Решаем вместе

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

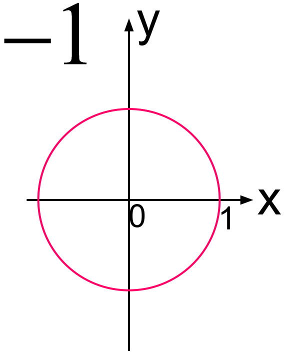
11 12

$$\cos 2x \geq -\frac{1}{2}$$

$$2\sin 3x > -1$$

$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\sin x > 1$$



Тригонометрические неравенства

$$\sin 2x + \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos x \leq -1$$

1

Решаем вместе

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство:

$$\cos 2x \geq -\frac{1}{2}$$

Cosx -абсцисса точки единичной окружности, поэтому отметим на оси OX точку $x = -\frac{1}{2}$

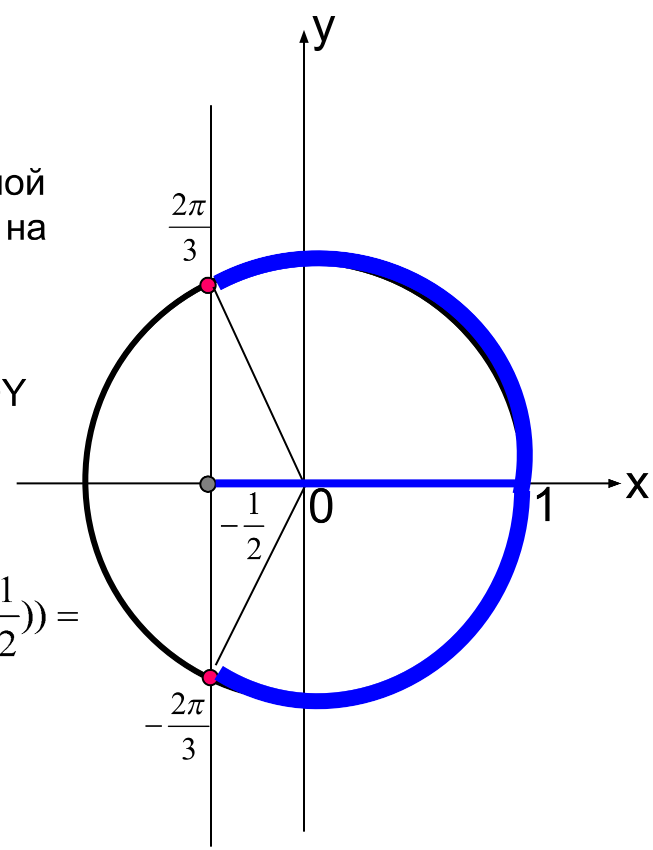
И проведем, через эту точку прямую параллельную оси OY

Найдем корни уравнения:

$$\cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = \pm(\arccos(-\frac{1}{2})) = \pm(\pi - \arccos(\frac{1}{2})) =$$

$$= \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) = \pm\frac{2\pi}{3}$$ *и отметим их на окружности*



Найдем точки окружности, абсциссы которых больше $-\frac{1}{2}$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Разделим все части неравенства на 2

$$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$$

Ответ:

$$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$$

2

Решаем вместе

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12

Решить неравенство:

$$\sin 2x + \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$$

$$\sin 2x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

sin$x$ -ордината точки единичной окружности, поэтому отметим на оси OY точку $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

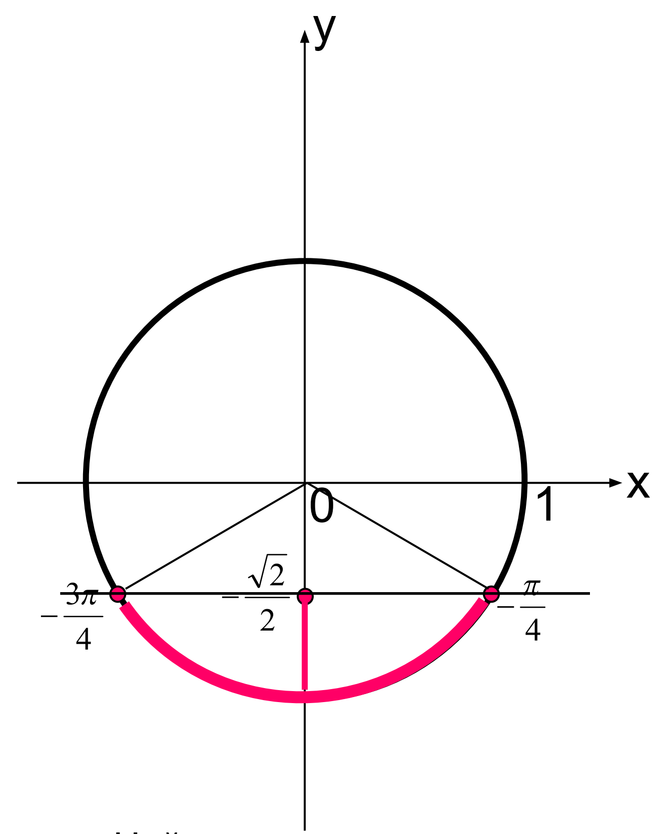
И проведем, через эту точку прямую параллельную оси OX

Найдем корни уравнения :

$$\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_{1,2} = (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n,$$

$x_1 = -\frac{3\pi}{4}, x_2 = -\frac{\pi}{4}$, *и отметим их на окружности*



Найдем точки окружности, ординаты которых меньше $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \le 2x \le -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

Разделим все части неравенства на 2

$$-\frac{3\pi}{8} + \pi n \le x \le -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{8} + \pi n \le x \le -\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$

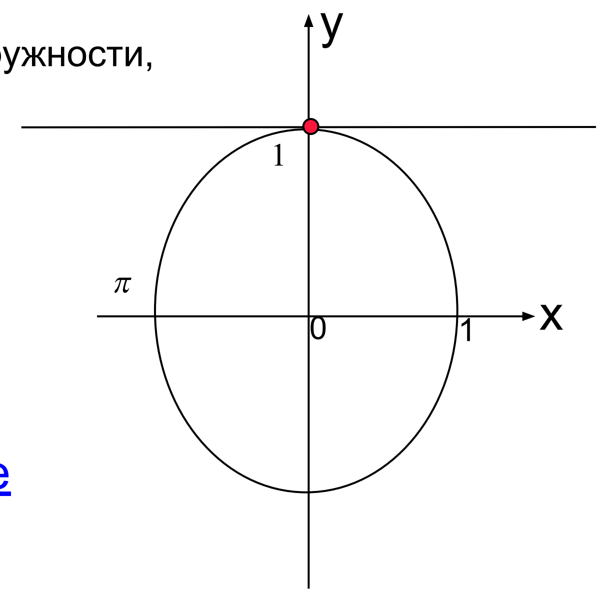
Решаем вместе

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\sin x > 1$

1. sin*x* – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку y= 1 и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше 1



Таких точек нет

Получаем, что данное неравенство решений не имеет.

4

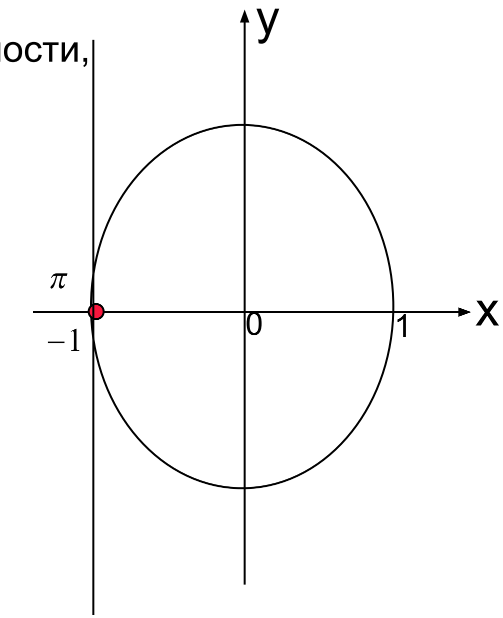
Решаем вместе

Решить неравенство: $\cos x \leq -1$

1. cos*x* – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси ОХ точку x= -1 и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых меньше -1

Таких точек нет



абсциссу **равную** -1 имеет одна точка единичной окружности:

$$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства является множество отрезков:

Ответ: $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

Решаем вместе

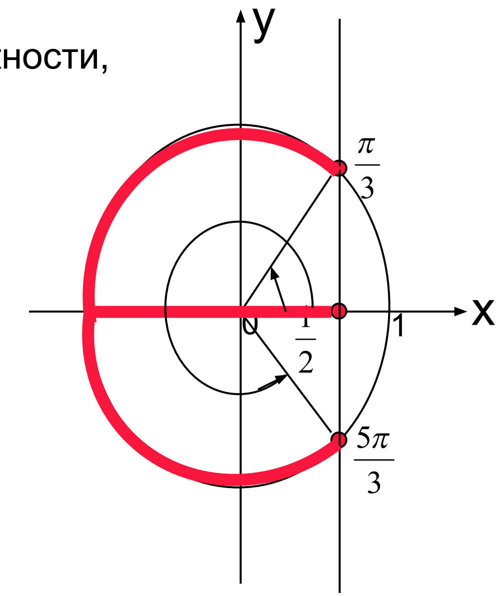
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\cos x \le \dfrac{1}{2}$

1. cos*x* – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси ОХ точку x= $\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых меньше $\frac{1}{2}$

абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:



$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $\dfrac{\pi}{3} + 2\pi m \le x \le \dfrac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

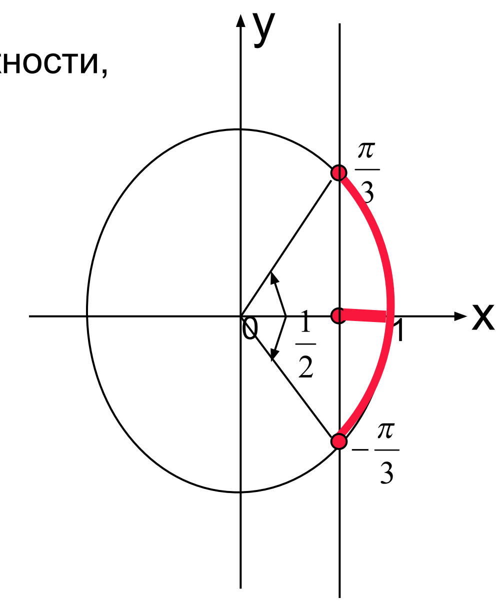
6

Решаем вместе

Решить неравенство: $\cos x > \frac{1}{2}$

1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OX точку x= $\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{1}{2}$



абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

7

Решаем вместе

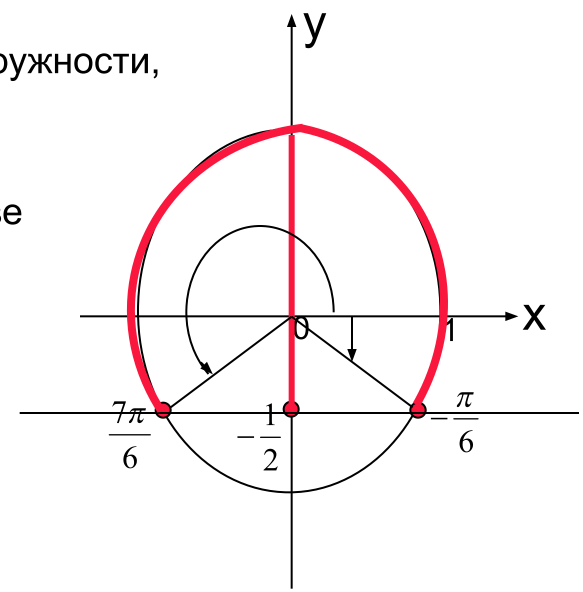
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\sin x \geq -\frac{1}{2}$

1. sin*x* – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку y= $-\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше $-\frac{1}{2}$

ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:



$$x_1 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Решаем вместе

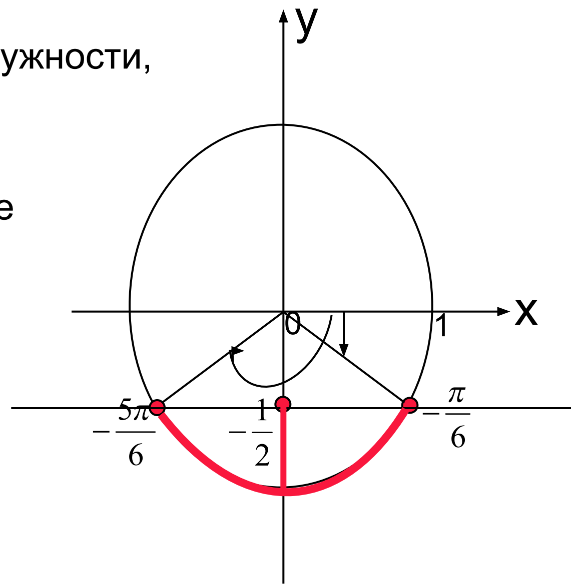
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\sin x < -\dfrac{1}{2}$

1. sin*x* – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку y= $-\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых меньше $-\frac{1}{2}$

ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:



$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

Ответ: $-\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n \le x \le -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Решаем вместе

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

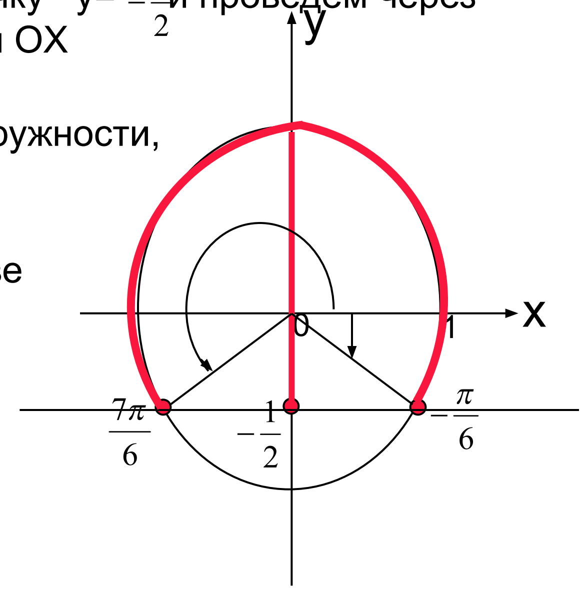
Решить неравенство: $2\sin 3x > -1$

1. Выполним преобразования:

$$\sin 3x > -\frac{1}{2} \qquad (1)$$

2. sin*x* – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку y= $-\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

3. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых больше $-\frac{1}{2}$



ординату равную $-\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями неравенства (1) являются множество отрезков:

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Разделим все части неравенства на 3, получим

Ответ: $-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$

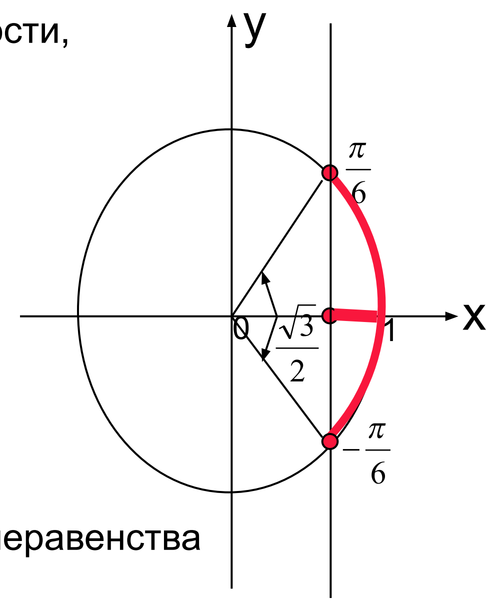
Решаем вместе

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\cos(x-\frac{\pi}{6})\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$

1. $\cos x$ – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OX точку x= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{\sqrt{3}}{2}$



абсциссу равную $\frac{\sqrt{3}}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$$

$$x_2=-\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

$$-\frac{\pi}{6}+2\pi m\leq x-\frac{\pi}{6}\leq\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$$

Разделим все части неравенства на 3, получим

Прибавим ко всем частям неравенства $\frac{\pi}{6}$

Ответ: $2\pi n\leq x\leq\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

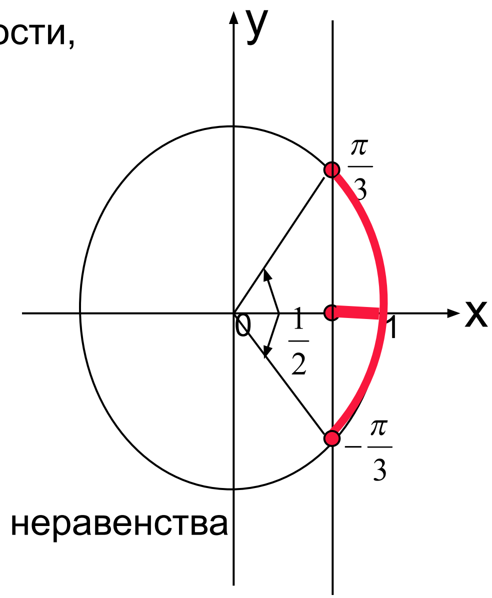
Решаем вместе

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\cos(\frac{x}{3}+2) \geq \frac{1}{2}$

1. cosx – это абсцисса точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси ОХ точку x= $\frac{1}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OY

2. Найдем точки единичной окружности, абсциссы которых больше $\frac{1}{2}$



абсциссу равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

$$-\frac{\pi}{3} + 2\pi m \leq \frac{x}{3} + 2 \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Прибавим ко всем частям неравенства -2

$$-\frac{\pi}{3} - 2 + 2\pi n \leq \frac{x}{3} \leq \frac{\pi}{3} - 2 + 2\pi n, n \in Z$$

Помножим все части неравенства на 3

Ответ: $-\pi - 6 + 6\pi n \leq x \leq \pi - 6 + 6\pi n, n \in Z$

Решаем вместе

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12

Решить неравенство: $\sin(\frac{x}{4}-3)<-\frac{\sqrt{2}}{2}$

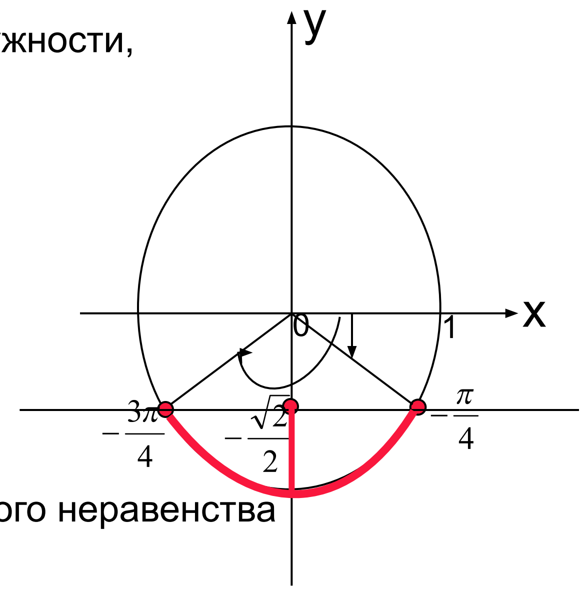
1. sin*x* – это ордината точки единичной окружности, поэтому, отметим на оси OY точку y= $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и проведем через нее прямую, параллельную оси OX

2. Найдем точки единичной окружности, ординаты которых меньше $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

ординату равную $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ имеют две точки единичной окружности:

$$x_1=-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$$

$$x_2=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$$



Получаем, что решениями данного неравенства являются множество отрезков:

$$-\frac{3\pi}{4}+2\pi n\le\frac{x}{4}-3\le-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$$

Прибавим ко всем частям неравенства 3

$$-\frac{3\pi}{4}+3+2\pi n\le\frac{x}{4}\le-\frac{\pi}{4}+3+2\pi n, n\in Z$$

Помножим все части неравенства на 4

Ответ: $-3\pi+12+8\pi n\le x\le-\pi+12+8\pi n, n\in Z$

Учебник Колмогоров, стр. 77 - 79
Разобрать и записать в конспект
Пример 4 и Пример 6

ПР 17

Учебник Колмогоров, стр. 80
№ 157, № 159