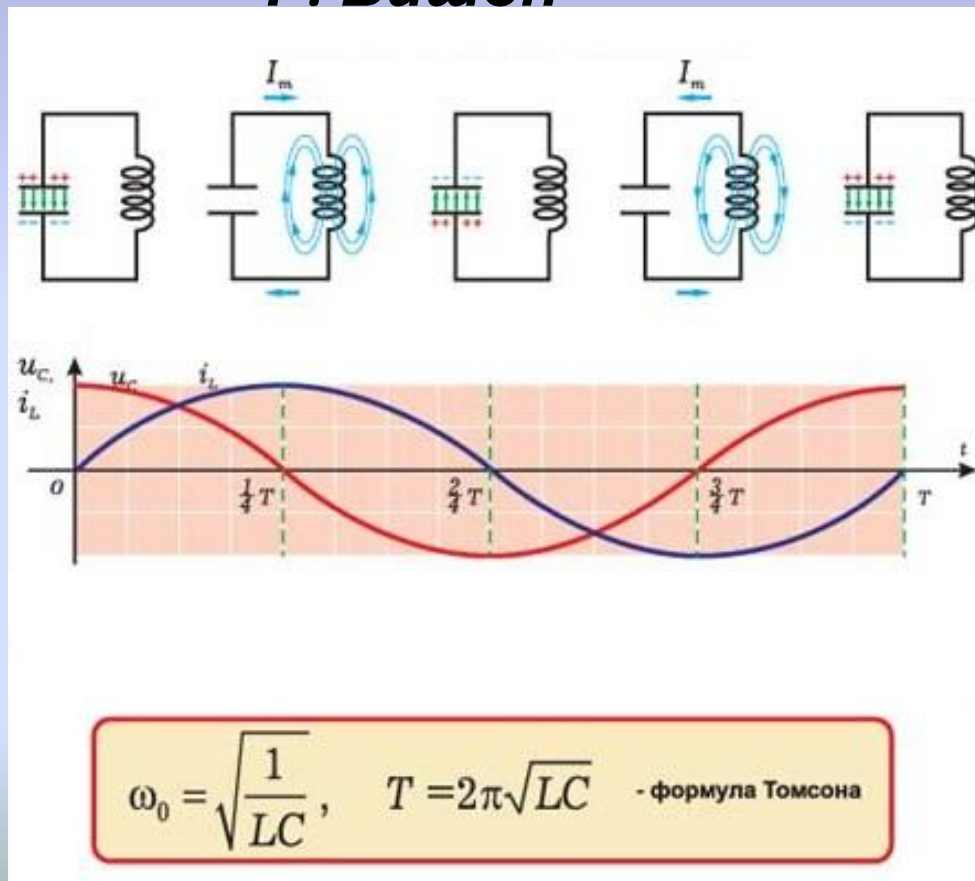


Производная в электродинамике

Работа выполнена
учителем физики высшей категории
Пилипенко Н.К. и
учителем математики Вассель С.В.

«Мир, в котором мы живем, удивительно склонен к колебаниям: колеблются даже атомы, из которых мы состоим».

Р. Бишоп



Решение задач

- 1. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить колебания 10^{-3} периодом с?
- 2. В каких пределах должны изменяться индуктивность катушки колебательного контура, чтобы в нем могли происходить колебания с частотой от 400 до 500 Гц? Емкость конденсатора равна 10 мкФ.

Вопросы по теме «Электромагнитные колебания»

1. Какие колебания называются **гармоническими**?
2. Что такое **электромагнитные** колебания?
3. Какой ток называют **переменным**?
4. Что такое **фаза колебаний**?
5. Каким величинам электромагнитных колебаний аналогичны **потенциальная** и **кинетическая** энергии?
6. Из чего состоит **колебательный контур**?

Принцип работы закрытого колебательного контура



Рис. а

Конденсатор получает энергию от источника постоянного тока. Пластины заряжаются.

Как?

Как?

Рис. б

Избыток электронов устремляется через катушку к верхней пластине, возникает нарастающий электрический ток.

Чем станет катушка и что будет создавать?

Соответствие между механическими и электрическими величинами.

Механическая
величина

Электрическая
величина

Координата x
Скорость v_x
Масса m
Жесткость пружины k
Потенциальная энергия $\frac{kx^2}{2}$
Кинетическая энергия $\frac{mv_x^2}{2}$

Заряд q
Сила тока i
Индуктивность L
Величина, обратная емкости $\frac{1}{C}$
Энергия электрического поля $\frac{q^2}{2C}$
Энергия магнитного поля $\frac{Li^2}{2}$

Свободные электрические колебания

Механические колебания – это периодические изменения в зависимости от времени **координаты**

Электромагнитные колебания – это периодические изменения в зависимости от времени

заряда, тока, напряжения электрического

поля. Распространение электромагнитных колебаний в пространстве происходит в виде **электромагнитных**

Процессы изменения физических величин схожи, а значит, описываются

одинаковыми уравнениями.

Основные понятия электродинамики

Среди различных физических явлений
электромагнитные колебания и волны занимают
особое место.

Силой тока

называется величина,
равная заряду,
протекающему
через поперечное
сечение проводника за
единицу времени.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} (*)$$

Формула (*)
справедлива для
постоянного тока, при
котором сила тока и его
направление
не изменяются со
временем.

Если сила тока и его
направление
изменяются со
временем, то такой ток
называют
переменным.
Для переменного

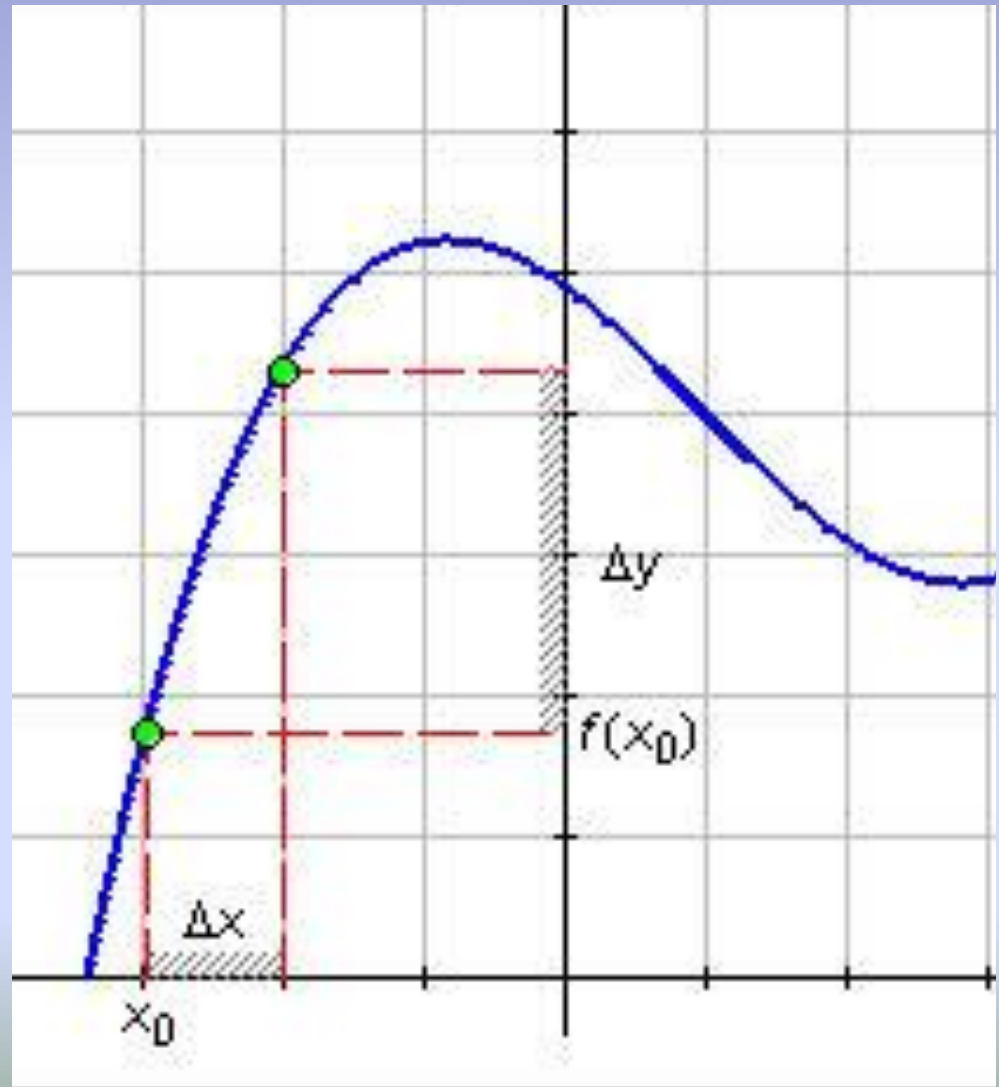
$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$i = q'$$

Производная функции

Рассмотрим график
непрерывной
функции
на x от x_0
до $x_0 + \Delta x$



Приращение функции. Понятие производной.

$$\Delta x = x - x_0$$

- приращение аргумента в точке x_0

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

- приращение функции $f(x)$ в точке x_0
которое соответствует

приращению

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

- разностное
отношение

Определение производной

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при Δx , стремящемся к 0.

Это число обозначается $f'(x_0)$, т. е.

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Элементарные формулы:

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(kx + b)' = k \quad (k, b \in R)$$

$$C' = 0 \quad (C - \text{константа})$$

Способы записи производных

- Способ

Лагранжа $f'(x_0); f''(x_0); f'''(x_0), \text{ и т. д.}$

- Способ

Лейбница

$$\frac{d^n f}{dx^n}(x_0)$$

- Способ

Ньютона

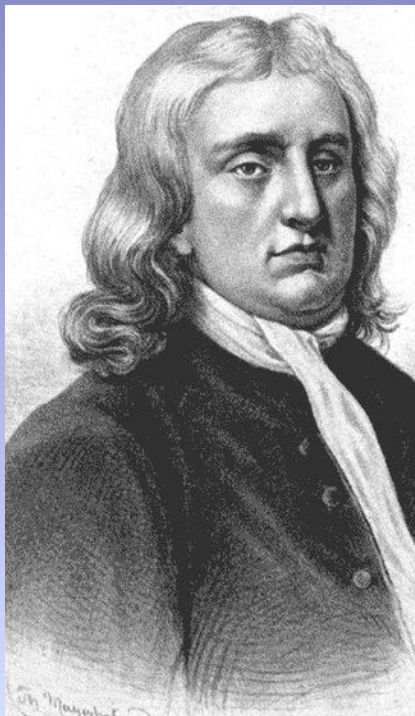
$$\dot{x}(t_0); \ddot{f}(x_0)$$

- Способ

Эйлера

$$D^n f(x_0)$$

Производная – основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную, называют дифференцируемой. Процесс вычисления производной называется **дифференцированием**.



И. НЬЮТОН разработал дифференциальное и интегральное исчисление одновременно с **Г. Лейбницем** и независимо от него. Создание математического анализа сводит решение соответствующих задач до технического уровня. Появился комплекс понятий, операций и символов, ставший отправной базой дальнейшего развития математики.



Скорость изменения функции

Процессы, описанные зависимостью $y = f(x)$, происходят в различных областях науки, техники и мирового сообщества.

Скорость изменения x_0 **функции** **есть понятие производной** функции.

Рассмотрим такую область физики, как механика. Закон прямолинейного

$$v(t_0) = s'(t_0)$$

движения описывается зависимостью $s(t)$. Тогда t_0 выражает **мгновенную скорость** движения в момент

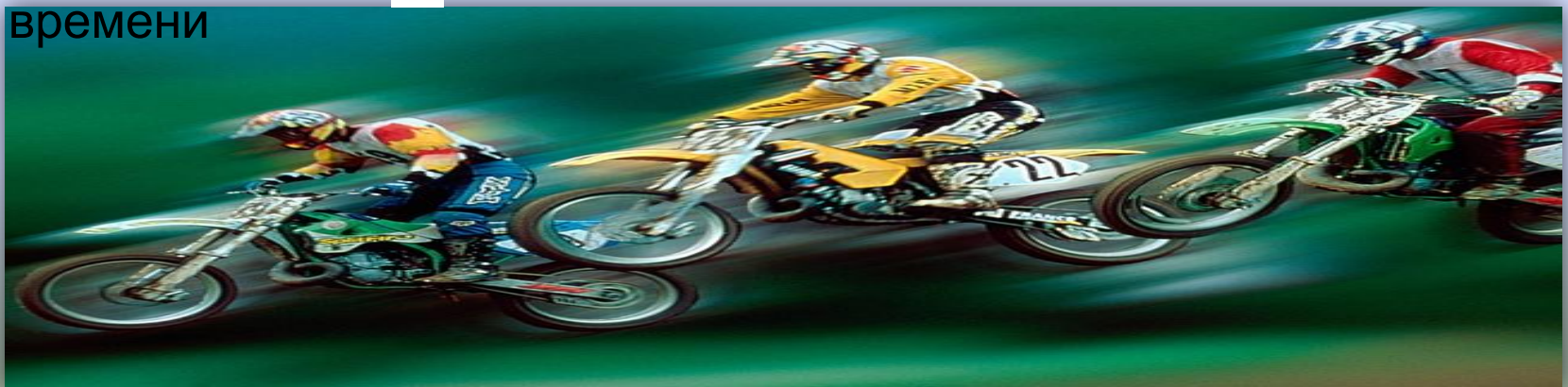
времени

$$a(t_0) = s''(t_0)$$

t_0 выражает **мгновенное ускорение** в

момента

времени



Физический смысл производной

Физический смысл производной $x'(t)$ от непрерывной функции $x(t)$ в точке t_0 - есть мгновенная скорость изменения величины функции, при условии, что изменение аргумента стремится к нулю.

Мгновенная скорость (величина пути, пройденного за мгновение)

и есть **производная** величина от функции, описывающей путь по времени.

Аналогия в механике и электродинамике

Механика

a

$$v(t) = s'(t)$$

$$a(t) = s''(t)$$

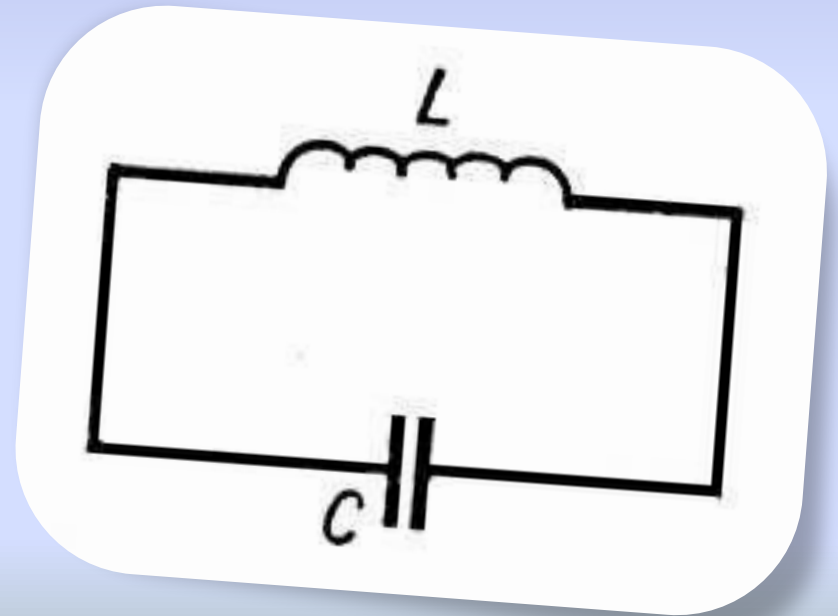
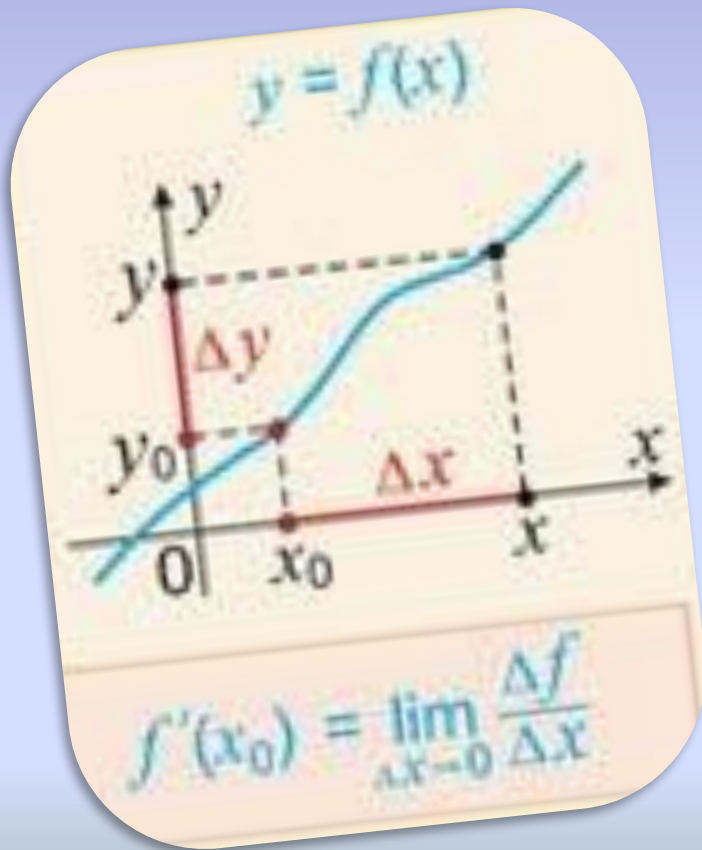
Электродинамика

ка

$$i(t) = q'(t)$$

$$-\frac{q(t)}{LC} = q''(t)$$

Производная в электродинамике



Закон сохранения энергии

Правила дифференцирования

$$1. C' = 0$$

$$2. x' = 1$$

$$3. (f + g)' = f' + g'$$

$$4. (fg)' = f'g + fg'$$

$$5. (Cf)' = Cf'$$

$$6. \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \dots (g \neq 0)$$

$$7. f'(g(x)) = f'(g) \cdot g'(x)$$

Элементарные формулы:

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(kx + b)' = k \quad (k, b \in R)$$

$$C' = 0 \quad (C - \text{константа})$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

Полная энергия в контуре остается постоянной во времени.

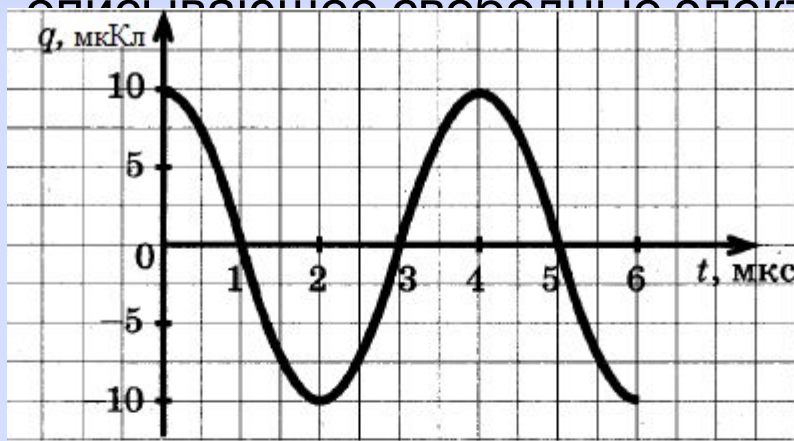
Продифференцируем равенство по времени

Гармонические колебания заряда и тока

Колебательный контур – это простейшая система, где наблюдаются свободные гармонические колебания.

Уравнение $-\frac{q(t)}{LC} = q''(t)$ - это основное уравнение,

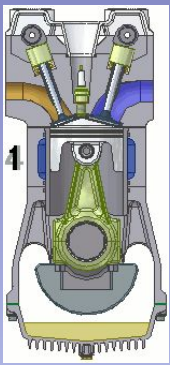
описывающее свободные электрические колебания в контуре.



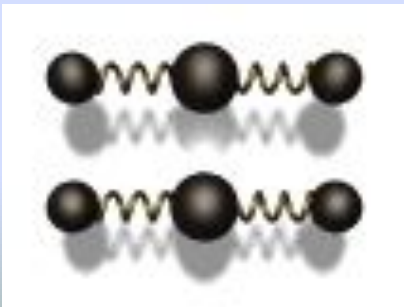
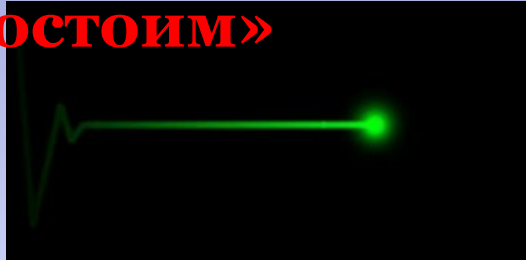
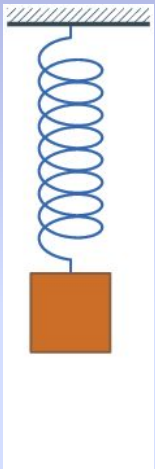
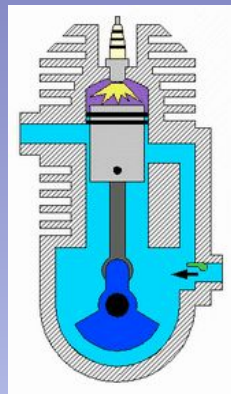
$$q = q_m \cos \omega_0 t$$



$$i = -\omega_0 q_m \sin \omega_0 t$$



«Мир, в котором мы живём удивительно склонен к колебаниям..... Колеблются даже атомы, из которых мы состоим»



Роль математики в физических процессах

Там, где требуется рассчитать не только некоторые состояния, но и изменения состояний, процессы, движения в самом широком смысле слова, - там всюду математик приходит к дифференциальному уравнению.

Без них невозможно математическое описание любого процесса, невозможен его расчет, и, стало быть, невозможно и управление процессом.

Картина мира, которую нарисовала классическая физика, выполнена в технике дифференциальных уравнений.

Рожденный пустыней
Колеблется звук,
Колеблется синий
На нитке паук.
Колеблется воздух,
Прозрачен и чист,
В сияющих звездах
Колеблется лист.

Н.Заболоцкий



Домашнее задание

- **Физика**

Колебательный контур состоит из катушки индуктивности 4 Гн и конденсатора 1 мкФ. Амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора равна 100 мкКл. Напишите уравнение зависимости $q(t)$ $i(t)$ $v(t)$?

- **Алгебра**

Стр. 229-231, задание 5 (стр.232)

№ 777, 779 ($(kx + b)' = k$)