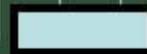


# Тригонометрия



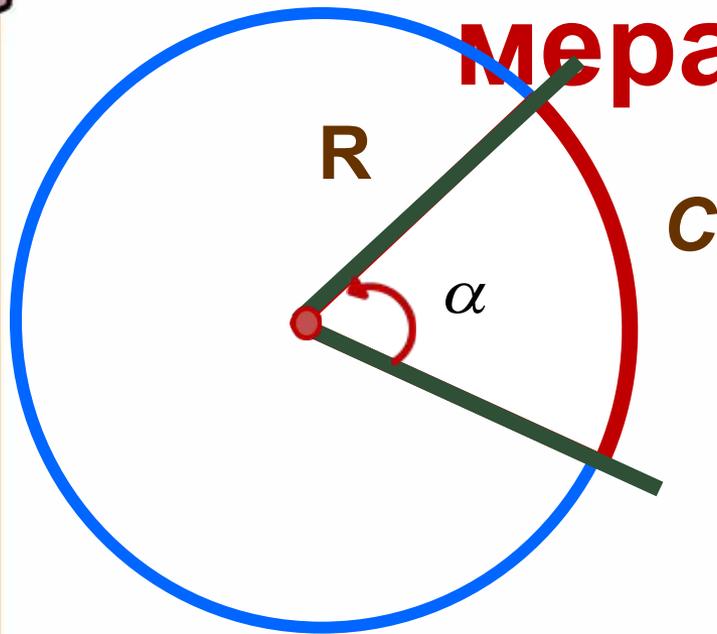


**Тригонометрия** – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, при измерении расстояний до недалёких звёзд в астрономии, между ориентирами в географии, при контроле системы навигации, в теории музыки, акустике, оптике, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтике, химии, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, архитектуре, экономике,



# Радианная мера угла



$\alpha$  – центральный  
угол  
 $R$  – радиус

Если  $R = C$ ,  
то центральный угол  
равен

Радианной мерой угла называется  
отношение длины  
соответствующей дуги  
к радиусу окружности

одному радиану

$$1 \text{ рад} \approx 57^\circ$$



$$180^\circ = \pi$$

$$n^\circ = \alpha$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$$

$$n^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$$



## НАПРИМЕР

$$n = 60^\circ$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$n^\circ = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

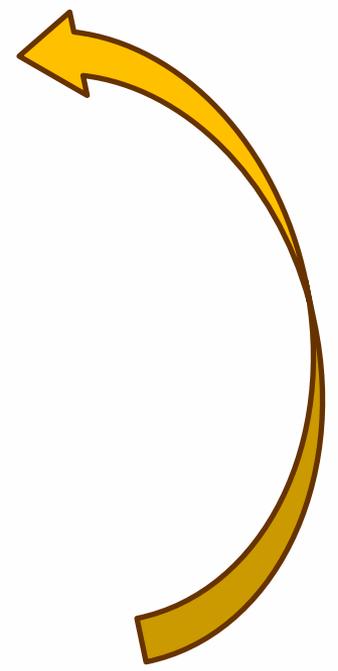
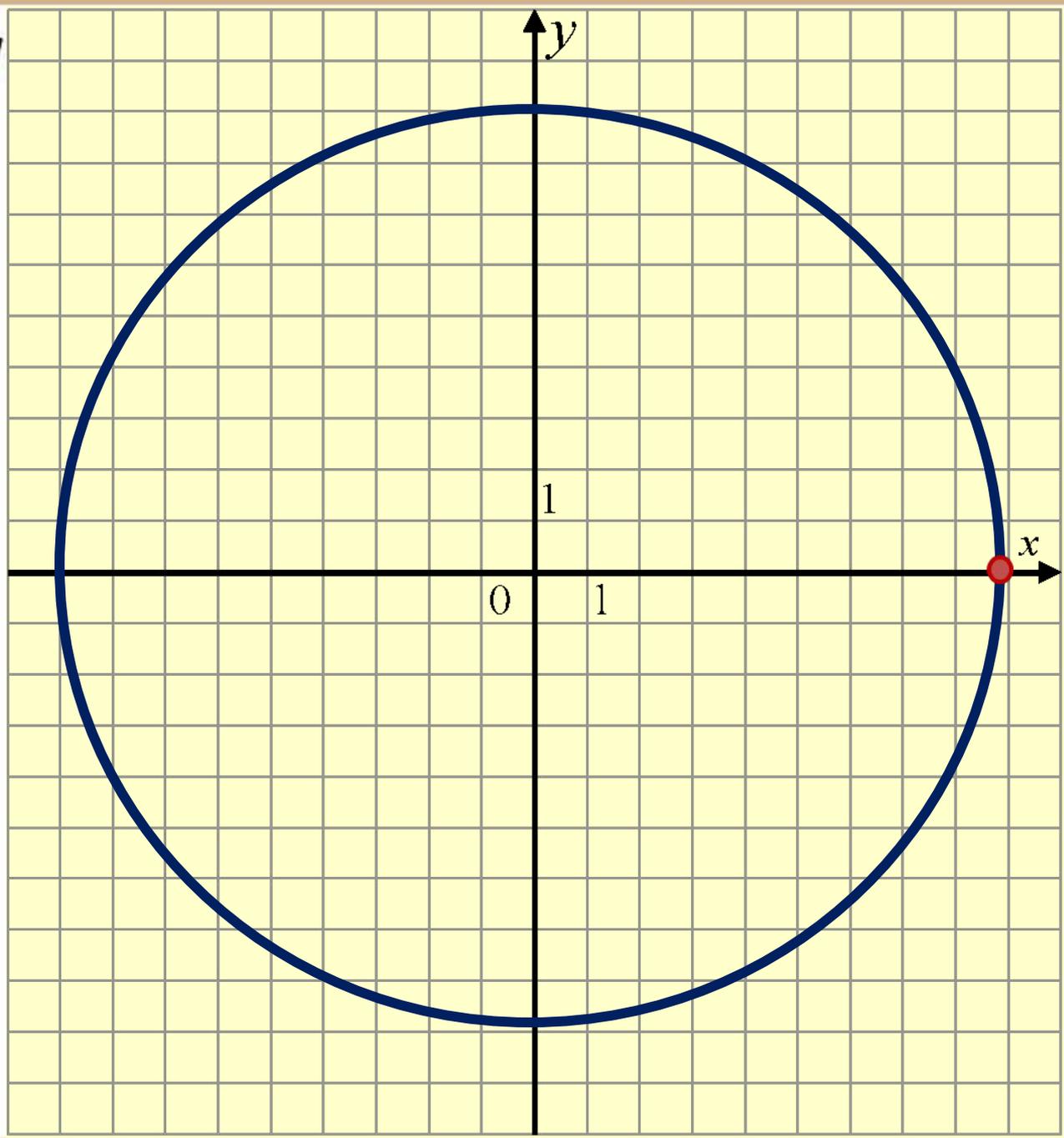
$$60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

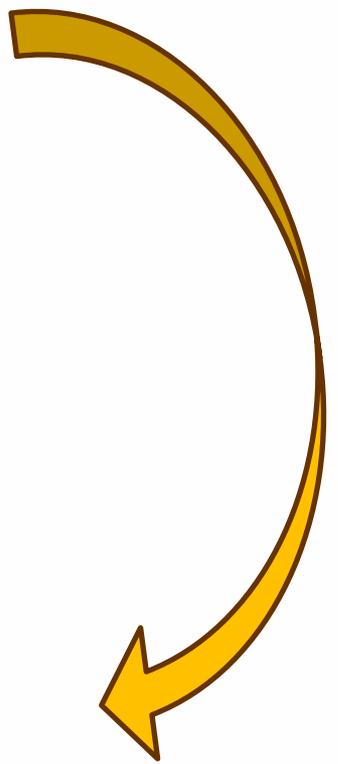
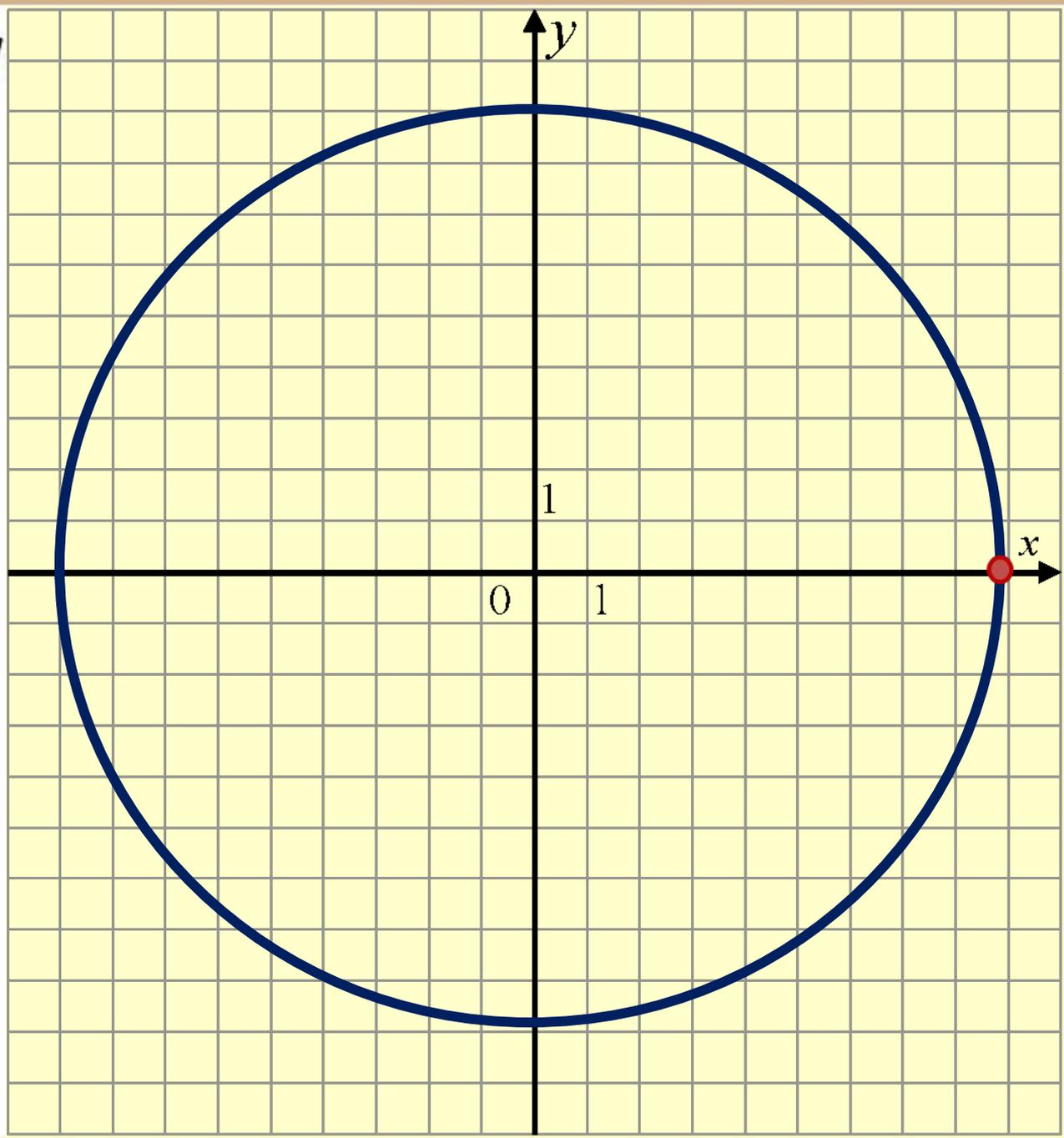
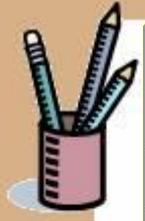
$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$



# Градусная и радианная меры углов

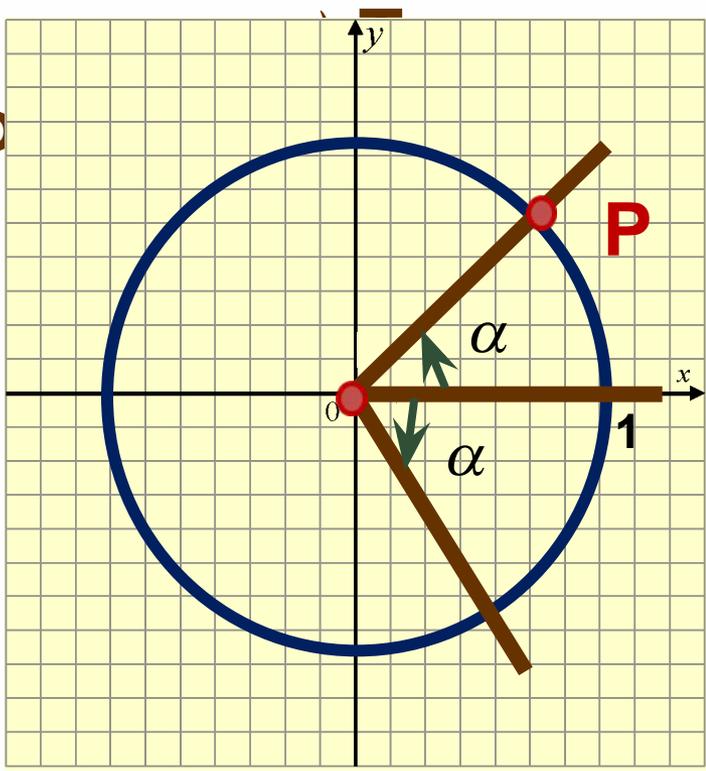
Угол в градусах $n$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
Угол в радианах $\alpha$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$2\pi$





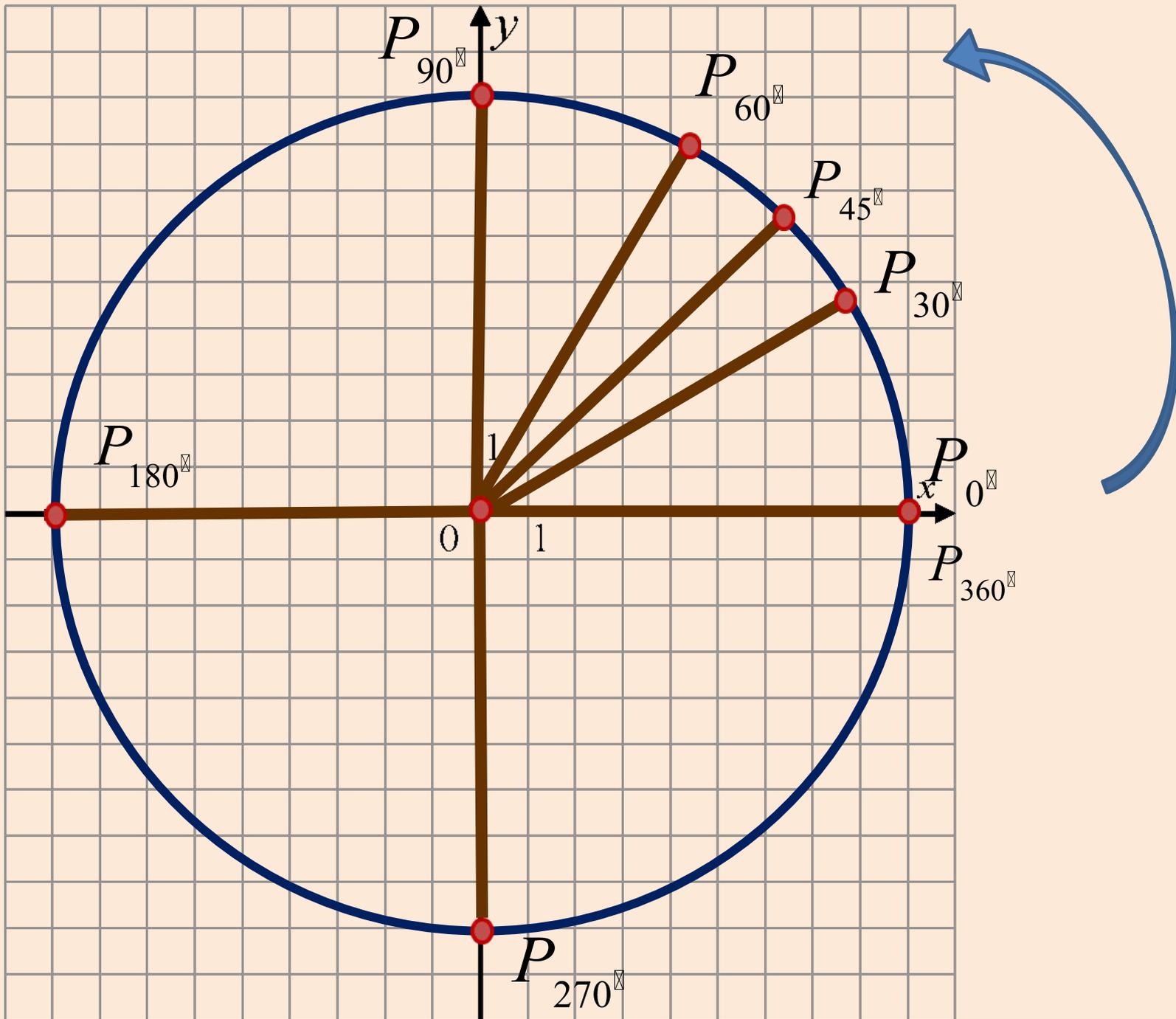


Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и центром в начале координат и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелки) построим точку пересечения окружности с лучом, обозначим ее  $P$ .



пересечения окружностью  $\alpha > 0$

$\alpha < 0$



Вспомни

ММ:

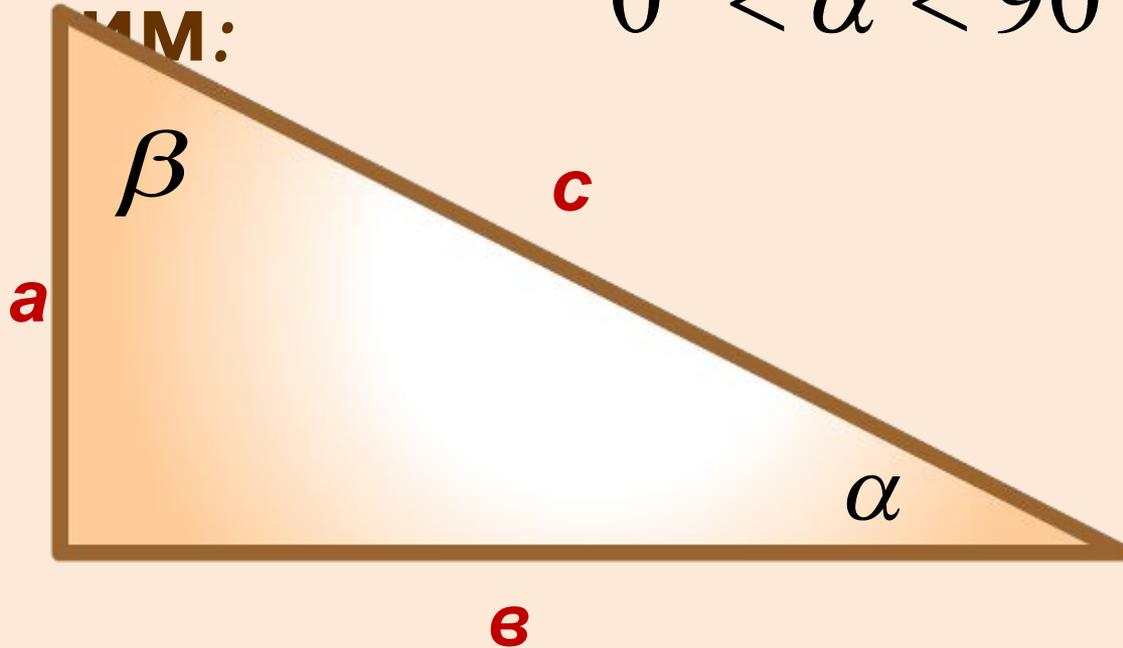
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

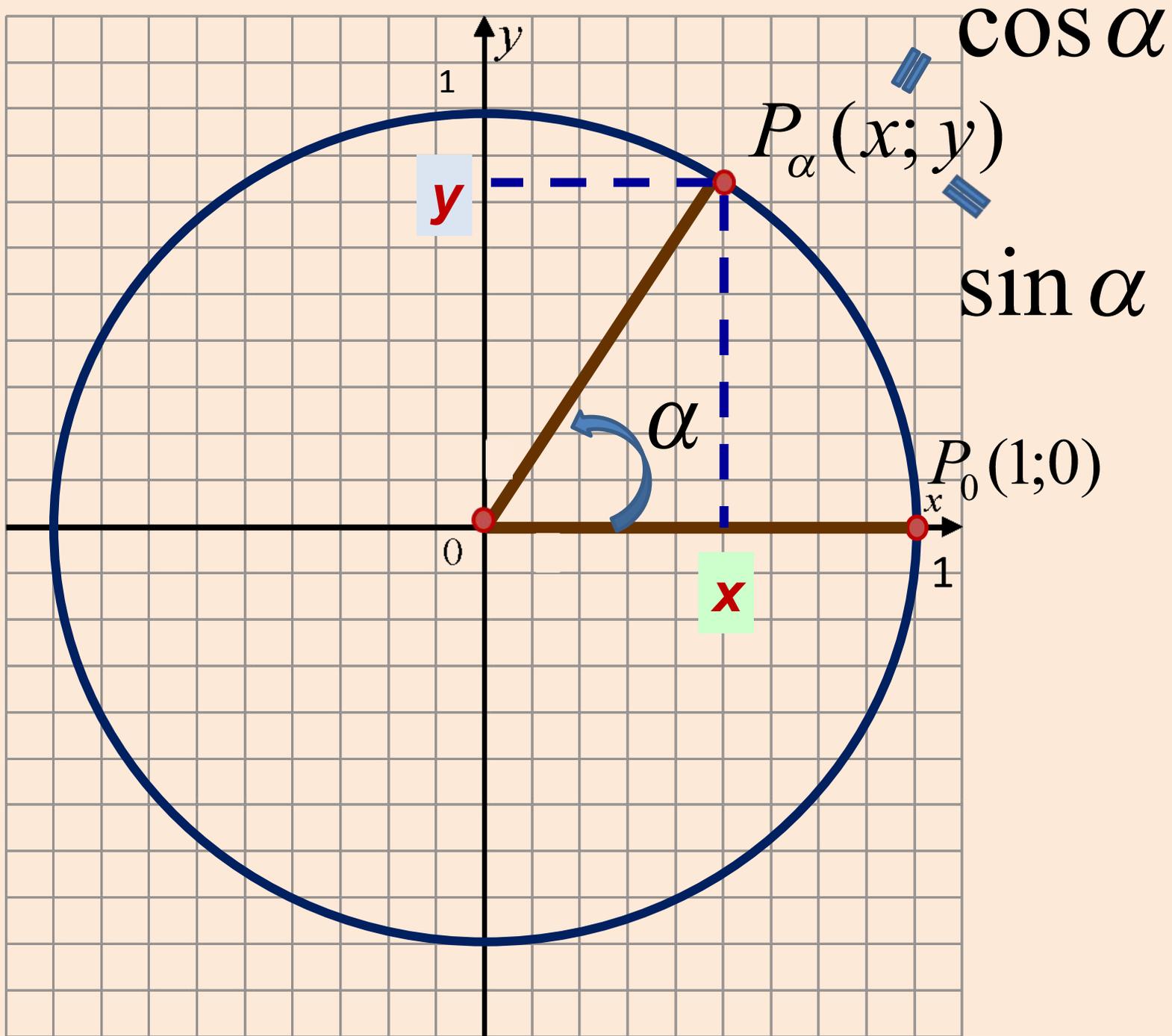
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



**Синус** острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

**Косинус** — отношение прилежащего катета к гипотенузе.





**Синус** угла определяется как  
ордината  $P_\alpha$   
ТОЧКИ

$P_\alpha$   
**Косинус** — абсцисса точки

**Тангенс** – отношение  $P_\alpha$  ординаты к  
абсциссе  
ТОЧКИ

$P_\alpha$   
**Котангенс** – отношение абсциссы к

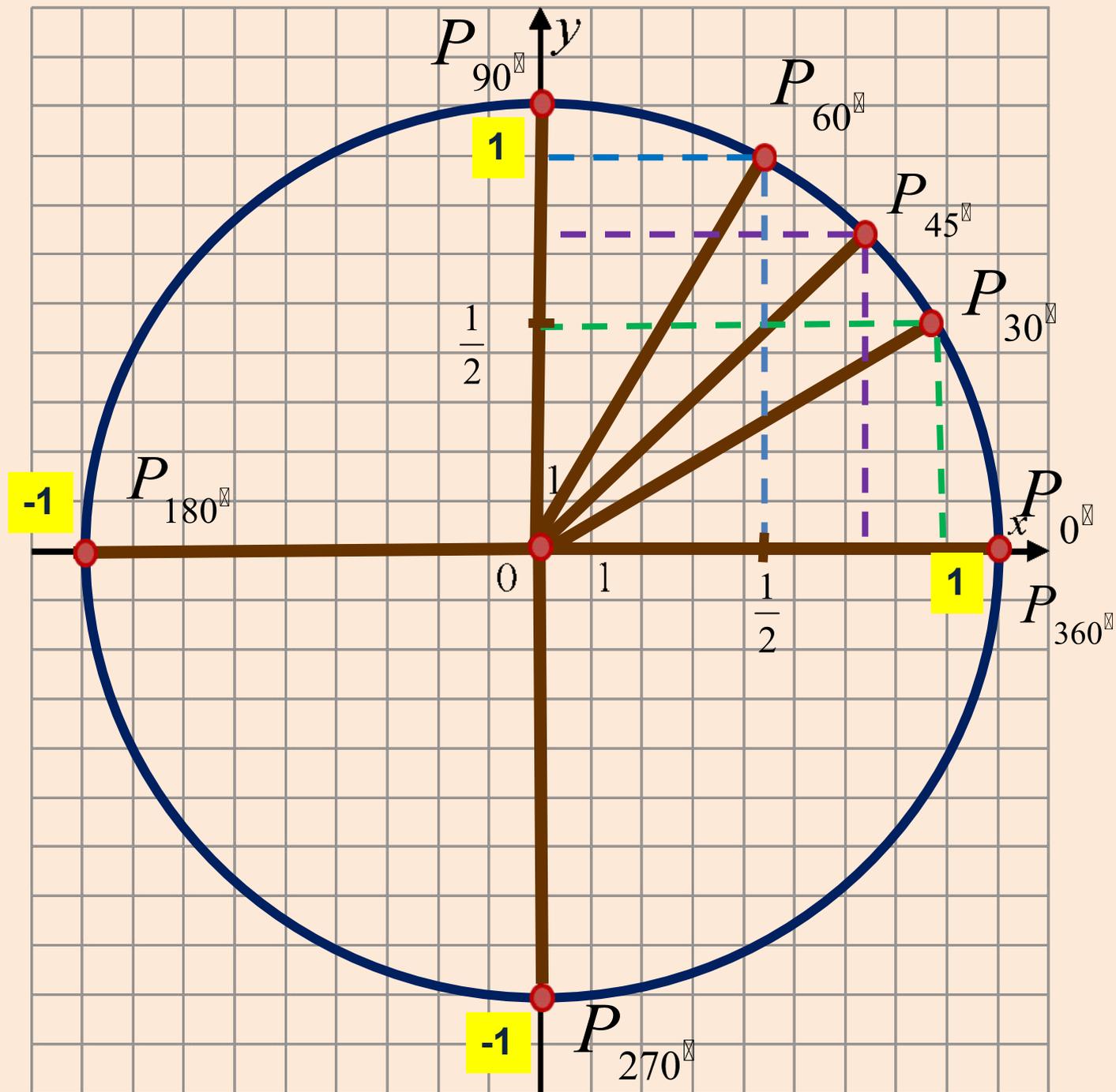


$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = \frac{P_{\alpha}}{r} x$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{\frac{P_{\alpha}}{r} x}$$

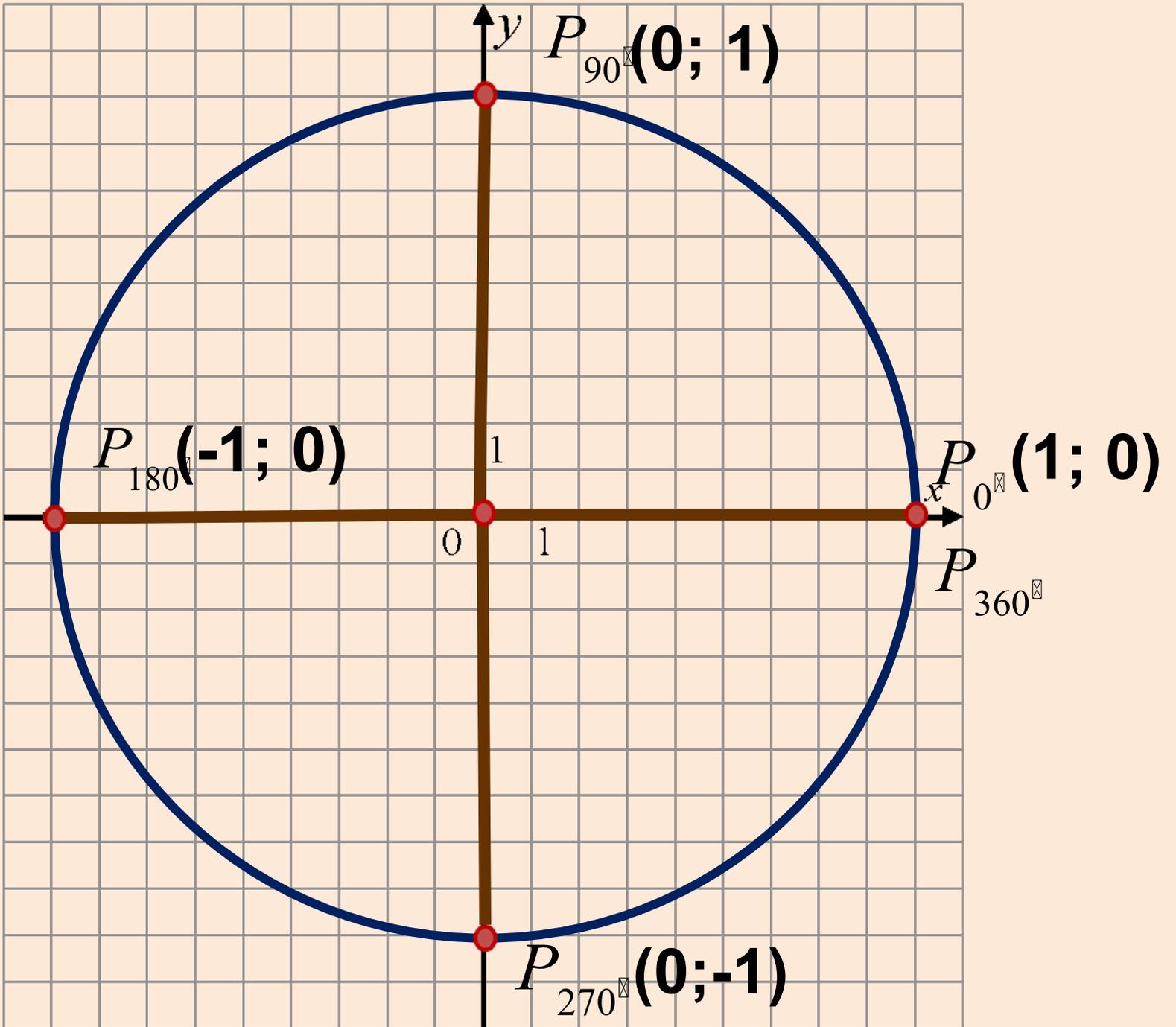
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{\frac{P_{\alpha}}{r} y}$$





# Запомни

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$





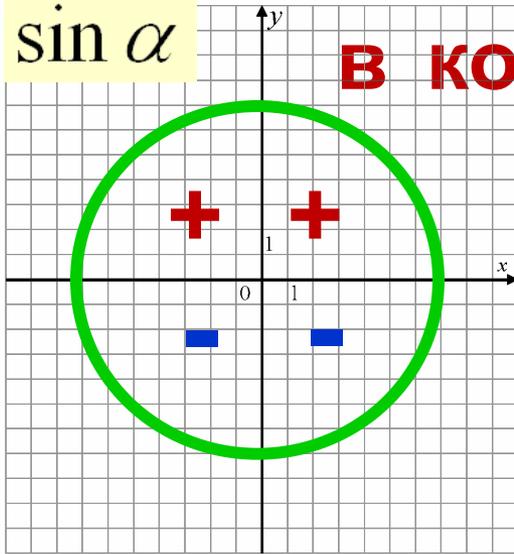
# Провер

	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1
$tg \alpha$	0	-	0	-	0
$ctg \alpha$	-	0	-	0	-

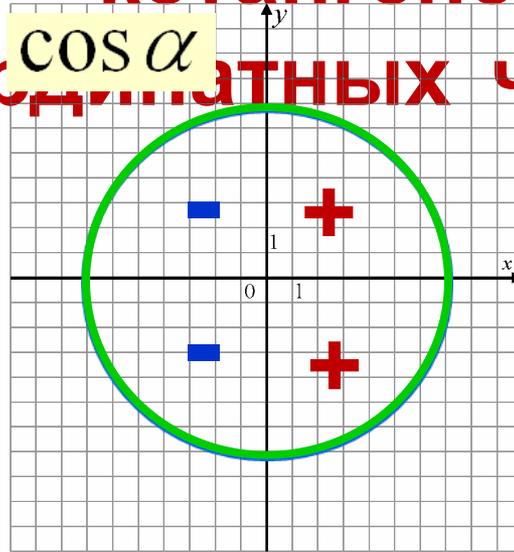


# Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса

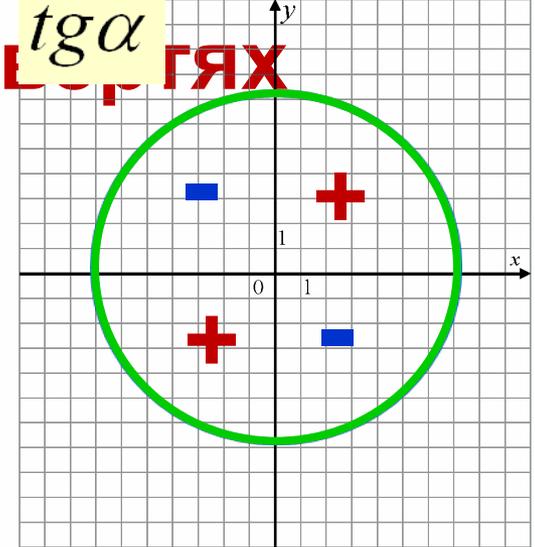
$\sin \alpha$



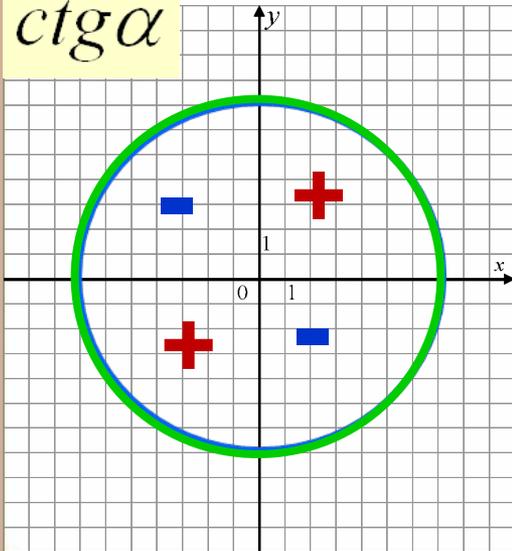
$\cos \alpha$



$\operatorname{tg} \alpha$



$\operatorname{ctg} \alpha$



В КООРДИНАТНЫХ ЧЕТВЕРТЯХ



# Четность, нечетность синуса, косинуса, тангенса, котангенса

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$



**Нечетные  
функции**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$



**Четная  
функция**



## Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число оборотов значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса не изменяются.

Наименьший положительный период :

- для синуса и косинуса  $T=2\pi$

- для тангенса и котангенса  $T=\pi$