

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

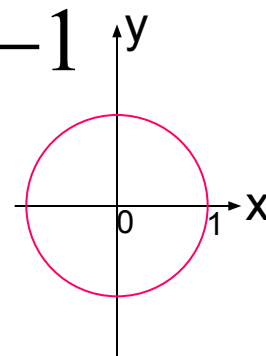


$$\cos 2x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

$$2 \sin 3x > -1$$

$$\sin x > 1$$



Тригонометрические неравенства

$$\sin 2x + \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x \leq -1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство:

$$\cos 2x \geq -\frac{1}{2}$$

■ $\cos x$ - абсцисса точки единичной окружности, поэтому отметим на оси Ox точку $x = -\frac{1}{2}$

И проведем, через эту точку прямую параллельную оси Oy

■ Найдём корни уравнения:

$$\begin{aligned} \cos 2x &= -\frac{1}{2} \\ x_{1,2} &= \pm(\arccos(-\frac{1}{2})) = \pm(\pi - \arccos(\frac{1}{2})) = \\ &= \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) = \pm \frac{2\pi}{3} \text{ и отметим их} \end{aligned}$$

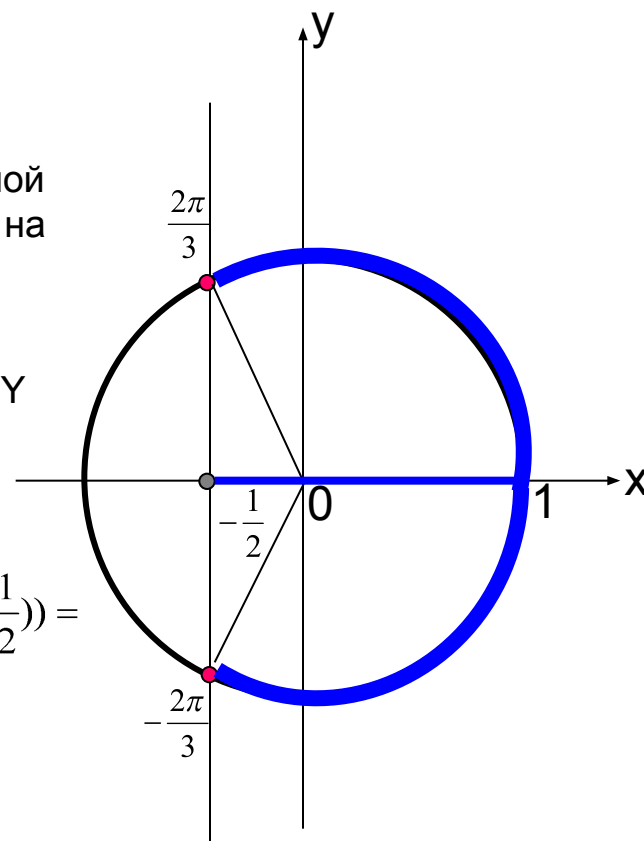
на окружности

■ Найдём точки окружности, абсциссы которых больше $-\frac{1}{2}$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

■ Разделим все части неравенства на 2

$$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Ответ:

$$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2

Решаем вместе

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

Решить неравенство:

$$\sin 2x + \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$$

$$\sin 2x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\sin x$ - ордината точки единичной окружности, поэтому отметим на оси OY точку $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

И проведем, через эту точку прямую параллельную оси OX

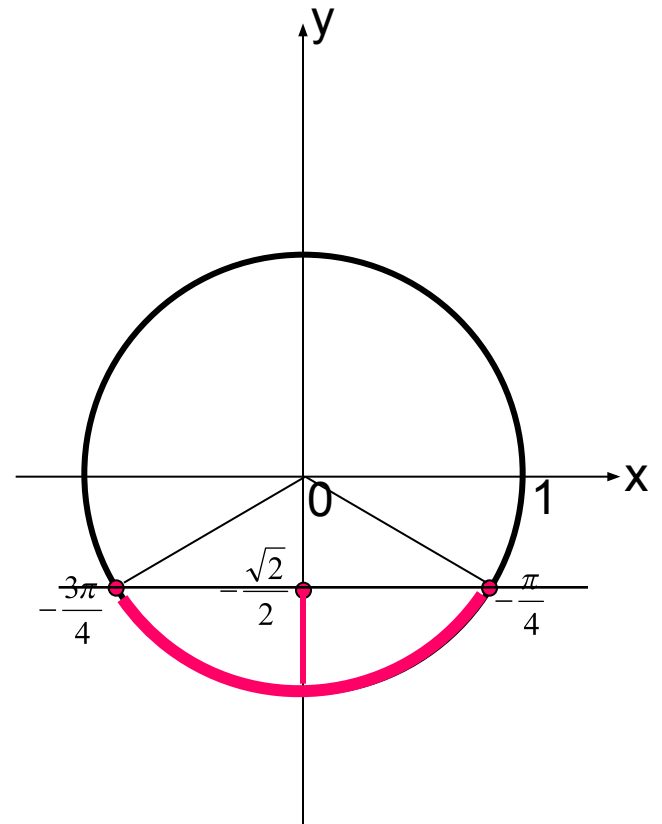
Найдем корни уравнения:

$$\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_{1,2} = (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n,$$

$$x_1 = -\frac{3\pi}{4}, x_2 = -\frac{\pi}{4}, \text{ и отметим их}$$

на окружности



Найдем точки окружности, ординаты которых меньше $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq 2x \leq -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Разделим все части неравенства на 2

$$-\frac{3\pi}{8} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{8} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3

Решаем вместе

<input type="checkbox"/>	
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
<input type="checkbox"/>	

Решить неравенство: $\sin x > 1$



1. $\sin x$ – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку $y=1$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

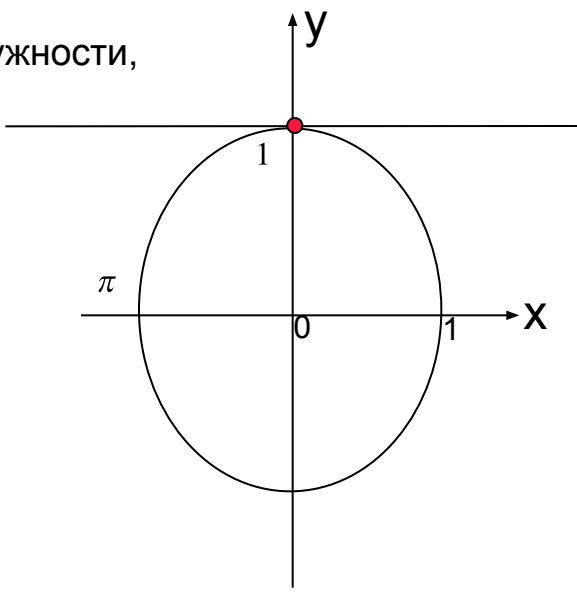


2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше 1

Таких точек нет



Получаем, что данное неравенство решений не имеет.



4

Решаем вместе

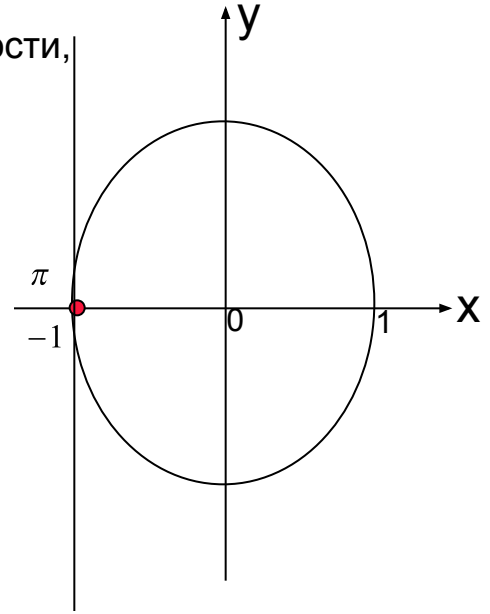
	<input type="checkbox"/>
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
<input checked="" type="checkbox"/>	

Решить неравенство: $\cos x \leq -1$

- 1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OX точку $x = -1$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY
- 2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых меньше -1

Таких точек нет

■ абсциссу **равную** -1 имеет одна точка единичной окружности:



$$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$$

■ Получаем, что решениями данного неравенства является множество отрезков:

Ответ: $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $\cos x \leq \frac{1}{2}$

1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси Ox точку $x = \frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси Oy

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых меньше $\frac{1}{2}$

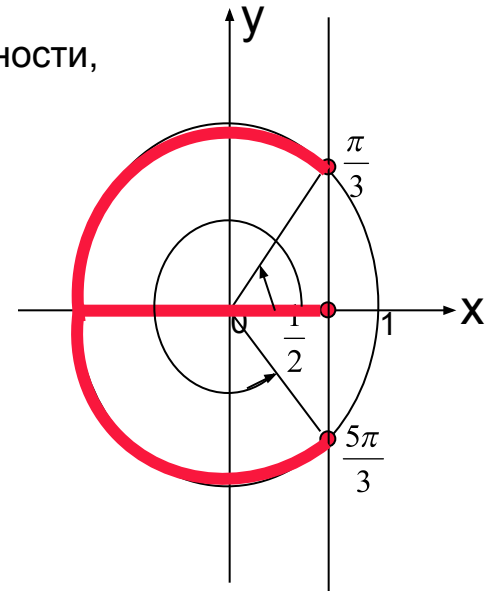
абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$



6

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $\cos x > \frac{1}{2}$



1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси Ox точку $x = \frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси Oy



2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{1}{2}$

абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

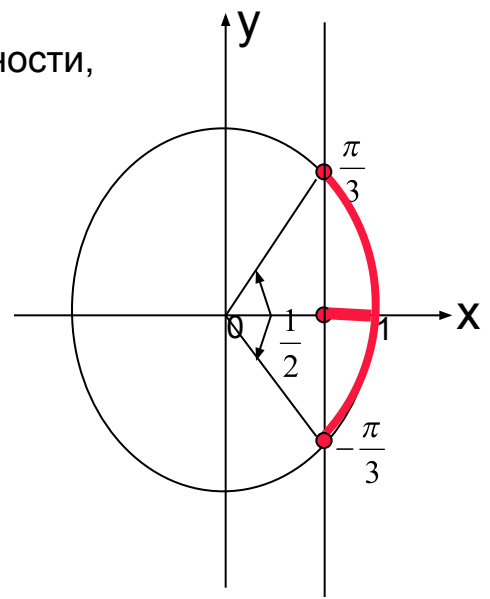


$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$



Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:



Ответ: $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $\sin x \geq -\frac{1}{2}$

1. $\sin x$ – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку $y = -\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше $-\frac{1}{2}$

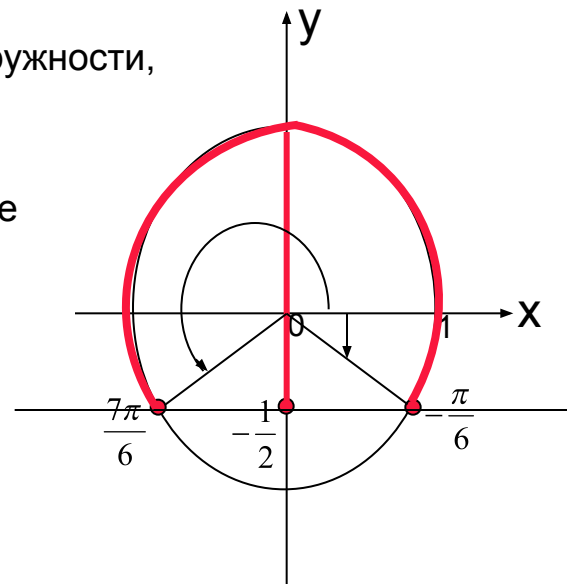
ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$



Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $\sin x < -\frac{1}{2}$

1. $\sin x$ – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку $y = -\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых меньше $-\frac{1}{2}$

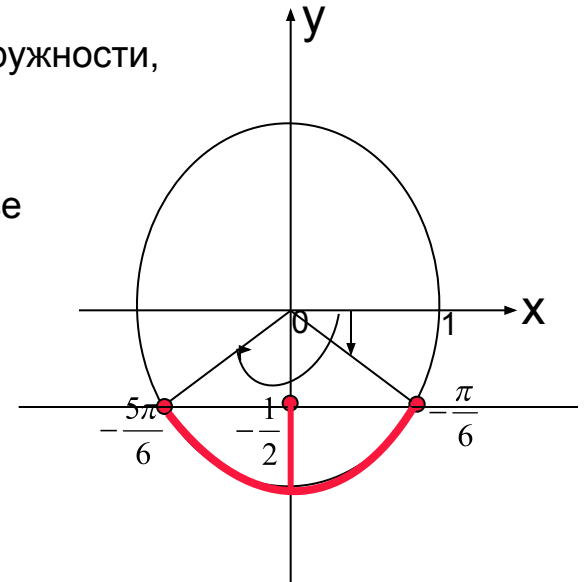
ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$





1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $2 \sin 3x > -1$

1. Выполним преобразования:

$$\sin 3x > -\frac{1}{2} \quad (1)$$

2. $\sin x$ – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку $y = -\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

3. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше $-\frac{1}{2}$

ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

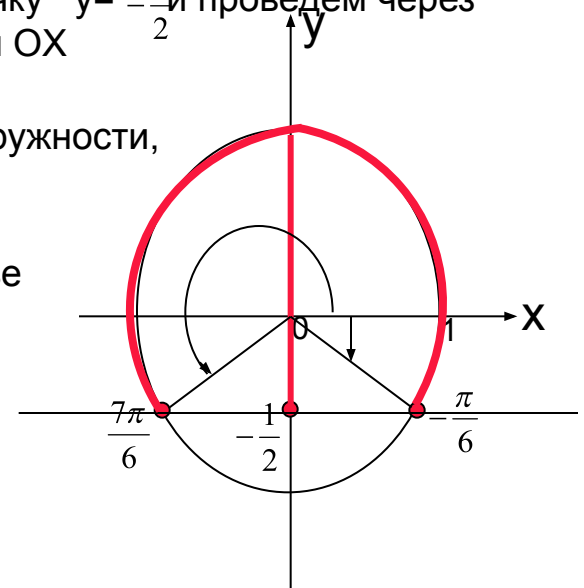
$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями неравенства (1) являются множество отрезков:

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Разделим все части неравенства на 3, получим

Ответ: $-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$



Решаем вместе

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12

Решить неравенство: $\cos(x - \frac{\pi}{6}) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OX точку $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{\sqrt{3}}{2}$

абсциссу равную $\frac{\sqrt{3}}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

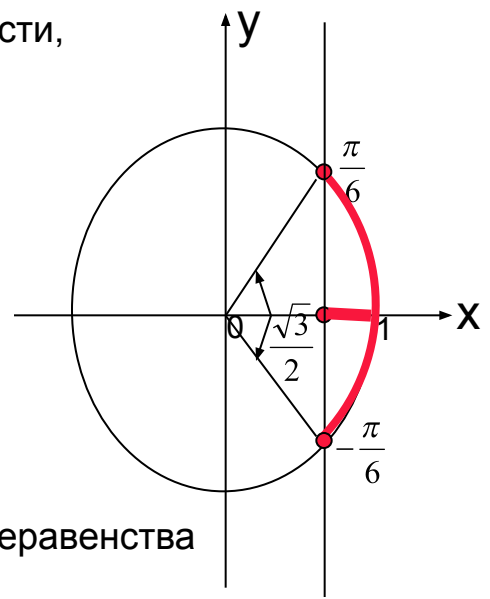
$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$



Разделим все части неравенства на 3, получим

Прибавим ко всем частям неравенства $\frac{\pi}{6}$

Решаем вместе



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12



Решить неравенство: $\cos\left(\frac{x}{3} + 2\right) \geq \frac{1}{2}$

1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси Ox точку $x = \frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси Oy

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{1}{2}$

абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

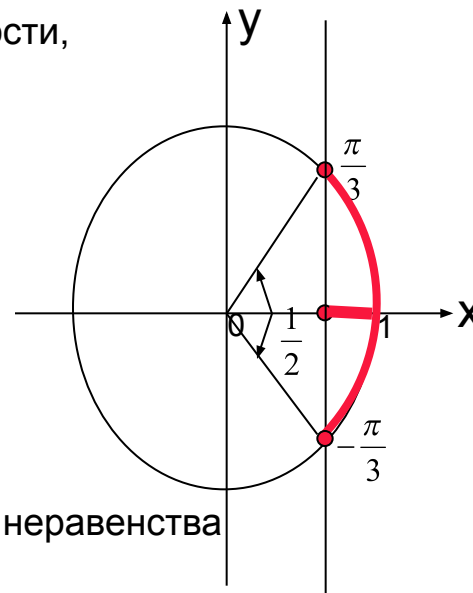
$$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq \frac{x}{3} + 2 \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{\pi}{3} - 2 + 2\pi n \leq \frac{x}{3} \leq \frac{\pi}{3} - 2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Прибавим ко всем частям неравенства -2

Помножим все части неравенства на 3

Ответ: $-\pi - 6 + 6\pi n \leq x \leq \pi - 6 + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Решаем вместе

□

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

⊗

Решить неравенство: $\sin\left(\frac{x}{4} - 3\right) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$

1. $\sin x$ – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых меньше $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
ординату равную $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

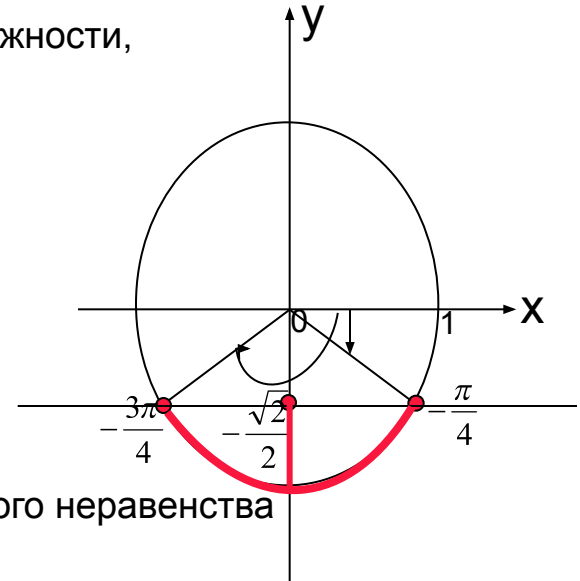
$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq \frac{x}{4} - 3 \leq -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{4} + 3 + 2\pi n \leq \frac{x}{4} \leq -\frac{\pi}{4} + 3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Прибавим ко всем частям неравенства 3

Помножим все части неравенства на 4

Ответ: $-3\pi + 12 + 8\pi n \leq x \leq -\pi + 12 + 8\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Учебник Колмогоров, стр. 77 - 79
Разобрать и записать в конспект
Пример 4 и Пример 6

ПР 17

Учебник Колмогоров, стр. 80
№ 157, № 159
