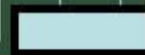


Тригонометрия



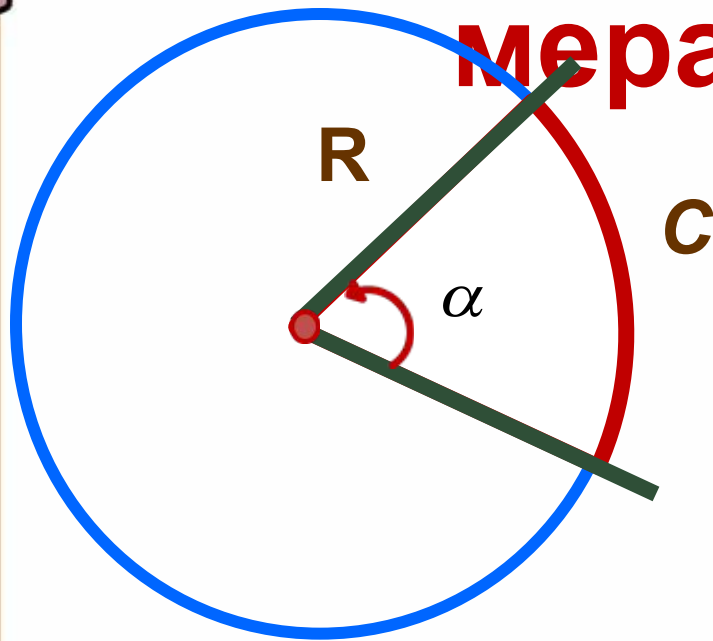


Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, при измерении расстояний до недалёких звёзд в астрономии, между ориентирами в географии, при контроле системы навигации, в теории музыки, акустике, оптике, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтике, химии, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, архитектуре, экономике,



Радианная мера угла



α – центральный
угол
 R – радиус

Если $R = C$,
то центральный угол
равен

Радианной мерой угла называется
отношение длины
соответствующей дуги
к радиусу окружности

одному радиану

$$1 \text{ рад} \approx 57^\circ$$



$$180^\circ = \pi$$

$$n^\circ = \alpha$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$$

$$n^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$$



НАПРИМЕР

$$n = 60^\circ$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$n^\circ = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

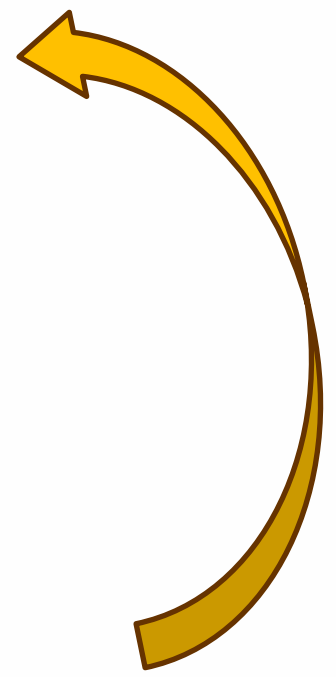
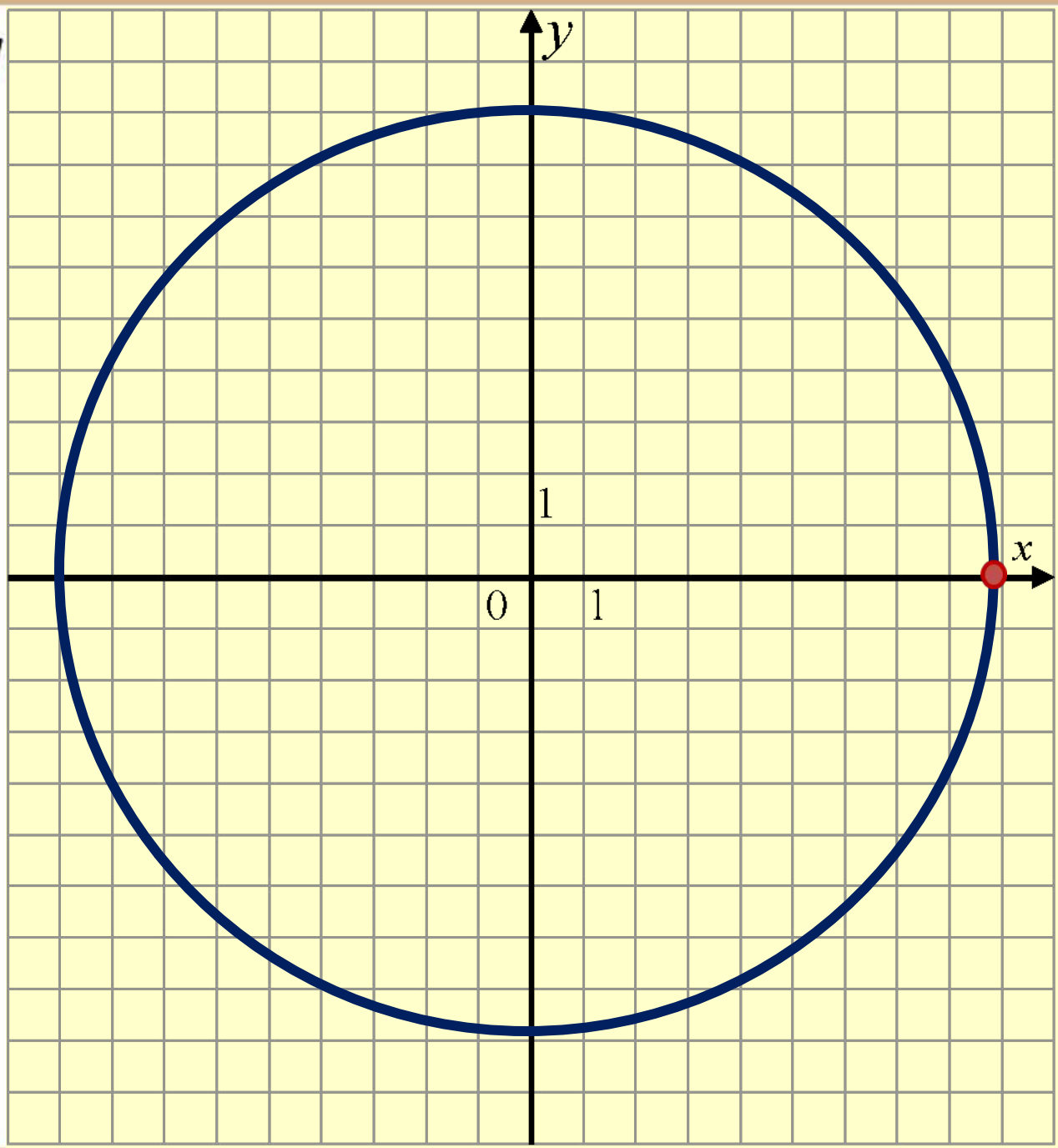
$$60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

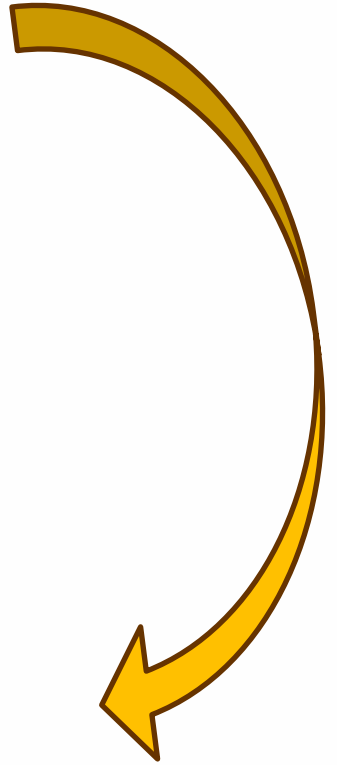
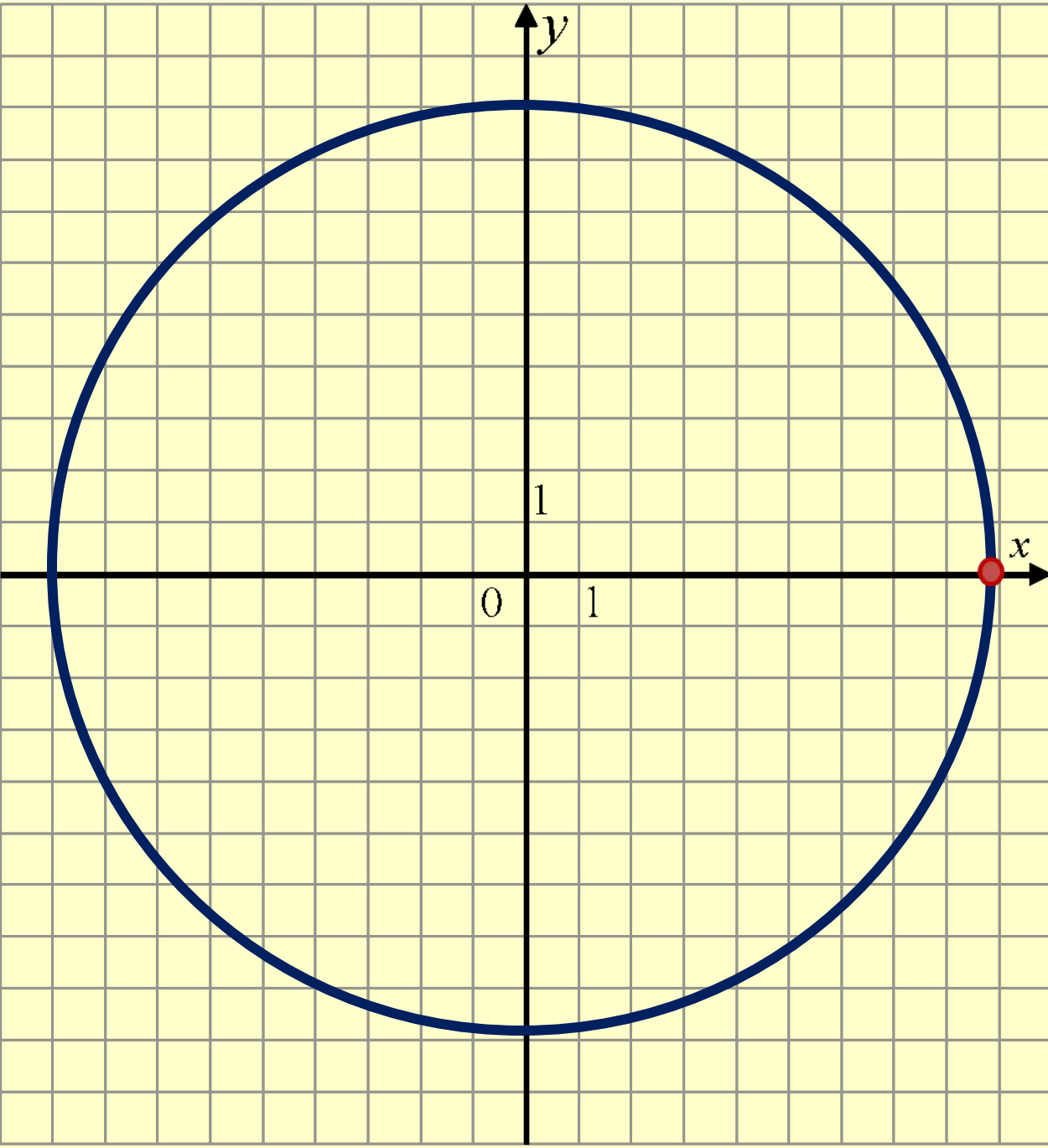
$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$



Градусная и радианная меры углов

| | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| Угол в градусах n | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| Угол в радианах α | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3}{2}\pi$ | 2π |

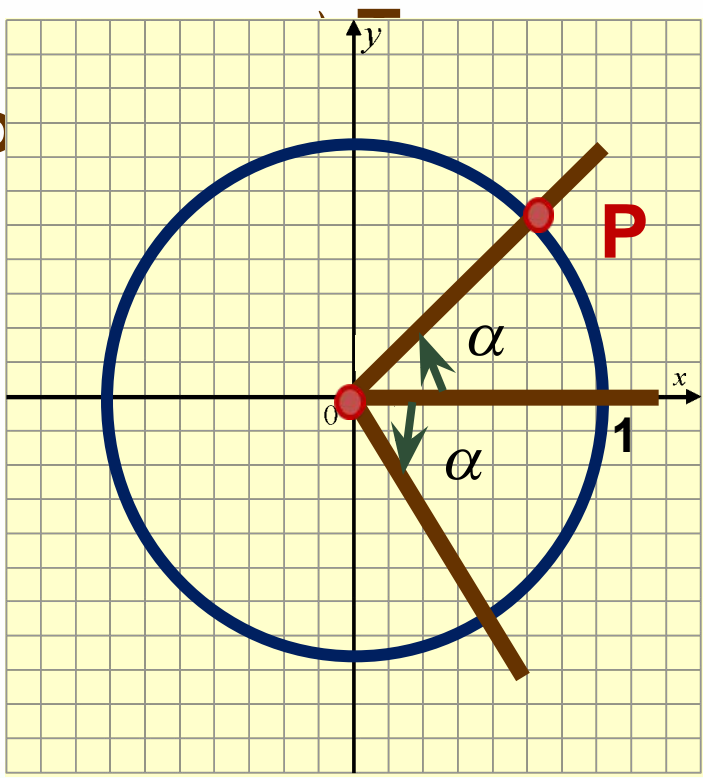






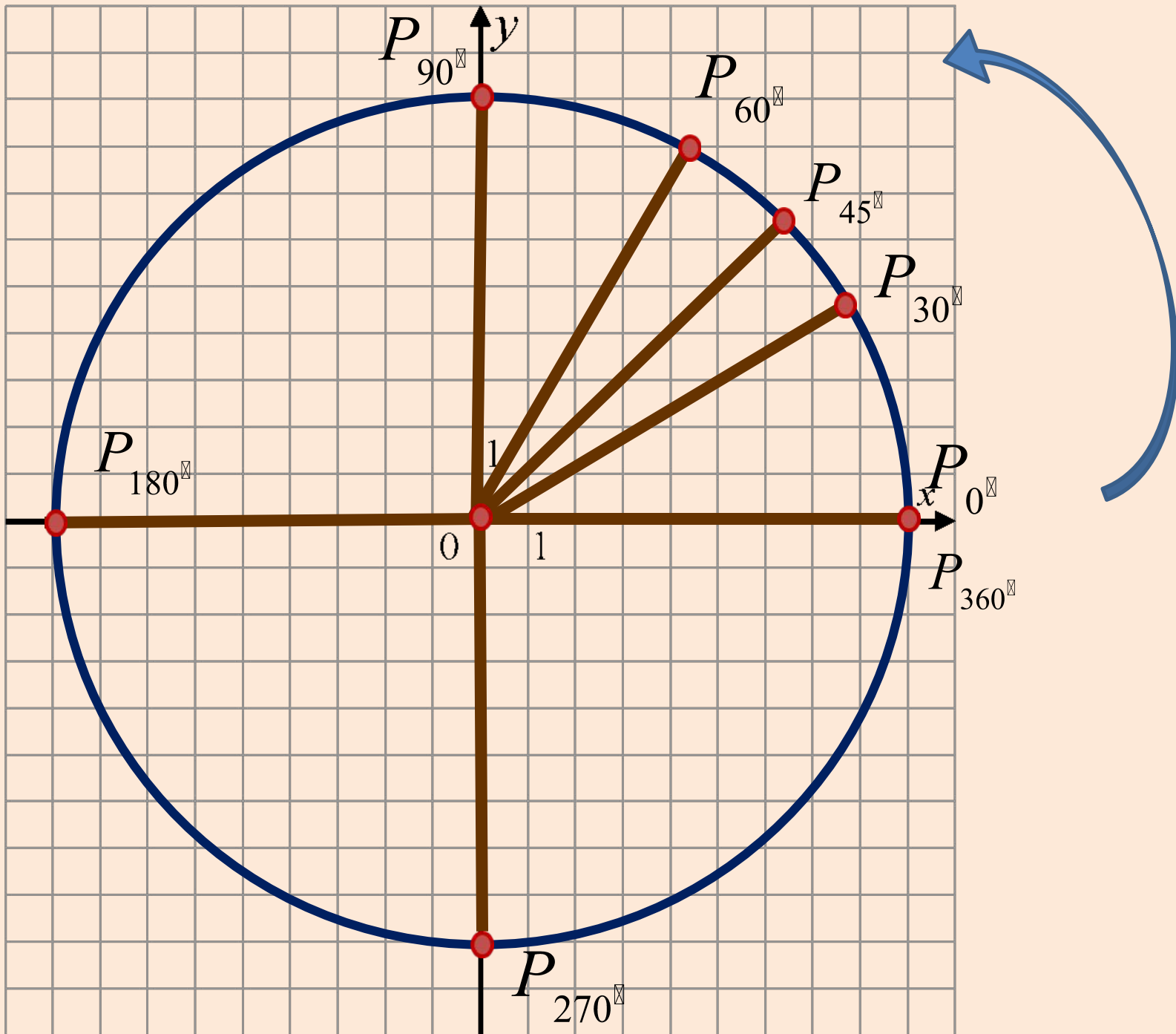
Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и центром в начале координат и отложим от горизонтальной оси угол

(если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелки). Точку пересечения окружности обозначим



Точка пересечения окружностью $\alpha > 0$

$\alpha < 0$



Вспомни

ММ:

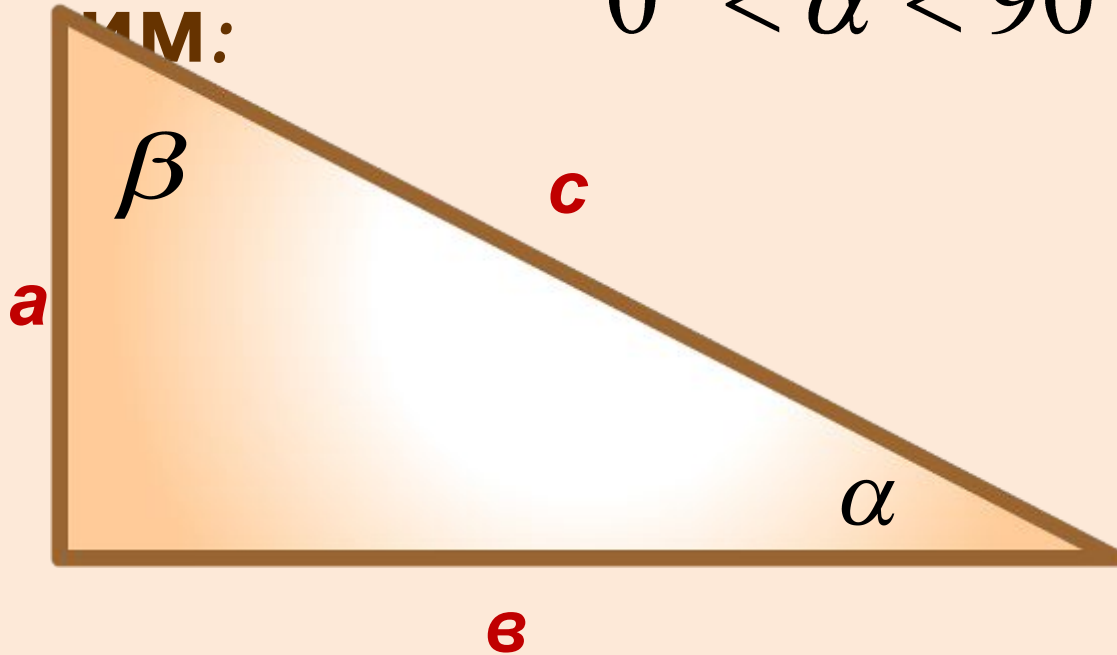
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

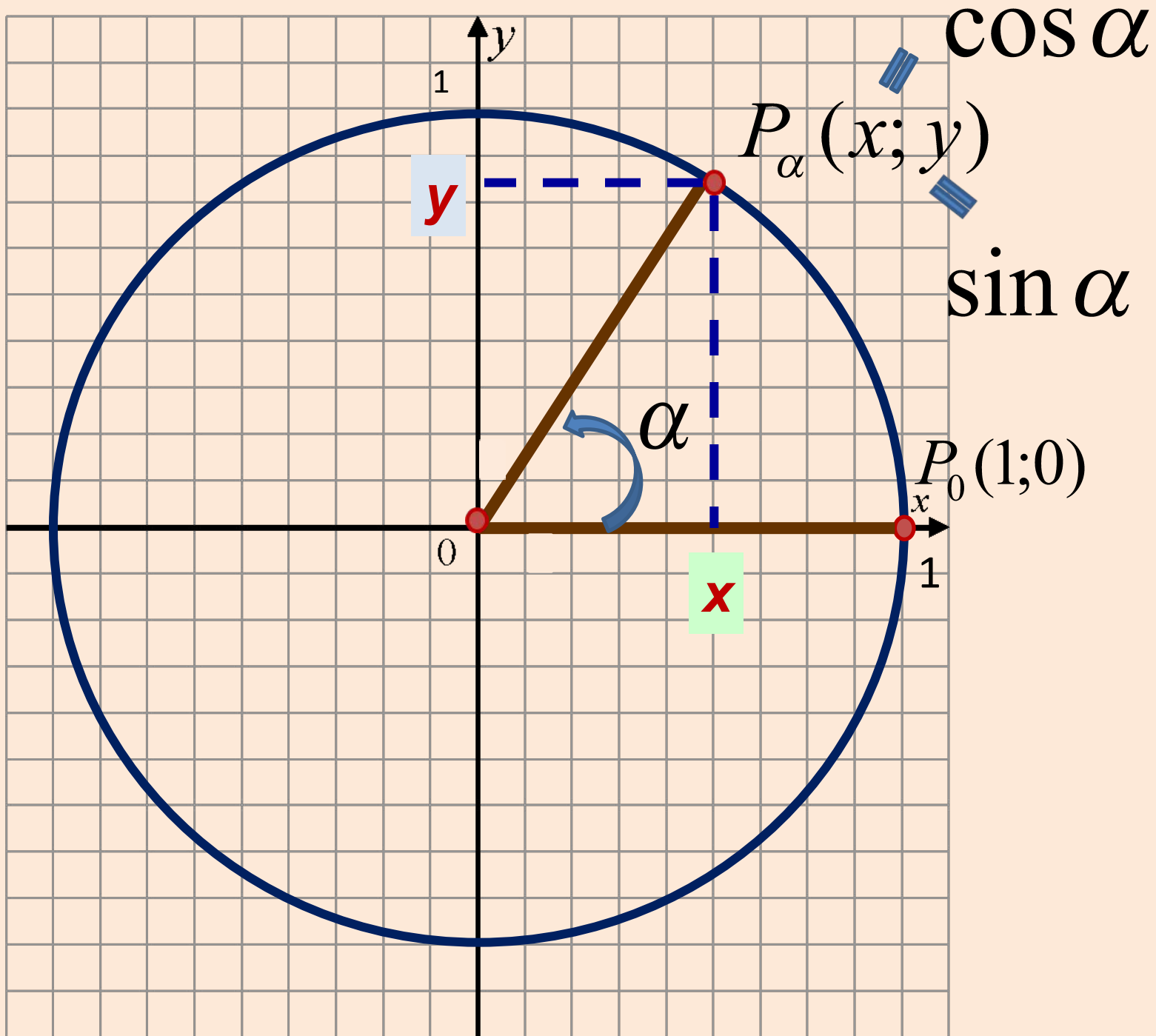
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$


$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.





Синус угла определяется как
ордината P_α
ТОЧКИ

P_α
Косинус — абсцисса точки

Тангенс – отношение P_α ординаты к
абсциссе
ТОЧКИ

P_α
Котангенс – отношение абсциссы к

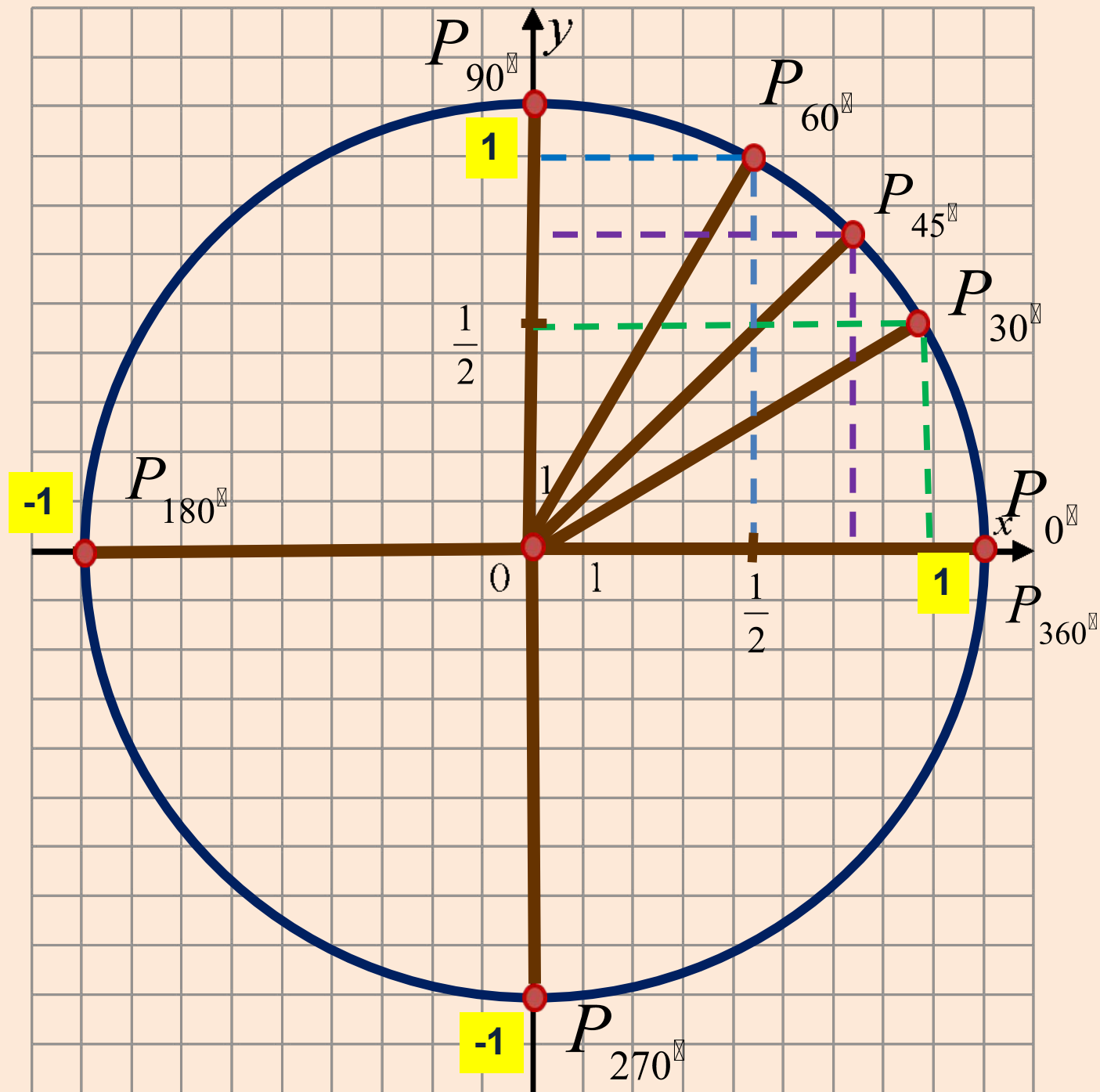


$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = \frac{P_\alpha}{r_\alpha} x$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{\frac{P_\alpha}{r_\alpha} x}$$

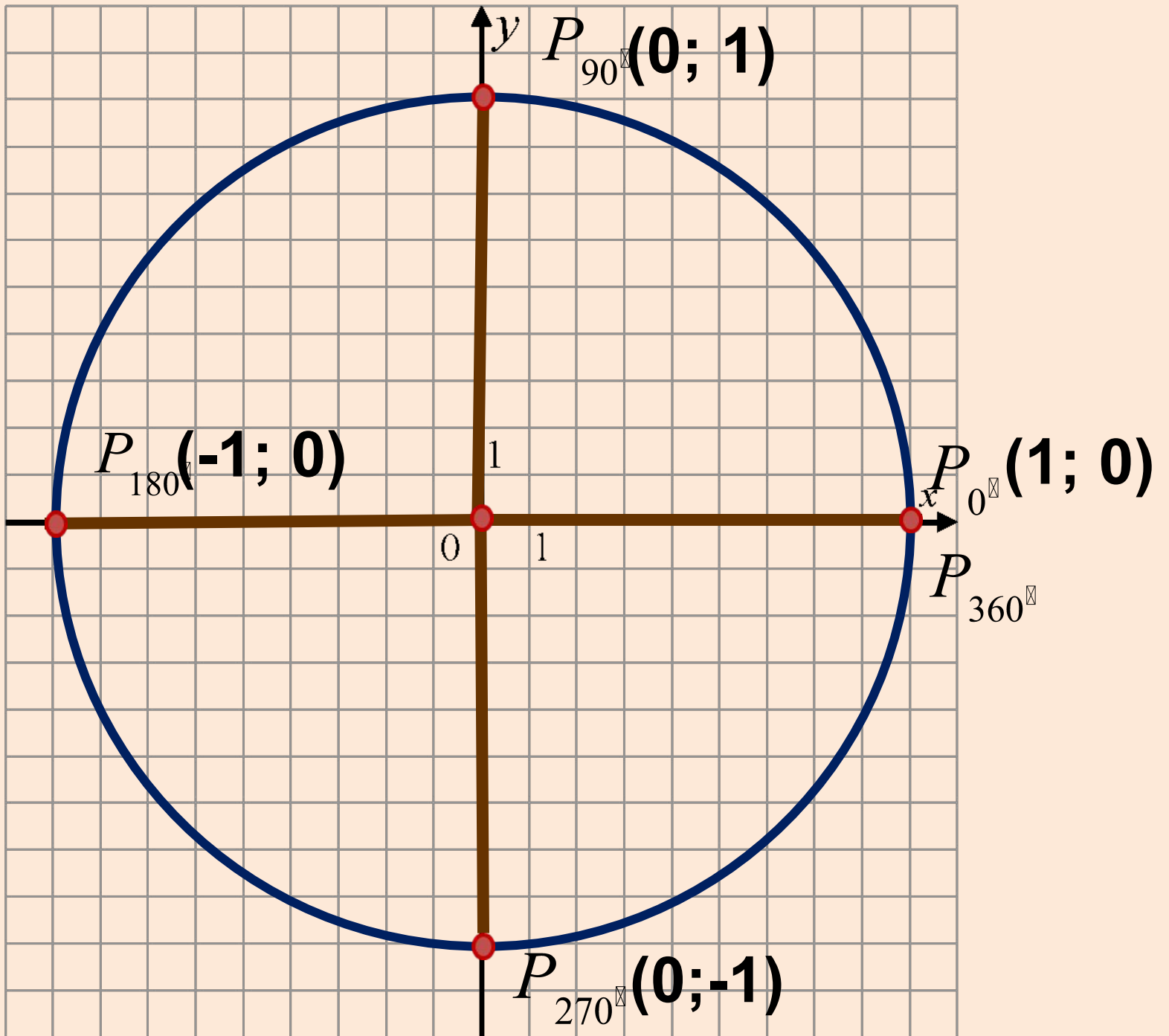
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{\frac{P_\alpha}{r_\alpha} y}$$





Запомни

| | 30° | 45° | 60° |
|-----------------------------|---|----------------------|---|
| $\sin \alpha$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos \alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |





Провер

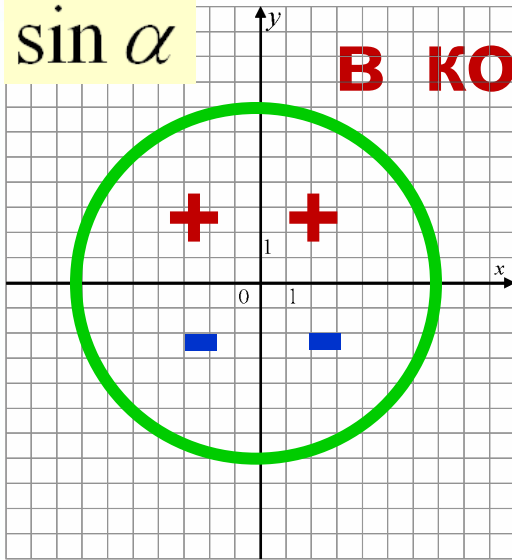
| | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|-----------------------------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $\sin \alpha$ | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| $\cos \alpha$ | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | 0 | - | 0 | - | 0 |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | - | 0 | - | 0 | - |



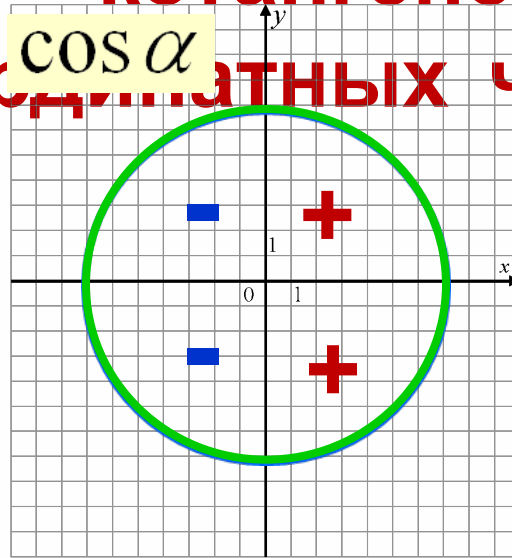
Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса

В координатных четвертях

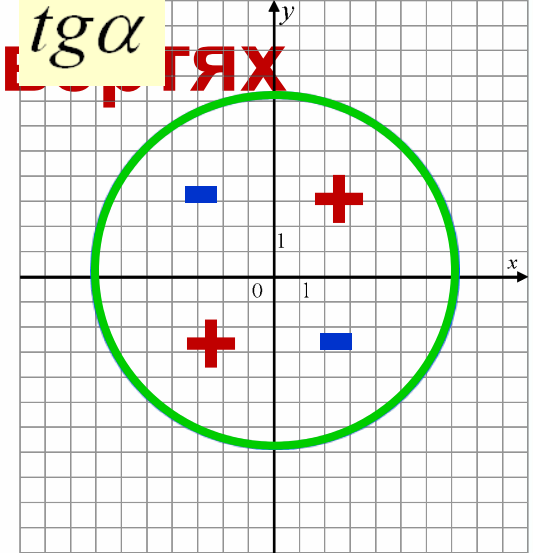
$\sin \alpha$



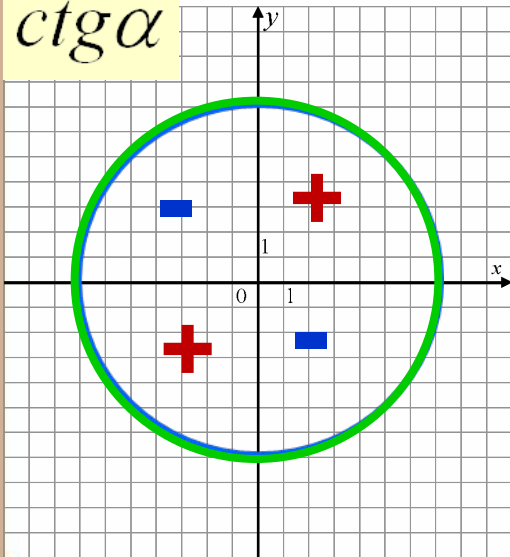
$\cos \alpha$



$\operatorname{tg} \alpha$



$\operatorname{ctg} \alpha$



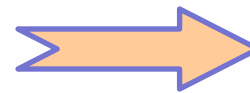


Четность, нечетность синуса, косинуса, тангенса, котангенса

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$



**Нечетные
функции**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$



**Четная
функция**



Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число оборотов значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса не изменяются.

Наименьший положительный период :

- для синуса и косинуса $T=2\pi$
- для тангенса и котангенса $T=\pi$