - 112 = 1$  (см). (Ответ: 1 см.)

# Решим самостоятельно

## Задача

Дан шар с центром в точке  $O$ ,  $\alpha$  - касательная плоскость,  $A$  - точка касания. Точка  $B$  лежит на плоскости  $\alpha$ ,  $AB = 21$  см,  $BO = 29$  см. Найти радиус шара

