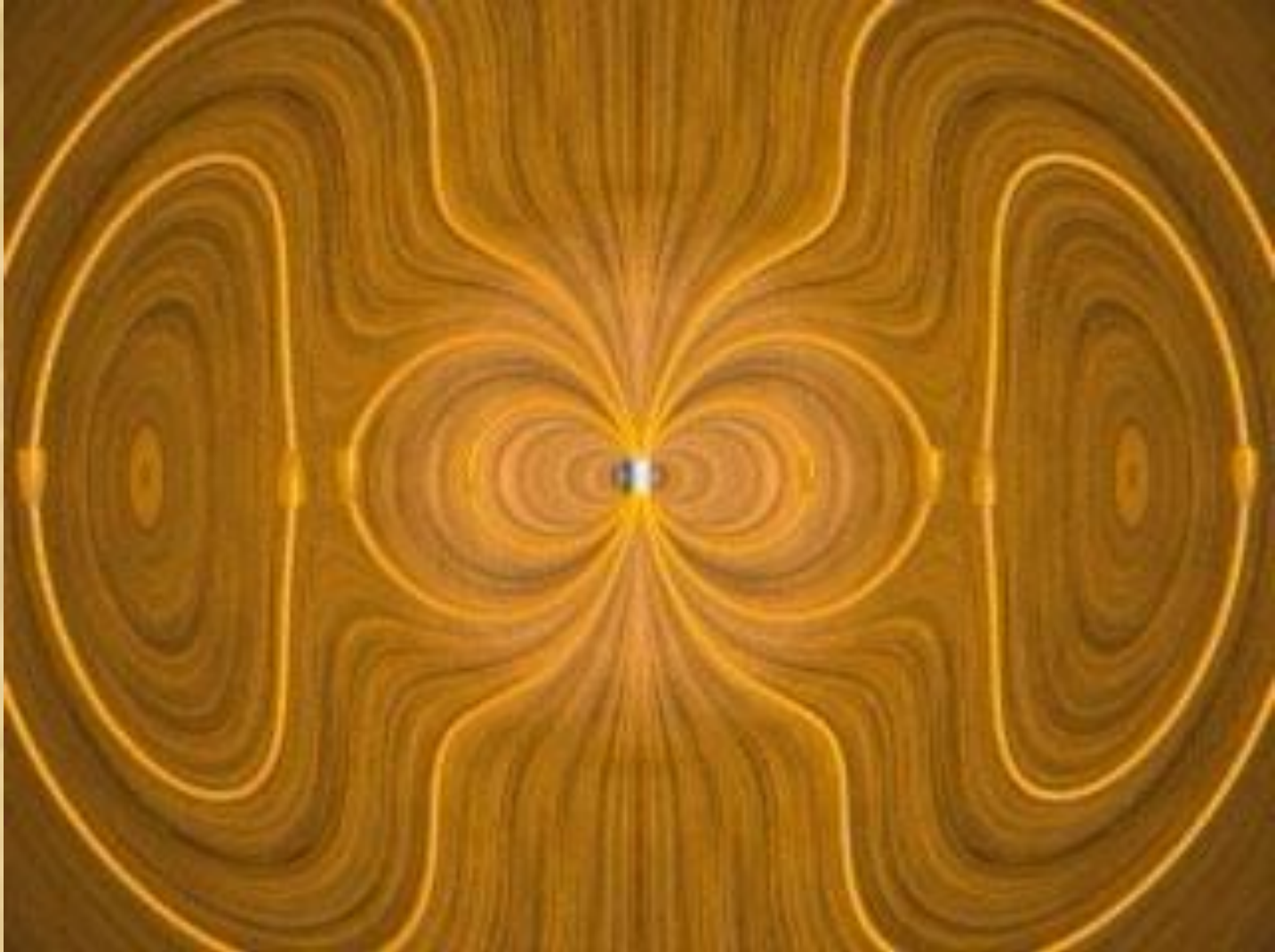


§ 1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ



1.1. Электрический заряд

Электростатика – раздел, электродинамики, изучающий статические (неподвижные) заряды и связанные с ними электрические поля.

Перемещение зарядов либо отсутствует, либо происходит так медленно, что возникающие при движении зарядов магнитные поля ничтожны.

Электростатика представляет собой учение о взаимодействии электрических зарядов.

Основу электростатики составляют:

- закон сохранения заряда;
- закон Кулона;
- принцип суперпозиции полей.

• *Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др.*

• Опытным путем в 1914 г. американский физик **Р. Милликен** показал что электрический заряд дискретен.

Заряд q любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда.

$$q = n \cdot e, \text{ где } e = 1,6 \cdot 10^{-31} \text{ Кл}$$

- *Электрон* и *протон* являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

- Планета Земля имеет отрицательный заряд

$$Q = -6 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

это установлено по измерению напряженности электростатического поля в атмосфере Земли.

Закон сохранения заряда – один из фундаментальных законов природы, сформулированный в 1747 г. Б. Франклином и подтвержденный в 1843 г. М. Фарадеем: *изменение алгебраической суммы зарядов, возникающее при любом электрическом процессе на всех телах, участвующих в процессе равно нулю.*

Суммарный электрический заряд замкнутой системы не изменяется.

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const}$$

- Таким образом, всякий *процесс* *заряжения есть процесс* *разделения зарядов.*
- Сумма зарядов не изменяется, заряды только перераспределяются.

Сила взаимодействия между зарядами определяется только их взаимным расположением.

Следовательно, энергия электростатического взаимодействия – потенциальная энергия.

В природе, существуют только два вида

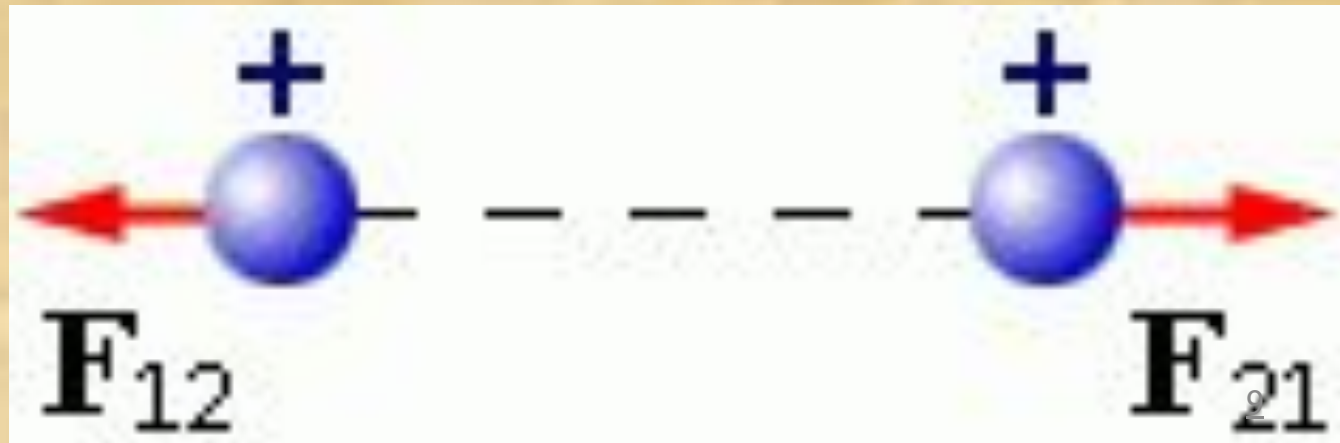
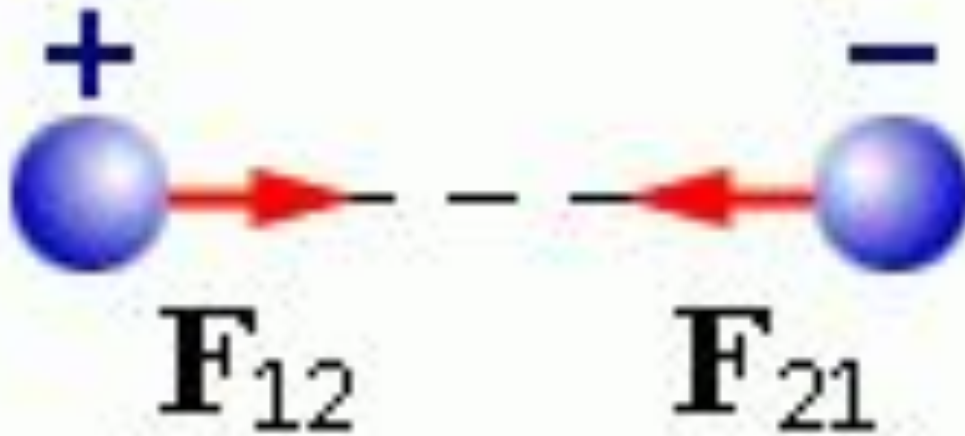
электрических зарядов:

- заряды подобные тем, которые возникают на стекле, потертом о шелк – **положительные;**
- заряды, подобные тем, которые появляются на янтаре, потертом о мех - **отрицательные.**

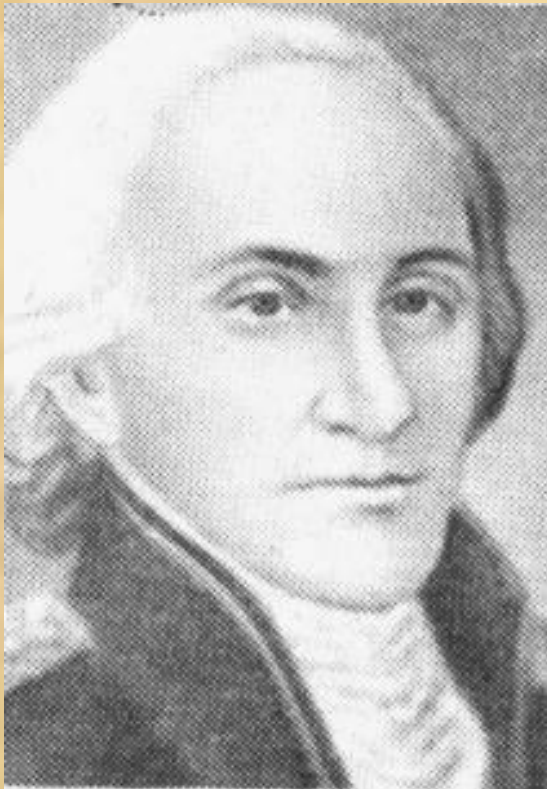
Известно, что

одноименные заряды отталкиваются,

разноименные – притягиваются.



- Большой вклад в исследование явлений электростатики внес знаменитый французский ученый **Ш. Кулон**. В 1785 г. он экспериментально установил закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов.



- **Кулон Шарль Огюстен**

(1736 – 1806) – французский физик и военный инженер.

Работы относятся к электричеству, магнетизму, прикладной механике. Сформулировал законы трения, качения и скольжения. Установил законы упругого кручения. Исходя из этого в 1784 г. Кулон построил прибор для измерения силы – крутильные весы и с помощью их открыл основной закон электростатики – закон взаимодействия электрических зарядов на расстоянии, названный в последствии его именем.

1.2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме.

- *Точечным зарядом (q)* называется заряженное тело, размеры которого пренебрежительно малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которым оно взаимодействует.

Закон Кулона:

сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Математическая запись закона

Кулона:

Векторная форма записи: *Скалярная форма записи:*

$$\vec{F} = k_0 \frac{|q_1 q_2|}{r^3} \cdot \vec{r}$$

$$F = k_0 \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

- здесь k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц. В системе СИ

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

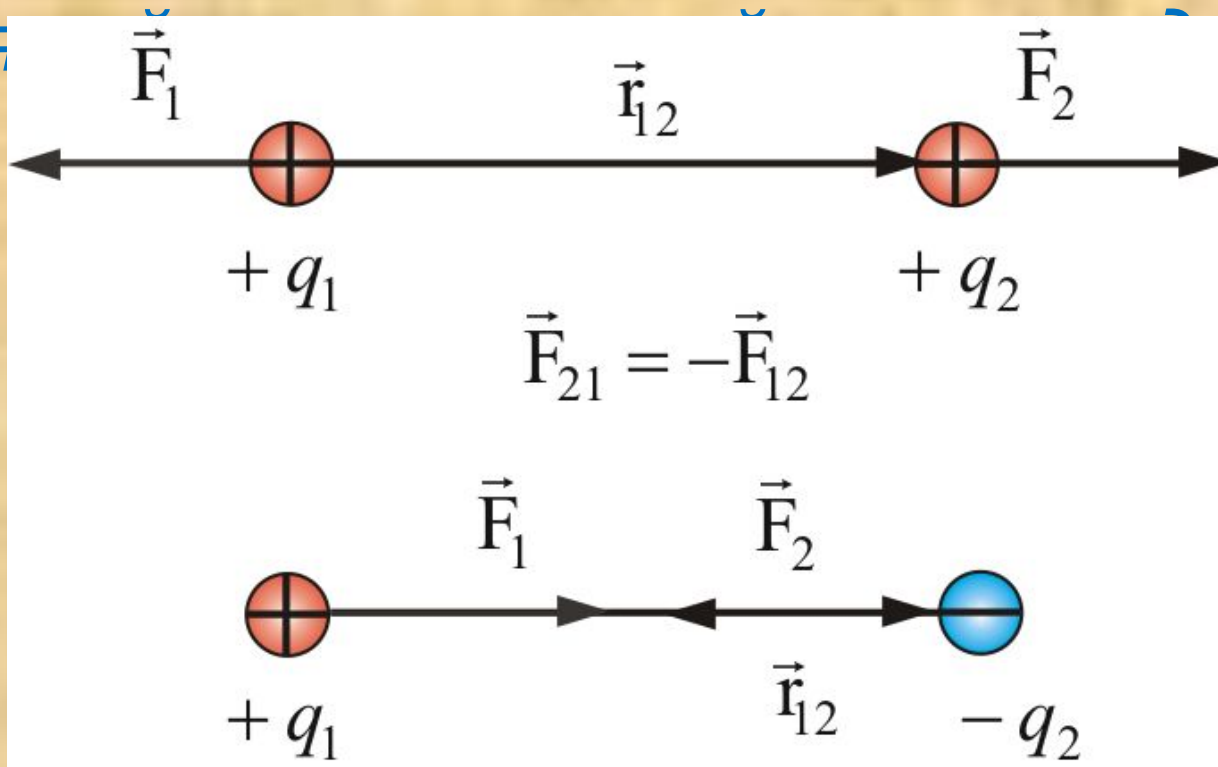
- где ϵ_0 – электрическая постоянная;
- 4π здесь выражают сферическую симметрию закона Кулона. [12](#)

- **Электрическая постоянная** относится к числу *фундаментальных физических констант* и равна

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

- Элементарный заряд в СИ: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.
- Отсюда следует, что $1 \text{ Кл} = 6,25 \cdot 10^{18} e$.
- Поскольку элементарный заряд мал, мы как бы не замечаем его дискретности (заряду 1 мкКл соответствует $\sim 10^{13}$ электронов).

- В электростатике взаимодействие зарядов подчиняется **третьему закону Ньютона**: силы взаимодействия между зарядами равны по величине и направлены противоположно друг другу вдоль прямой



- Если заряды не точечные, то в такой форме закон Кулона не годится – нужно разбить заряженное тело на элементарные части и проинтегрировать по объему.
- **Вся совокупность фактов говорит, что закон Кулона справедлив при**
 $10^7 - 10^{-15}$ м
- Внутри ядра действуют уже другие законы, не кулоновские силы.
- Закон Кулона в основных чертах подобен закону всемирного тяготения Ньютона, однако сила электростатического отталкивания двух электронов превышает силу их гравитационного притяжения во множество раз. Например, сила кулоновского притяжения между электроном и протоном в атоме водорода в 1039 раз больше их гравитационного взаимодействия.

1.3. Электростатическое поле в вакууме.

Напряженность электростатического поля

- Вокруг заряда всегда есть *электрическое поле*, основное свойство которого заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.
- *Электрические* и *магнитные* поля – частный случай более общего – *электромагнитного поля* (ЭМП).
- Они могут порождать друг друга, превращаться друг в друга.
- Если заряды не движутся, то магнитное поле не возникает.

- ЭМП – есть не абстракция, а объективная реальность – форма существования материи, обладающая определенными физическими свойствами, которые мы можем измерить.
- *Силовой характеристикой поля*, создаваемого зарядом q , является отношение силы, действующей на пробный заряд q' , помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда, называемое *напряженностью электростатического поля*

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{r}{r}$$

Напряжённость электростатического поля, скалярная форма записи:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

здесь r – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле.

- *Вектор напряженности электростатического поля равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.*

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \text{ или } \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

- 1 Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

1.4. Сложение электростатических полей.

Принцип суперпозиции

- Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q' действует со стороны каждого заряда q_i такая сила, как если бы других зарядов не было.
- Результирующая сила определится выражением:

$$\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k$$

- *это принцип суперпозиции сил или независимости действия сил*

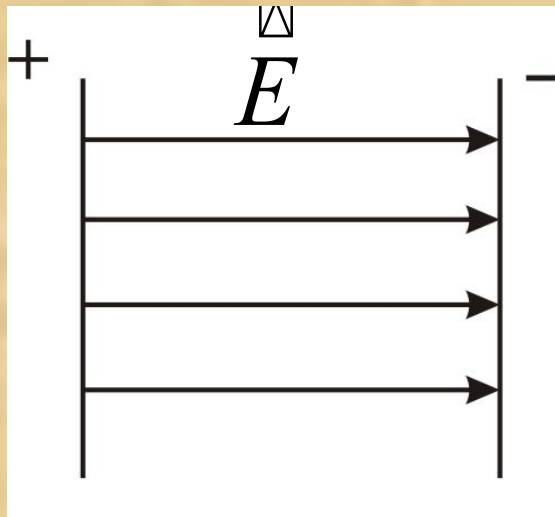
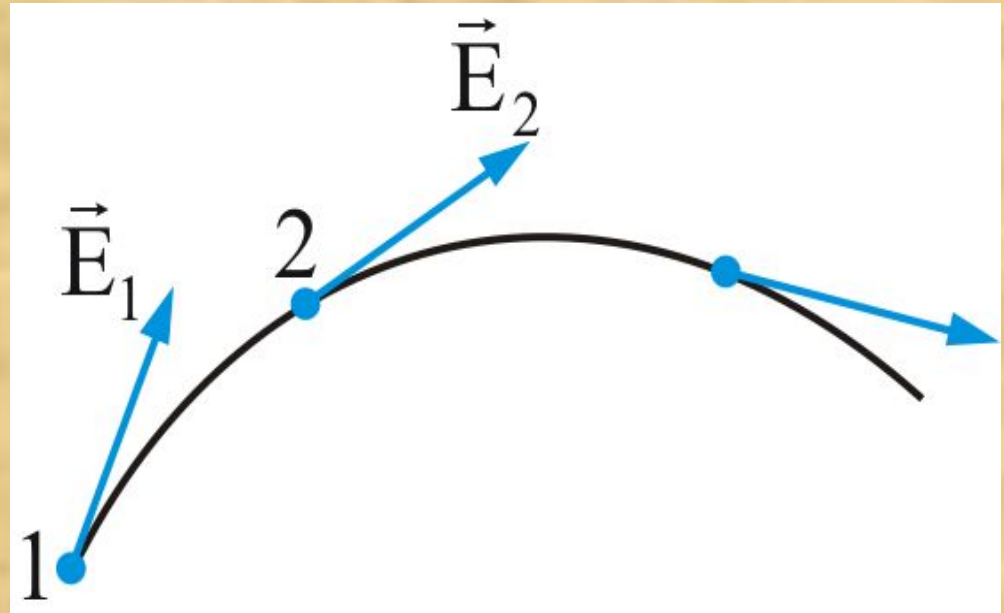
- т.к. $\vec{F} = q' \cdot \vec{E}$ то \vec{E} – результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же *подчиняется принципу суперпозиции.*

Принцип наложения или суперпозиции электрических полей:

- ***Напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.***

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Силовые линии — это линии, касательная к которым в любой точке поля совпадает с направлением вектора напряженности

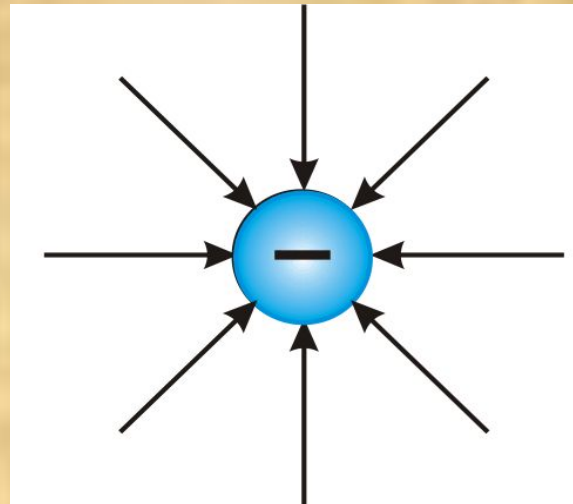
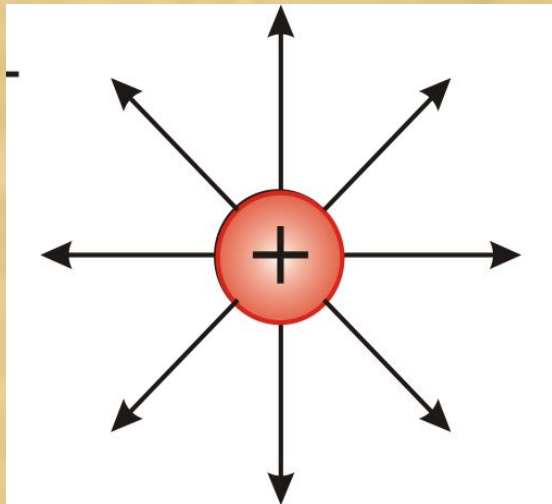


Однородным называется электростатическое поле, *во всех точках которого напряженность одинакова по величине и направлению*, т.е. однородное электростатическое поле изображается параллельными силовыми линиями на равном расстоянии друг от друга

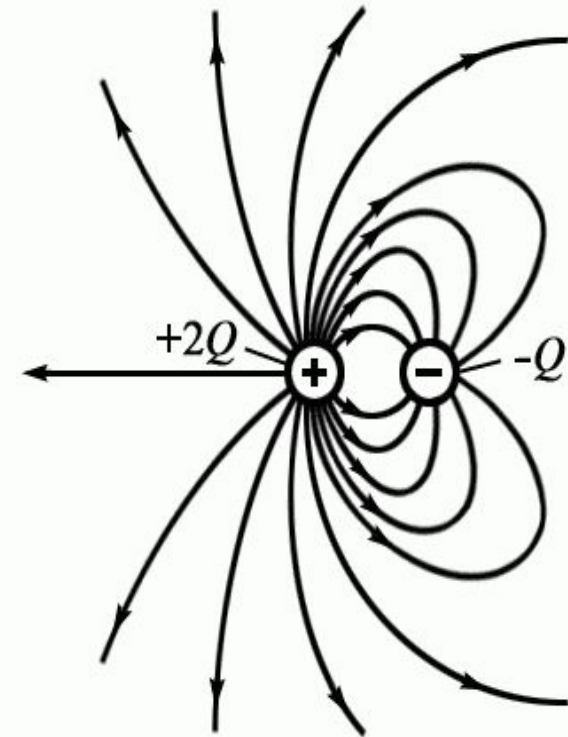
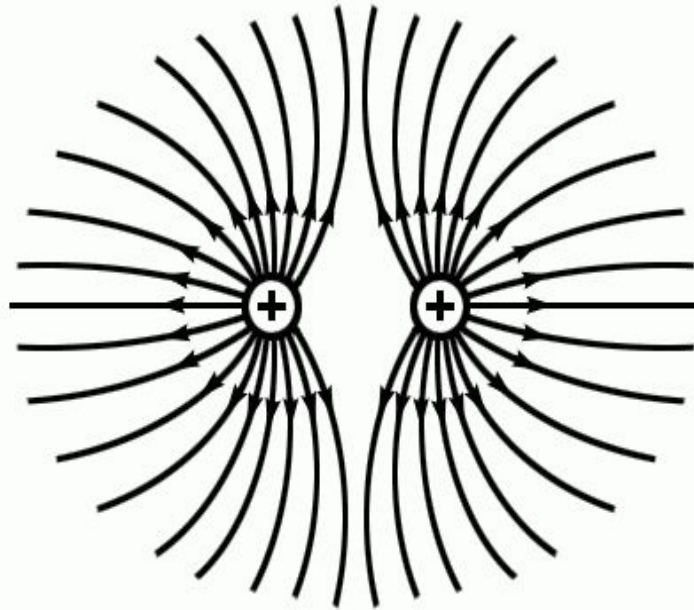
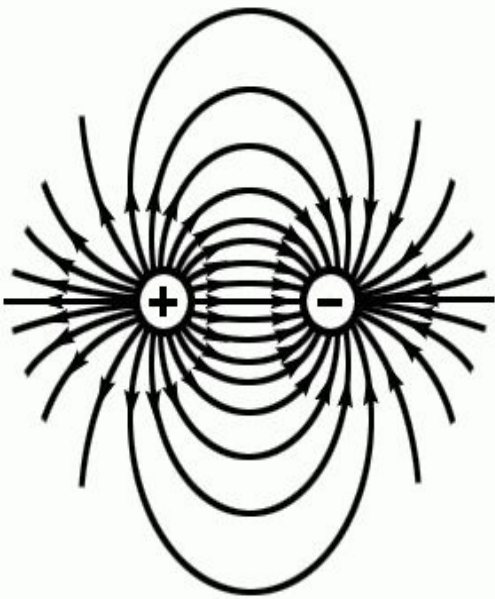
В случае точечного заряда:

- *линии напряженности исходят из положительного заряда и уходят в бесконечность;*
- *из бесконечности входят в отрицательный заряд.*

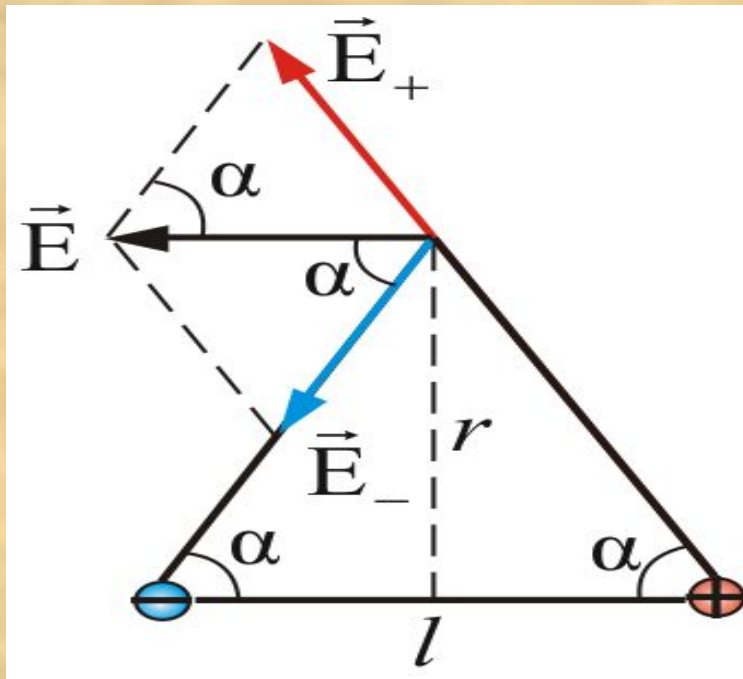
Т.к. $E \sim \frac{1}{r^2}$ то густота силовых линий обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда.



- Для системы зарядов силовые линии направлены от положительного заряда к отрицательному



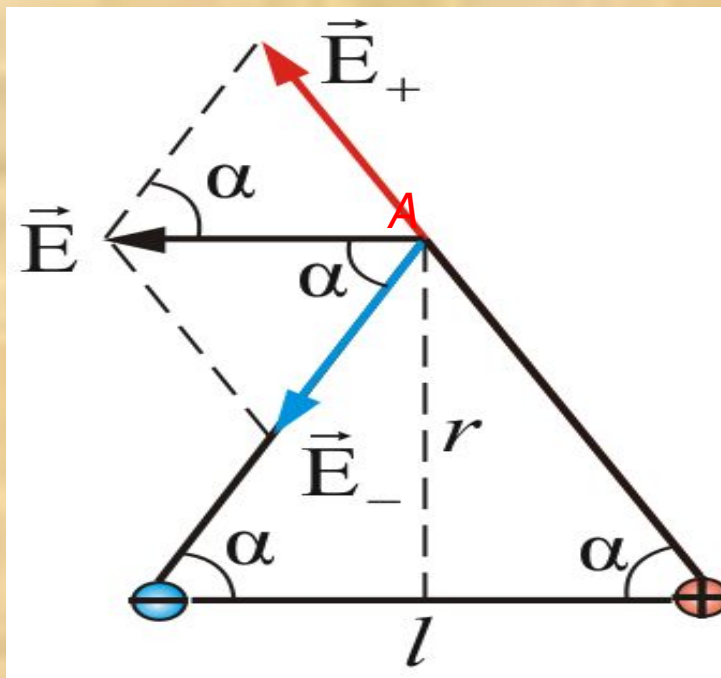
Пример 1.



**Напряженность
электрического поля
системы зарядов равна
геометрической сумме
напряженностей полей
каждого из зарядов в
отдельности.**

- $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_k \vec{E}_k$ т. е. $\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$

- $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad |\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| \quad E = 2E_+ \cos \alpha$



- В данном случае:

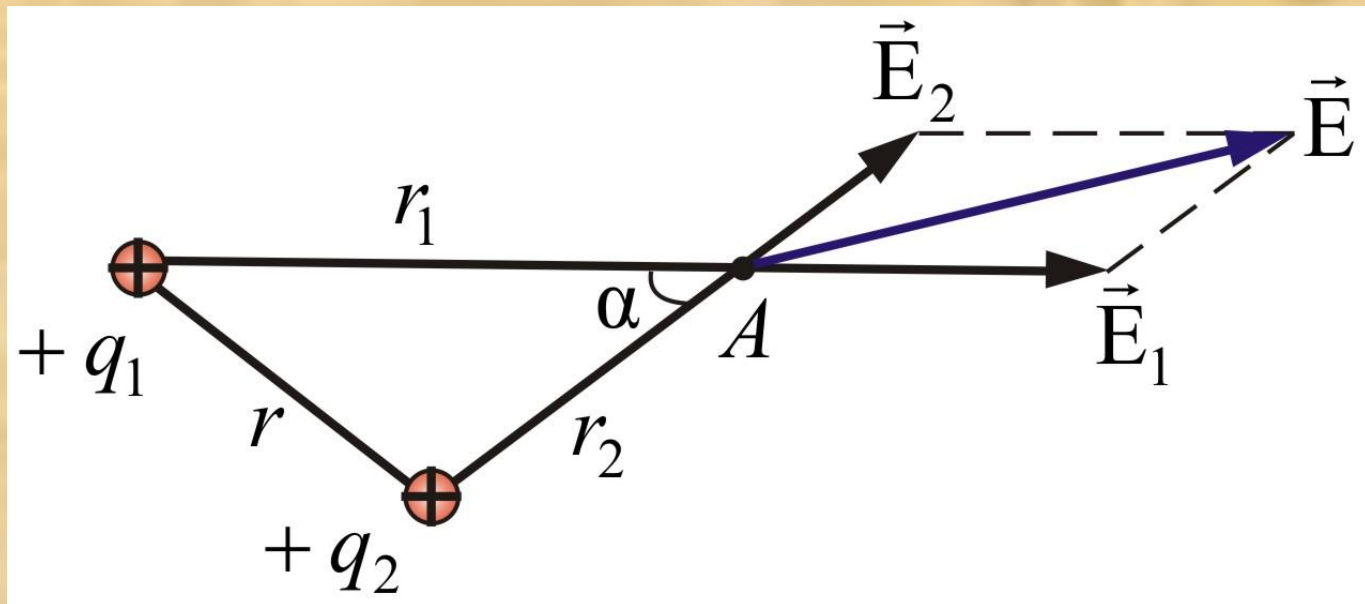
$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}$$

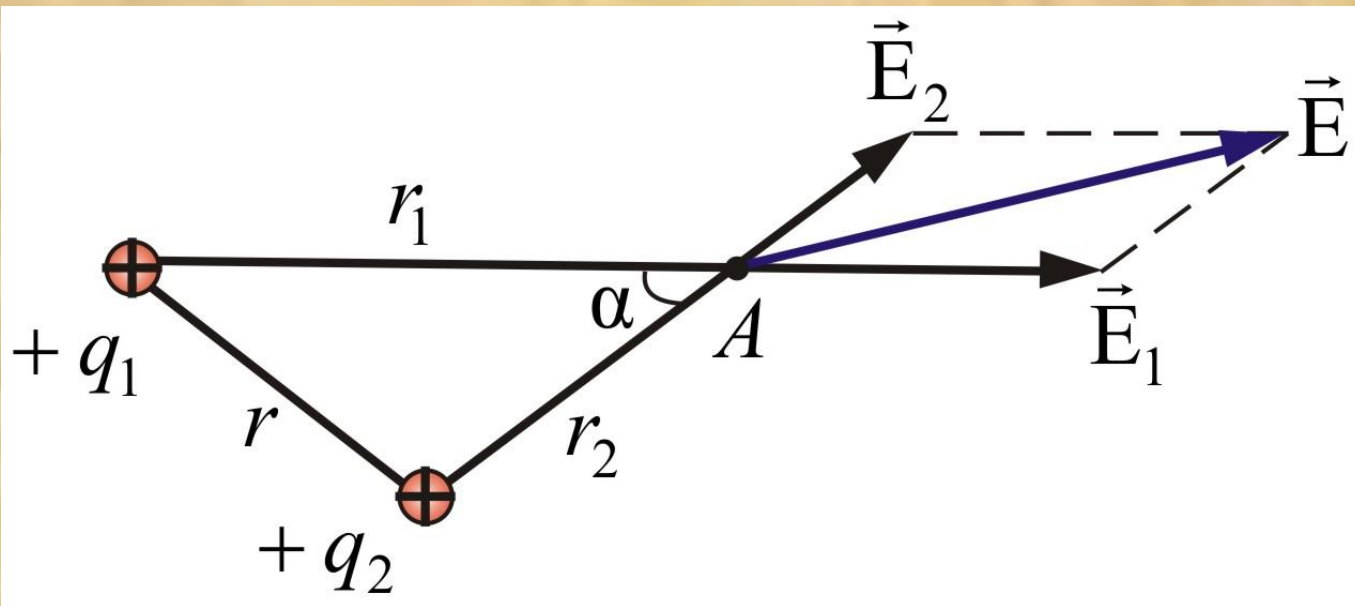
$$\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

Следовательно,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

- Рассмотрим другой пример. Найдем напряженность электростатического поля E , создаваемую двумя положительными зарядами q_1 и q_2 в точке A , находящейся на расстоянии r_1 от первого и r_2 от второго зарядов





$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$$

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha},$$

где $\cos\alpha = \frac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}$.

- *Если поле создается не точечными зарядами, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля, создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:*

$$\vec{E} = \int d\vec{E},$$

- где $d\vec{E}$ – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом. Интеграл может быть линейным, по площади или по объему в зависимости от формы тела.

- Для решения подобных задач пользуются соответствующими значениями **плотности заряда**:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

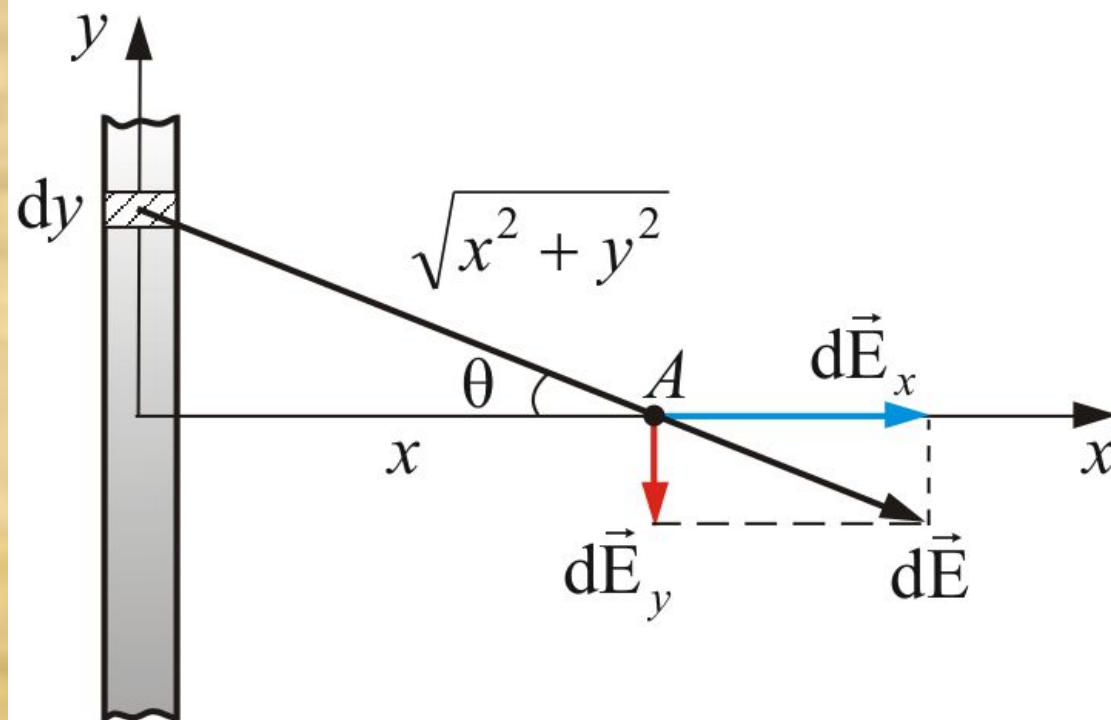
- **– линейная плотность заряда**,
(измеряется в Кл/м);

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

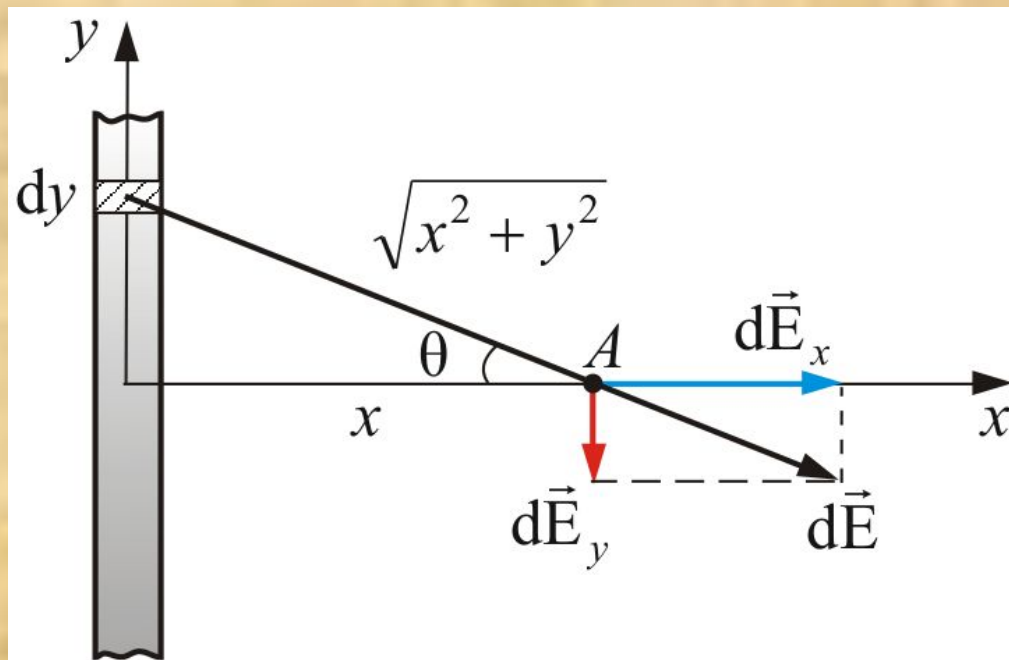
- **– поверхностная плотность заряда** (измеряется в Кл/м²);

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

- **– объемная плотность заряда**,
(измеряется в Кл/м³).

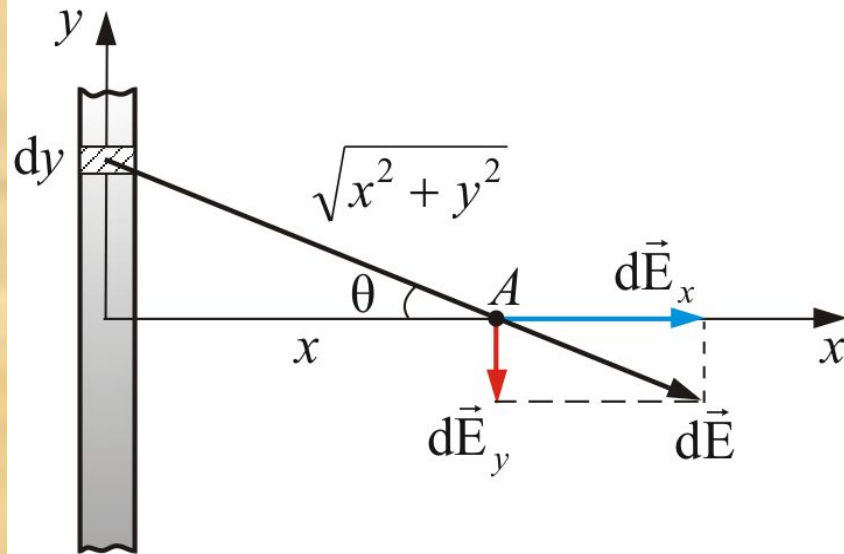


- Определим напряженность электрического поля в точке A на расстоянии x от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда.
- λ – заряд, приходящийся на единицу длины.



- Считаем, что x – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины dy , несет заряд $dq = dy \lambda$. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке A :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$



- Вектор \vec{dE} имеет проекции dE_x и dE_y причем

$$dE_x = dE \cos \theta; \quad dE_y = dE \sin \theta.$$
- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то y – компонента вектора \vec{dE} обратится в ноль (скомпенсируется), т.е. .

$$E_y = \int dE \sin \theta = 0$$

- Тогда $E = E_x = \int dE \cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos\theta dy}{x^2 + y^2}$
- Теперь выразим y через θ . Т.к. $y = x \operatorname{tg}\theta$,
- То $dy = x d\theta / \cos^2 \theta$ $(x^2 + y^2) = x^2 / \cos^2 \theta$

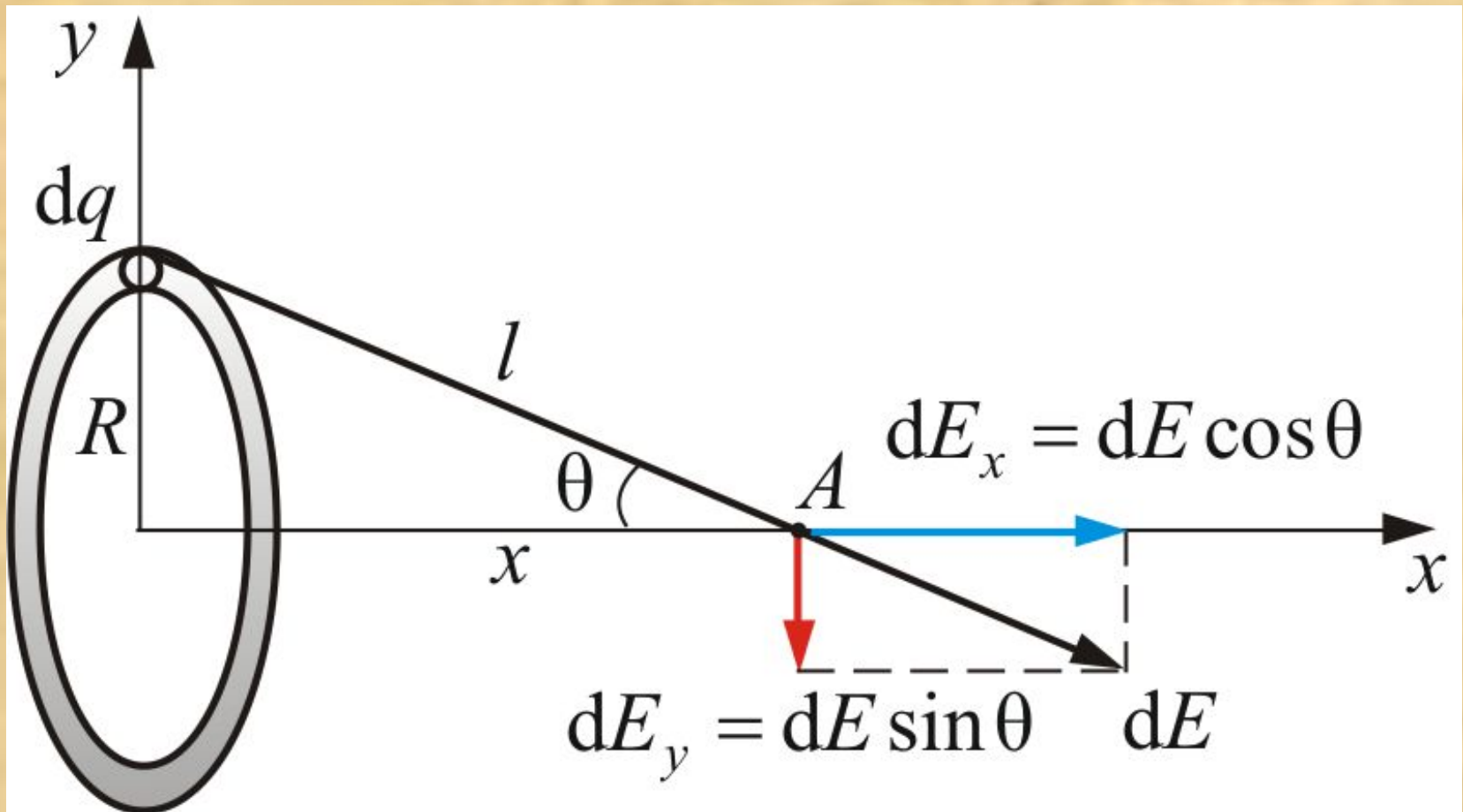
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

- *Напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.*

• Д.к. № 1 (2й семестр).

По тонкому кольцу радиуса R равномерно распределен заряд q . Определить напряжённость в точке A .



ЛЕКЦИЯ ОКОНЧЕНА. СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!

