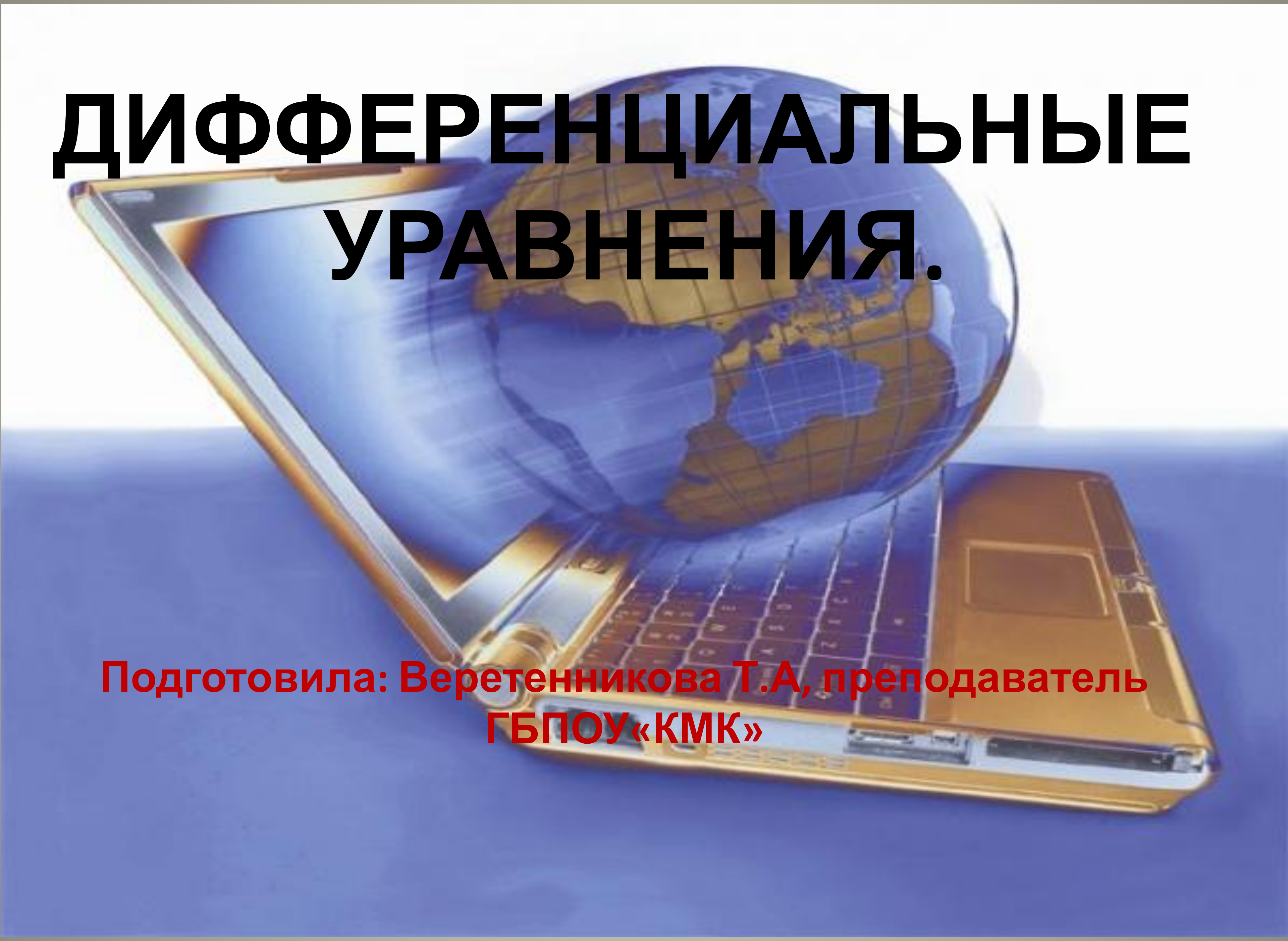
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.



Подготовила: Веретенникова Т.А, преподаватель
ГБПОУ«КМК»

Дифференциальным уравнением **называется уравнение вида** $F(x,y,y',\ldots,y_{(n)}) = 0$.

Решением дифференциального уравнения **называют любую функцию** $y = y(x)$ **, которая обращает данное уравнение в тождество.**

Функция $y = y(x, C_1, C_2, \ldots, C_n)$ называется *общим решением дифференциального уравнения*, если она обращает дифференциальное уравнение в тождество при любых значениях постоянных $C_1, C_2, \ldots, C_n$.

Порядком дифференциального уравнения **называют наибольший порядок производной, входящей в это уравнение. Рассмотрим дифференциальное уравнение первого порядка. В общем случае оно имеет вид**

$$F(x, y, y') = 0$$

Если дифференциальное уравнение можно представить в виде

$$f_1(x)dx = f_2(y)dy,$$

то его называют *уравнением с разделяющимися переменными*. Для решения такого уравнения достаточно проинтегрировать его левую и правую части.

Дифференциальное уравнение первого порядка $y' = f(x, y)$ называется *однородным*, если $f(x,y)$ является однородной функцией нулевой степени. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка можно представить в виде $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$.

Это уравнение приводится к дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными заменой $y(x) = z(x)x$.

Уравнение вида

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

называется ***линейным дифференциальным уравнением первого порядка.***

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Определение: Уравнение вида

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$$

называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка.

Уравнения такого вида сводятся к двум уравнениям с разделяющимися переменными с помощью подстановки

$Y=uv$, где $u=u(x)$, $v=v(x)$ – некоторые функции, зависящие от x.

Алгоритм решения:

1) Вводится подстановка $y=uv$, тогда $y'=u'v+uv'$

2) Исходное уравнение принимает вид:

$$u'v+uv'+P(x)uv=Q(x)$$

3) Группируются слагаемые при u

$$u'v+u(v'+P(x)v)=Q(x)$$

4)выражение в скобках приравнивается к 0: $\frac{dv}{dx}$ +P(x)v=0

Это уравнение с разделяющимися переменными, решая его, находим v=v(x)

5) Полученное значение v подставляется в выражение:

$v\frac{du}{dx} = Q(x)$

6) Общее решение уравнения запишется в виде: y=u(x,C)*v(x)