



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Кумертауский филиал  
федерального государственного  
бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Оренбургский государственный  
университет»  
(Кумертауский филиал ОГУ)

# Инженерная графика

•Содержание

Аннотация

Автор:

Посягина Т.А. доцент кафедры  
ЭПП

2016г.



# Краткая аннотация курса лекций

Электронный курс лекций (ЭКЛ) по разделу «Инженерная графика» является комплектом лекций по дисциплине, предназначенный для подготовки бакалавров по направлению «Электроэнергетика», для управления образовательным процессом в аудитории с достаточно большим числом студентов. ЭКЛ включает в себя краткие теоретические сведения в области инженерной графики. Изложение иллюстрируется рисунками.

Предназначен для студентов ВПО очной и заочной форм обучения (направление «Электроэнергетика»).

**Содержани**

е





# Содержание

- **1. Конструктивное отображение пространства.**
  - 1.1 Комплексный чертеж (эпюр Монжа), как система плоских эквивалентов пространства.
  - 1.2 . Взаимное расположение прямых. Моделирование плоскости на комплексном чертеже. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
- **2. Преобразование ортогональных проекций.**
  - 2.1 Введение новых плоскостей проекций.
  - 2.2 Применение способов преобразования чертежа к решению позиционных и метрических задач.
- **3. Поверхности. Способ вспомогательных секущих плоскостей**
  - 1.1 Многогранники. Пересечение многогранников плоскостью и прямой.
  - 1.2 Поверхности вращения

Содержани

е





# Инженерная графика

## Лекция №1 «Конструктивное отображение пространства»

Автор:  
Посягина Т.А.

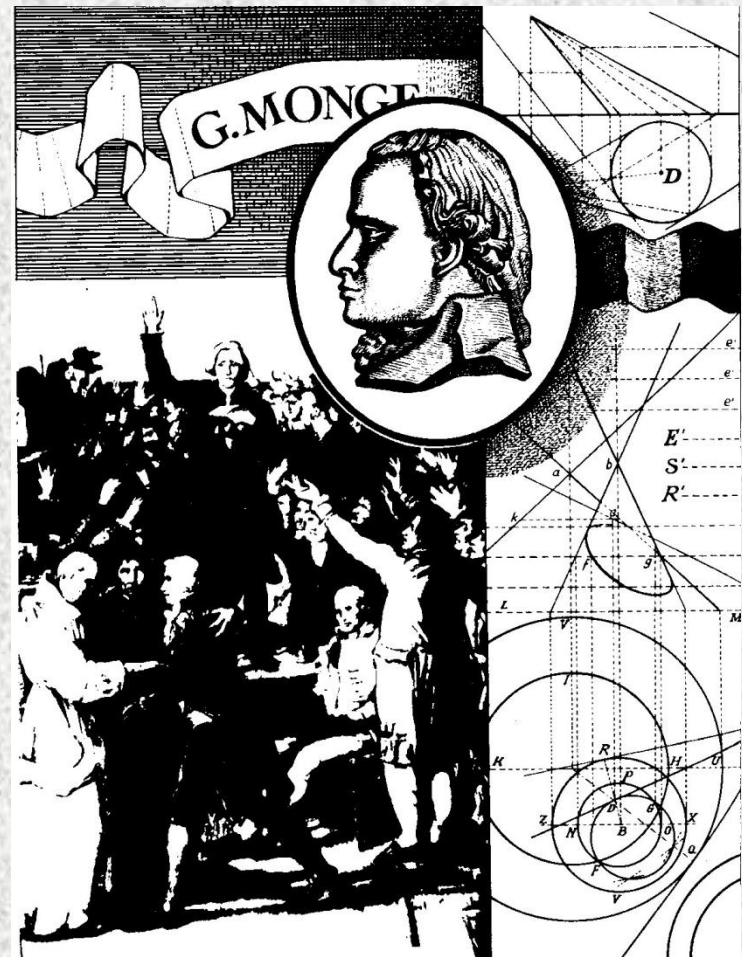
Содержани

е

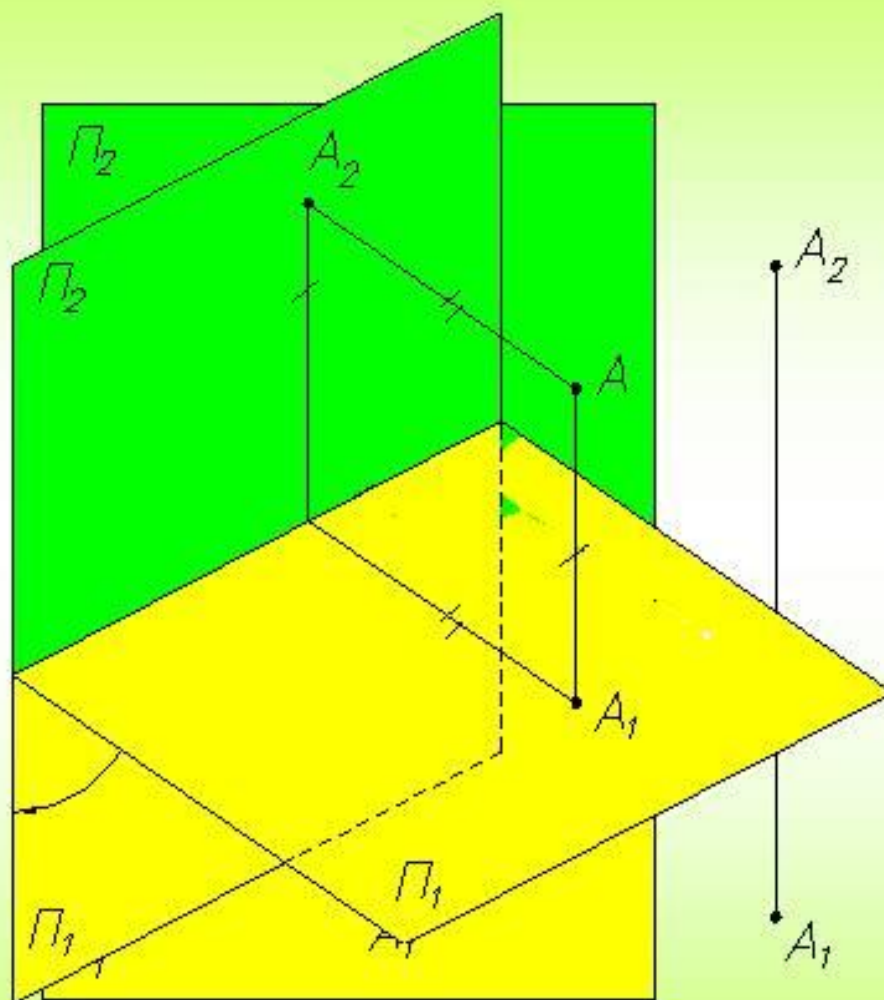


# 1.1 Комплексный чертеж (эпюр Монжа), как система плоских эквивалентов пространства.

Теоретические  
основания  
*начертательной  
геометрии связаны  
с именем Г. Монжа  
(1746-1818)*



## Образование комплексного чертежа точки.



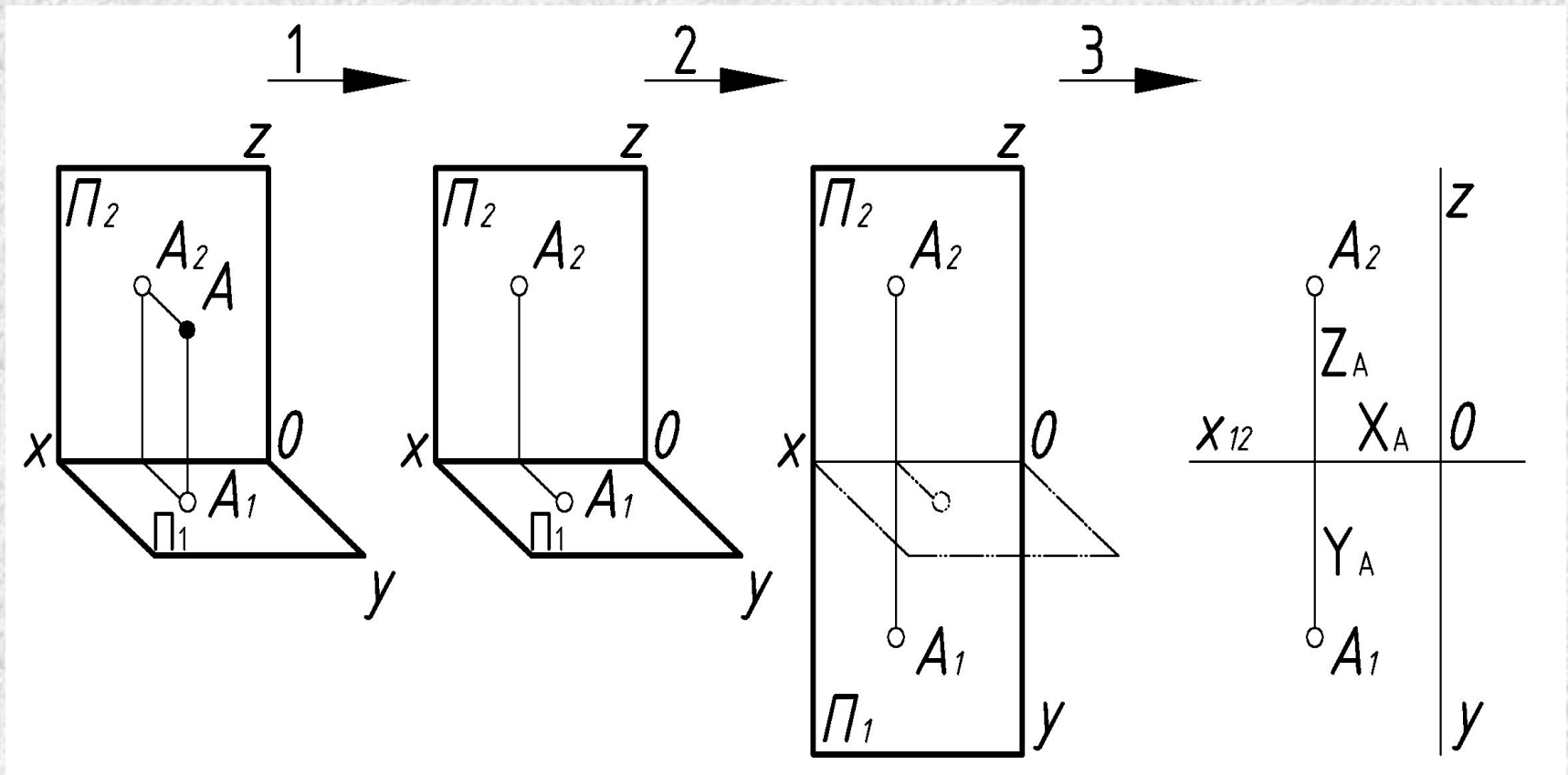
Данный чертеж называется **комплексным чертежом (К.Ч.)** точки **A**.

Комплексным чертежом называется чертеж, составленный из двух или более связанных между собой **ортогональных проекций** изображаемого геометрического образа.

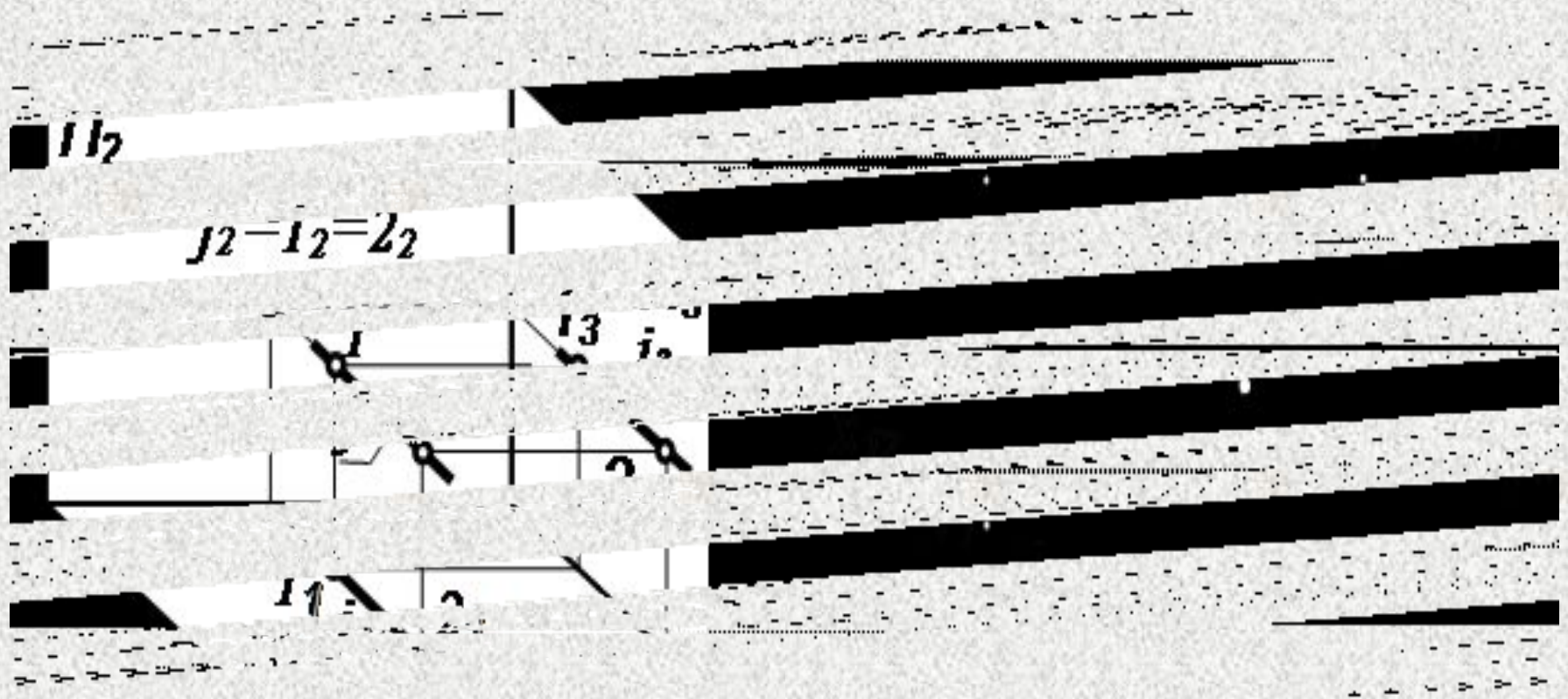
Принцип образования: геометрический образ ортогонально проецируется минимум на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций, которые затем соответствующим образом совмещаются с одной плоскостью.

Если на К.Ч. заданы две проекции точки, можно утверждать, что **точка однозначно задана на К.Ч.**

# Комплексный чертёж точки

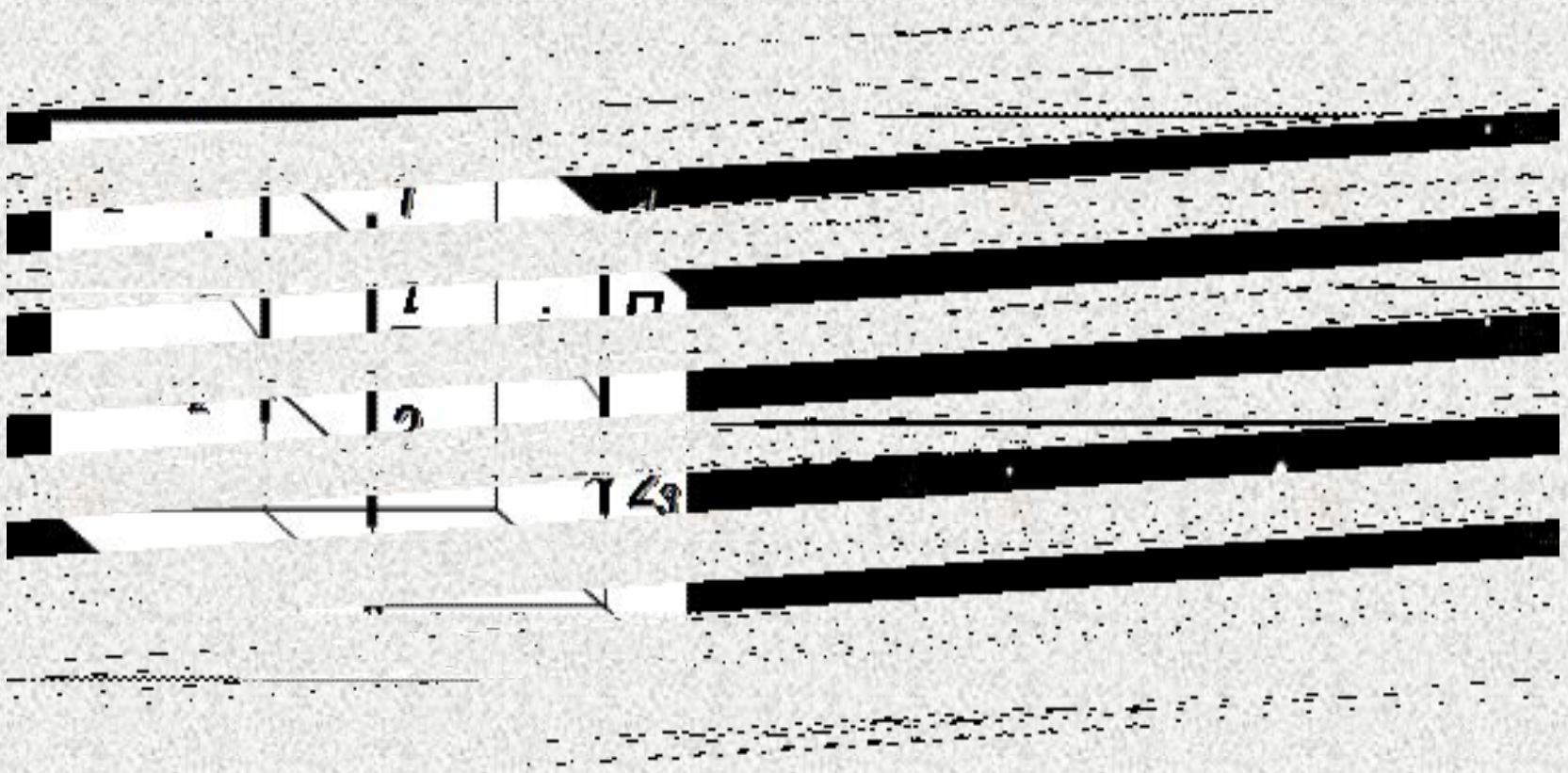


# Комплексный чертёж фронтально проецирующей прямой





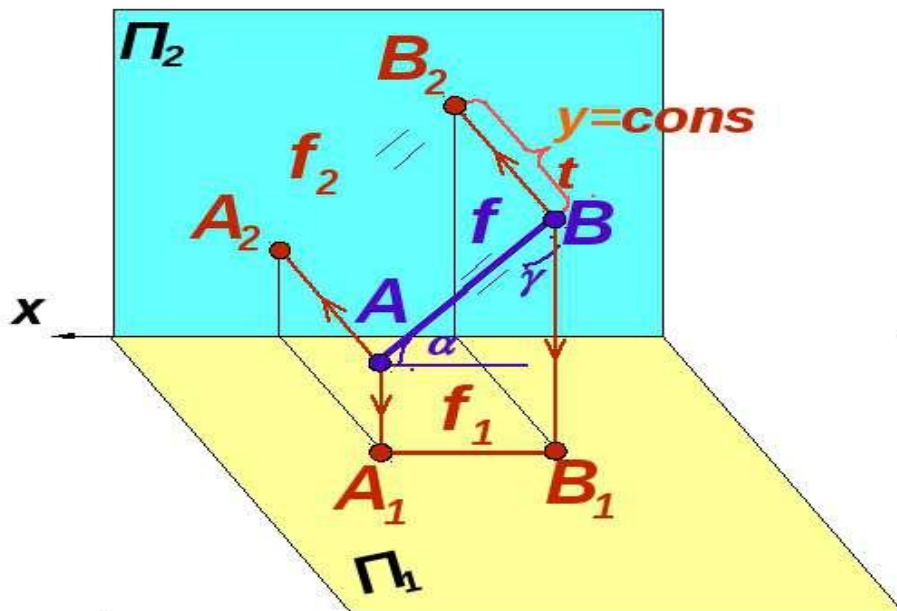
# Комплексный чертеж горизонтально проецирующей прямой



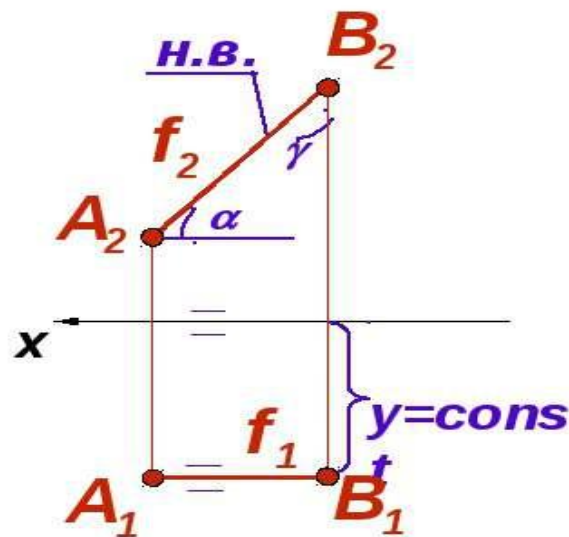
# Комплексный чертеж фронтальной линии уровня

## Прямые уровня: фронталь ( $f \parallel \Pi_2$ )

Пространственная картина



Комплексный чертеж

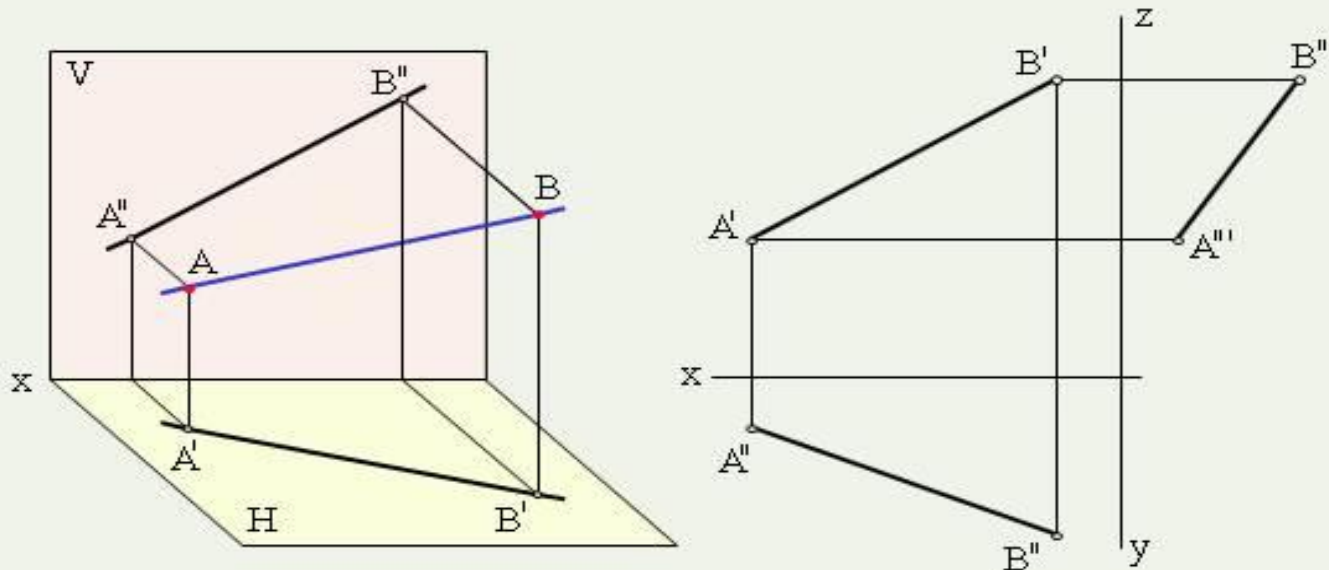


Все точки прямой  $AB$  равноудалены от фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и имеют одинаковую координату  $y$  ( $y = \text{const}$ ).  
Горизонтальная проекция фронтали  $A_1B_1$  параллельна оси  $x$ .  
Фронтальная проекция фронтали  $A_2B_2$ , углы  $\alpha$  и  $\gamma$

# Комплексный чертеж прямой общего положения

Прямая линия в пространстве определяется положением двух ее точек, например **A** и **B**. Значит, достаточно выполнить комплексный чертеж этих точек, а затем соединить одноименные проекции точек прямыми линиями, получим соответственно горизонтальную и фронтальную проекции прямой.

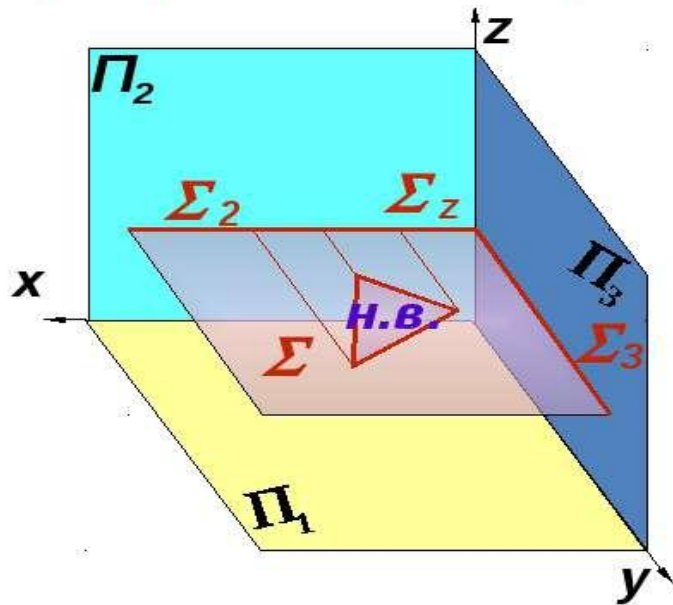
Прямая *общего положения* называется прямой не параллельная ни одной из плоскостей проекций. Прямая, параллельная или перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется прямой *частного положения*.



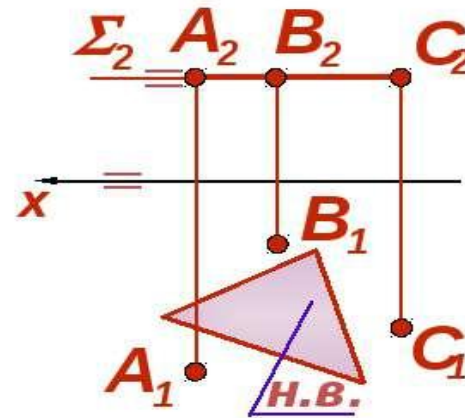
# Комплексный чертеж горизонтальной плоскости уровня

## Горизонтальная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_1$ )

Пространственная картина



Комплексный чертеж

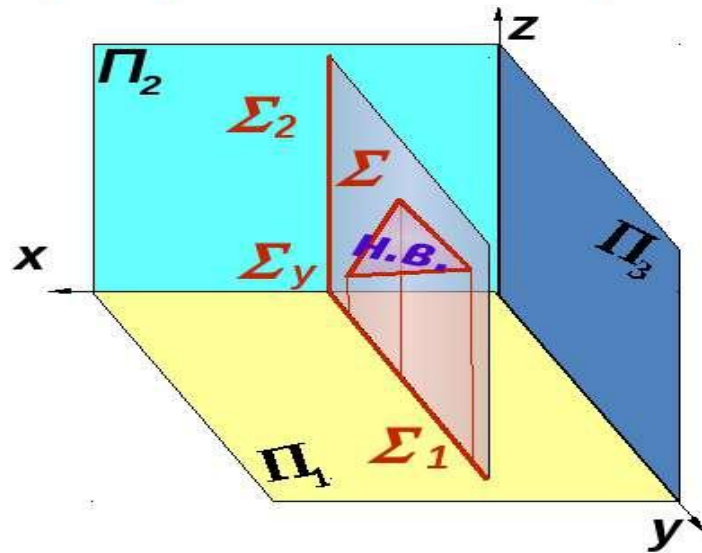


В силу параллельности следы (фронтальный  $\Sigma_2$  и профильный  $\Sigma_3$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , проецируется в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций

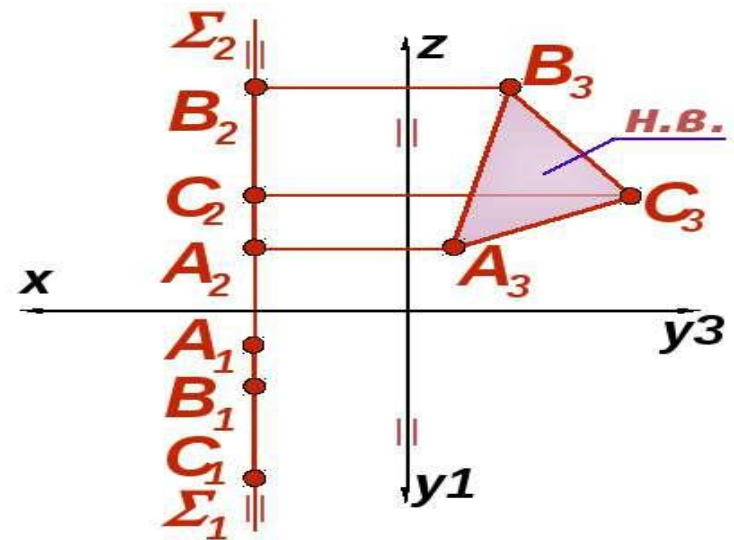
# Комплексный чертеж профильной плоскости уровня

## Профильная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_3$ )

Пространственная картина



Комплексный чертеж

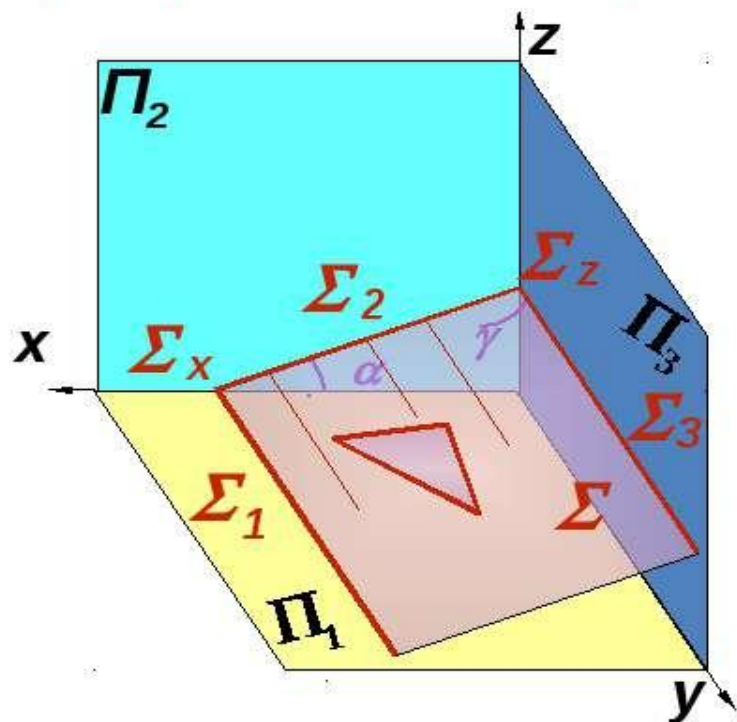


В силу параллельности следы (горизонтальный  $\Sigma_1$  и фронтальный  $\Sigma_2$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , проецируется в натуральную величину на профильную плоскость проекций

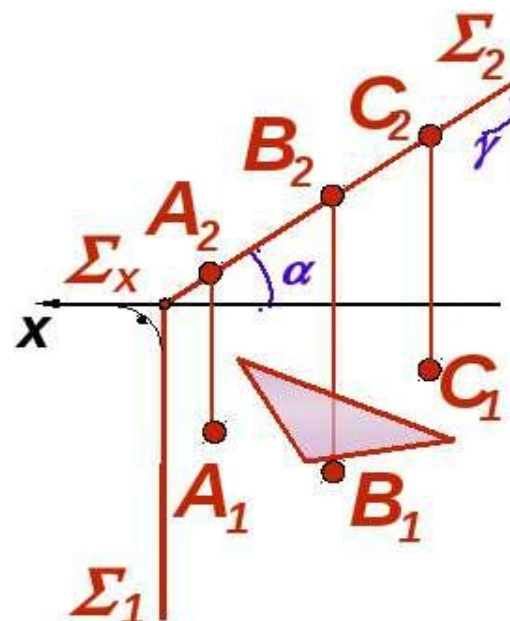
# Комплексный чертёж

## Фронтально проецирующая плоскость ( $\perp P_2$ )

Пространственная картина

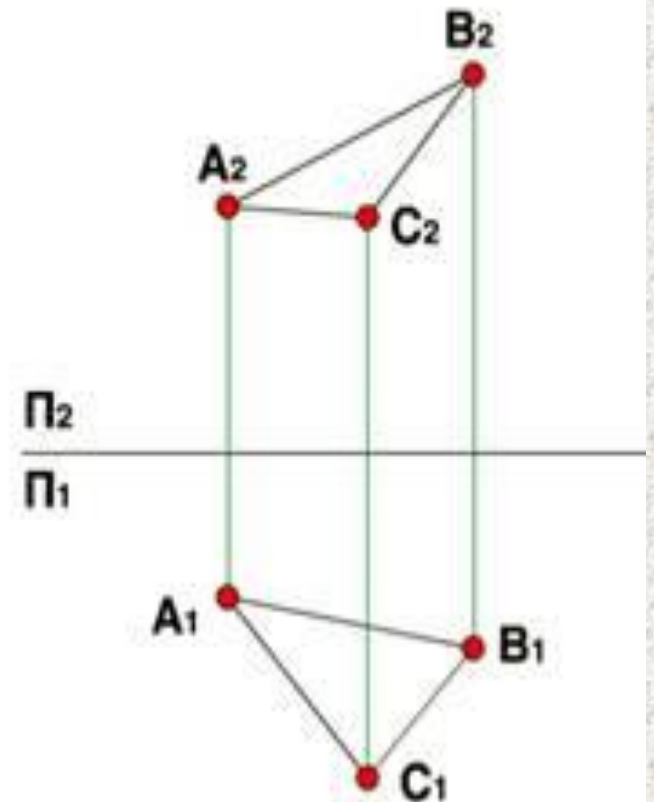
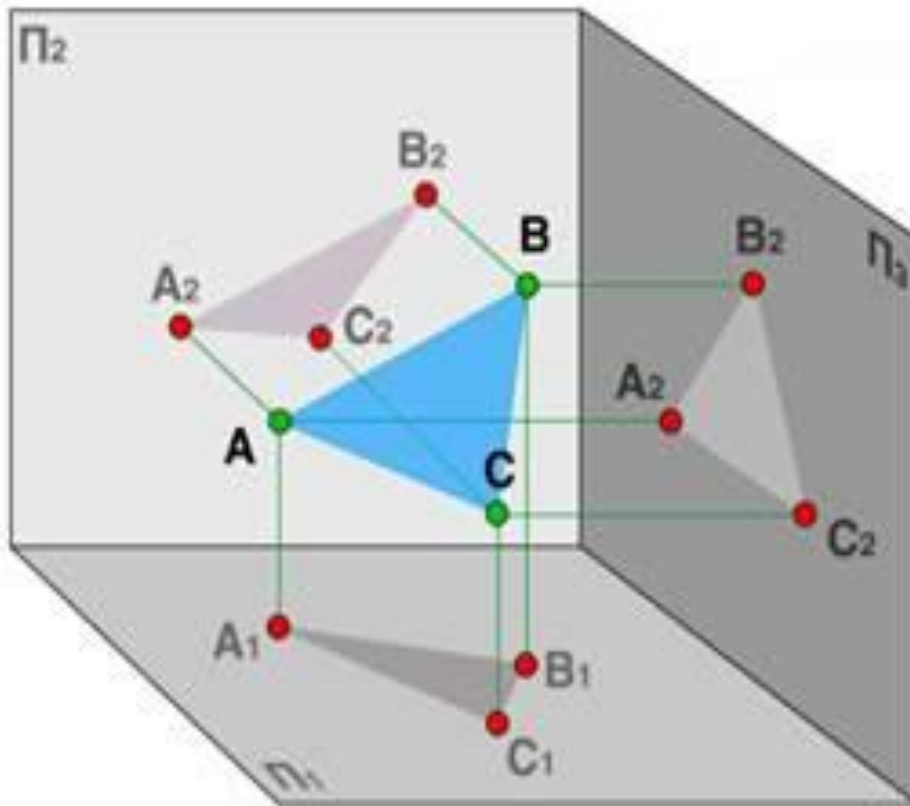


Комплексный чертёж

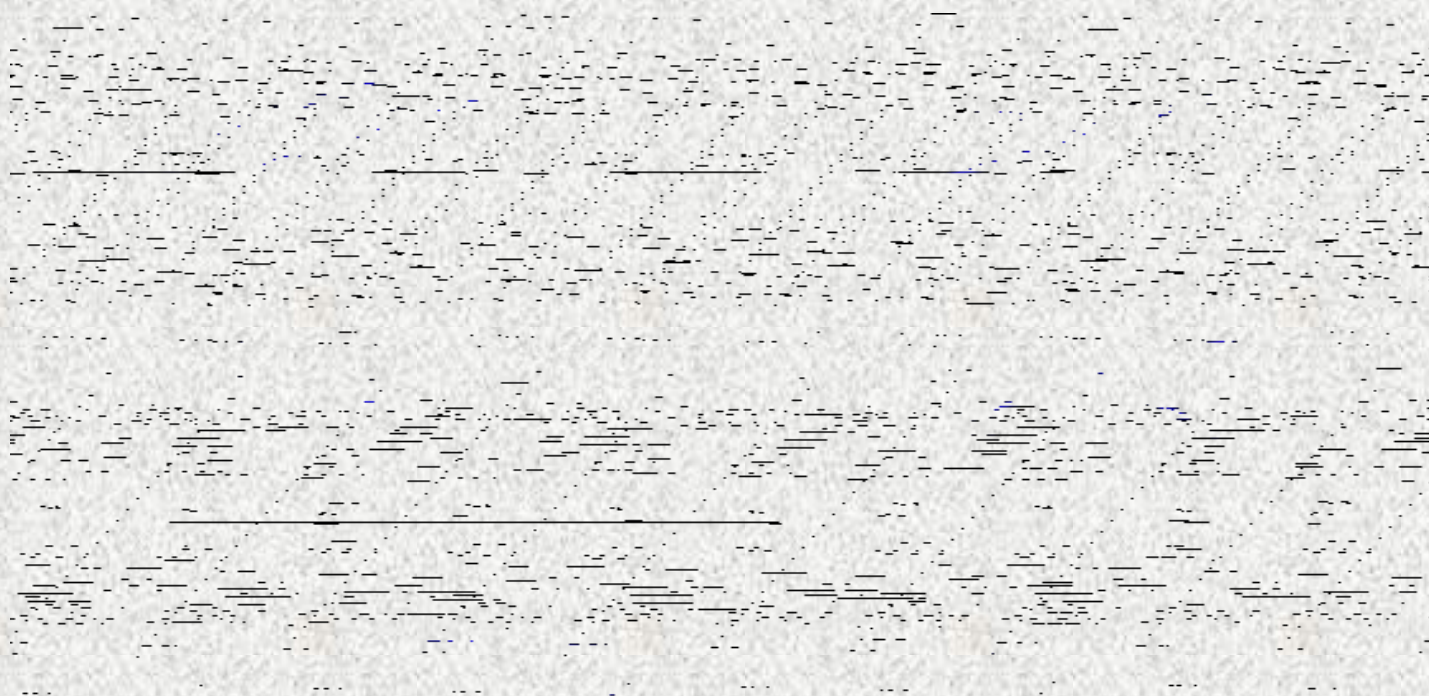


Фронтальная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след). На  $P_2$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на фронтальном следе плоскости  $\Sigma_2$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к горизонтальной ( $\alpha$ ) и профильной ( $\gamma$ ) плоскостям

# Комплексный чертеж плоскости общего положения



## 1.2 . Взаимное расположение прямых. Моделирование плоскости на комплексном чертеже. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.





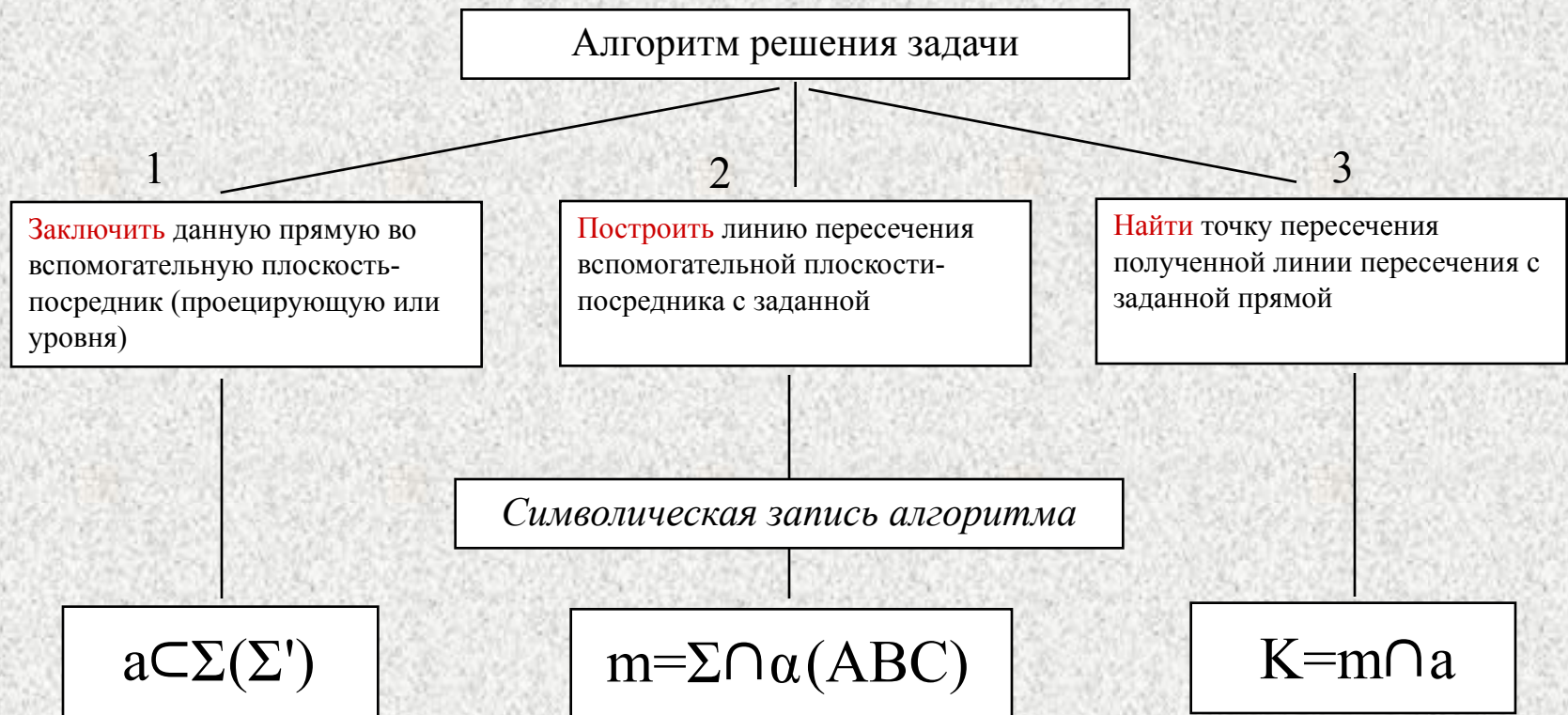
# Прямая линия, пересекающая плоскость

**Поставлена задача:**

Определить точку **К** пересечения данной прямой **a** с плоскостью  $\alpha$ .

Определить видимость прямой.

Решение задачи выполняется в три этапа.



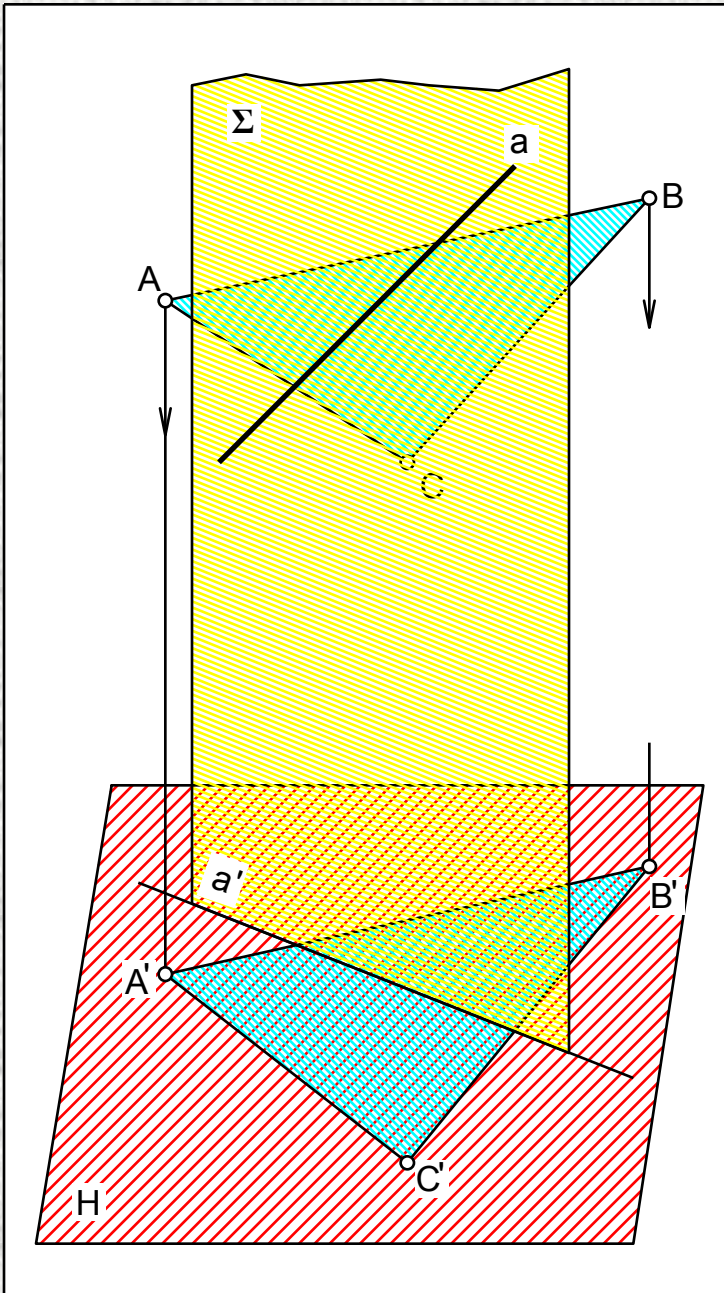
**Определить** видимость прямой **a** по правилу конкурирующих точек

Геометрические образы (пл.  $ABC$ , прямая  $a$ ) спроецированы на плоскость  $H$ .

А теперь посмотрите как выполняются эти этапы алгоритма на пространственном рисунке и при проецировании всех элементов задачи на плоскости  $H$ .

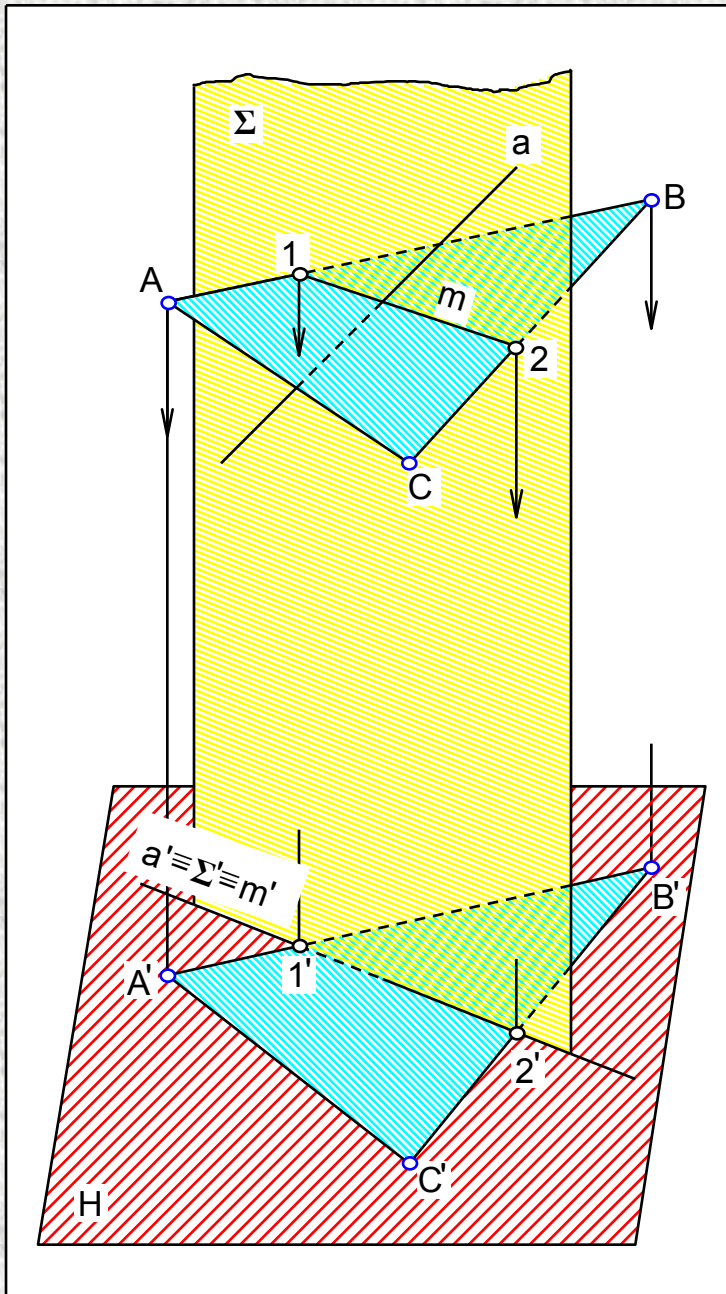
Выполняем 1-й этап алгоритма

$$a \subset \Sigma(\Sigma')$$



Выполняем 2-й этап алгоритма

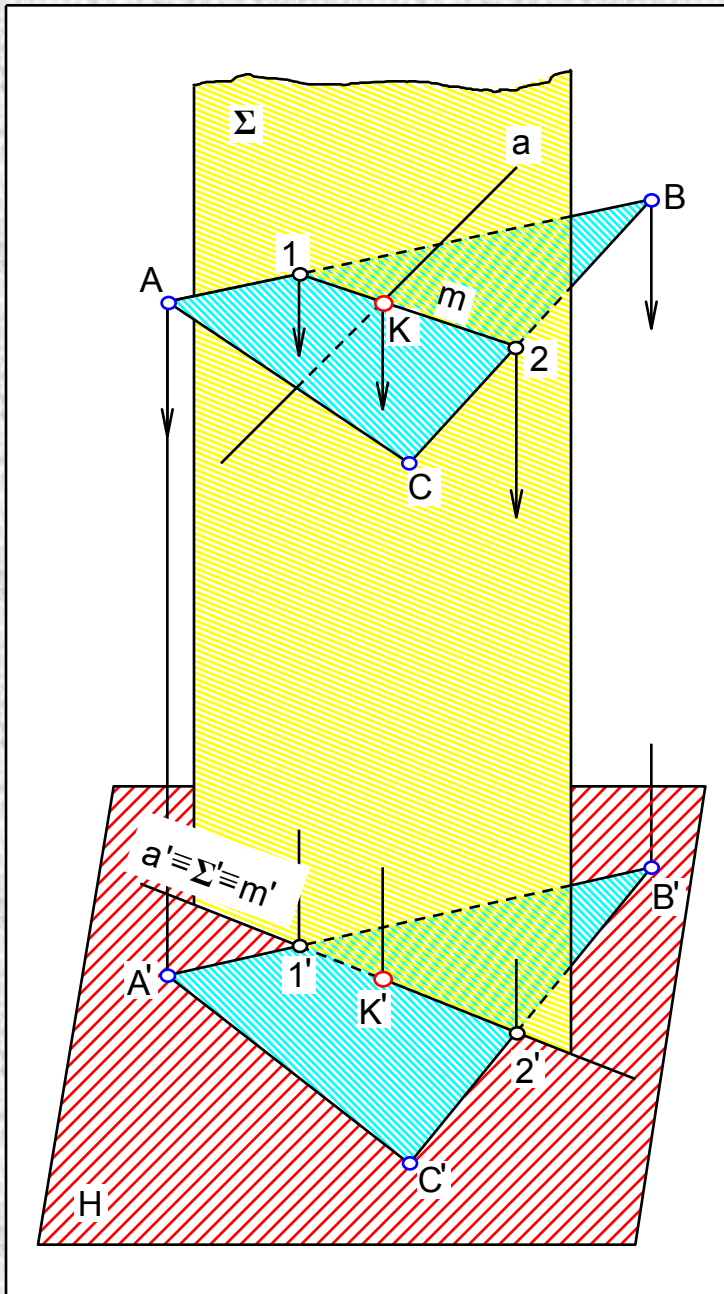
$$m = \Sigma \cap \alpha(ABC)$$



Выполняем 3-й этап алгоритма

$$K = m \cap a$$

Точка  $K$  - искомая точка пересечения данной прямой  $a$  с плоскостью  $ABC$ .



Рассмотрим применение данного алгоритма при решении задачи на построение точки  $K$  пересечения прямой  $a$  с плоскостью  $\alpha$ . Возможны три варианта условия данной задачи:

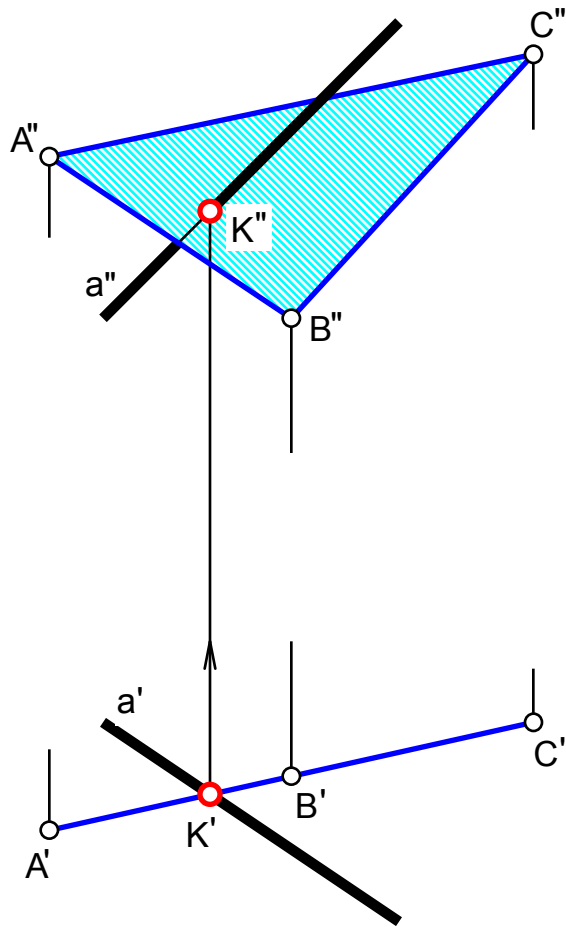
- прямая  $a$  - общего положения, плоскость  $\alpha$  - проецирующая (или уровня);
- прямая  $a$  - проецирующая, плоскость  $\alpha$  - общего положения;
- прямая  $a$  - общего положения, плоскость  $\alpha$  - общего положения.

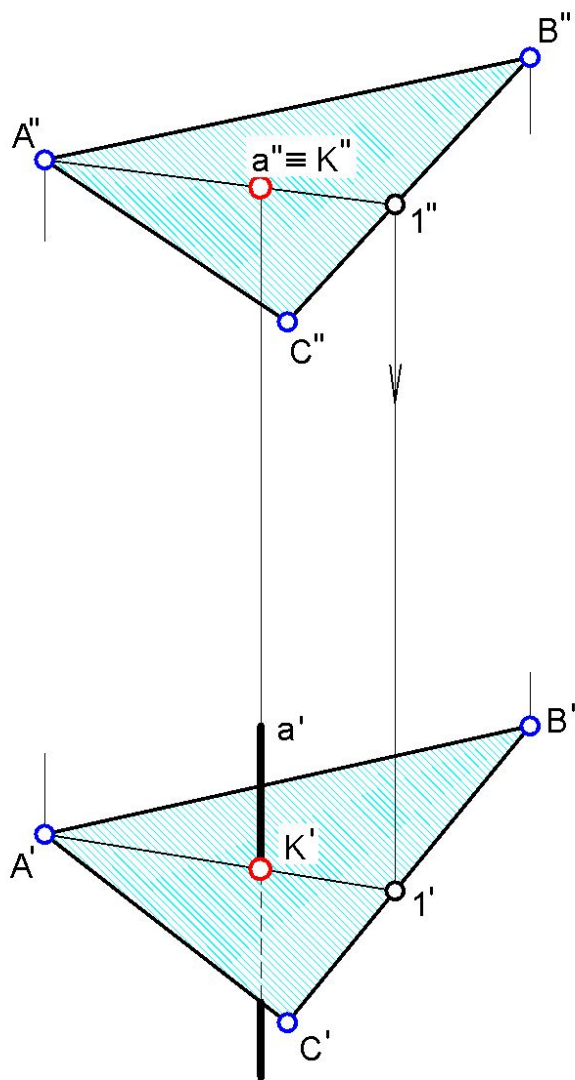
Решение первых двух задач можно выполнить, не применяя алгоритма, так как один из заданных образов частного положения.

В первом случае плоскость  $\alpha$  (ABC) - *горизонтально проецирующая*.

Поэтому горизонтальная проекция  $K'$  искомой точки  $K$  определяется как точка пересечения линейной проекции  $A'B'C'$  плоскости  $\alpha$  с горизонтальной проекцией  $a'$  данной прямой  $a$ .

Фронтальная проекция  $K''$  точки  $K$  строится из условия принадлежности точки  $K$  прямой  $a$ .



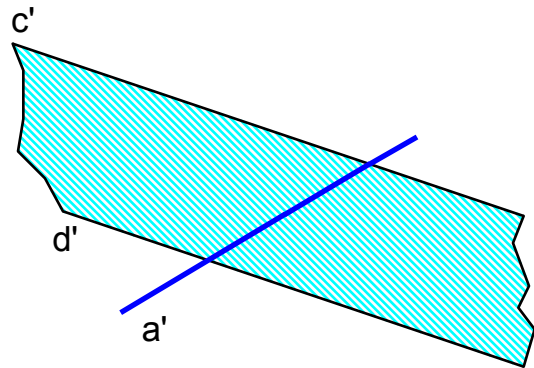
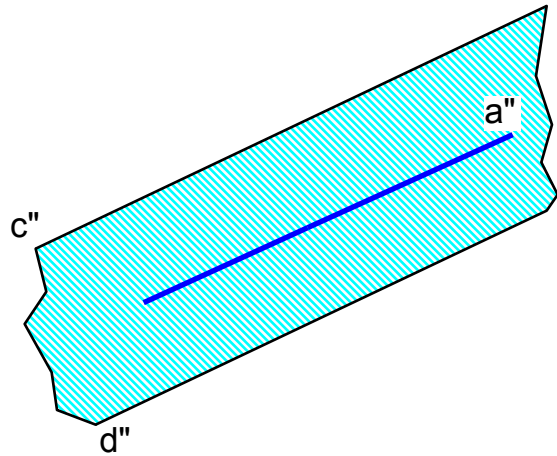


Во втором случае прямая  $a$  - *фронтально-проецирующая*.

Поэтому фронтальные проекции любой ее точки, а также и искомой  $K$  пересечения  $a$  с плоскостью  $\alpha$  ( $ABC$ ), совпадает с ее вырожденной проекцией  $a'' \equiv K''$ .

Построение горизонтальной проекции  $K'$  точки  $K$  выполняется из условия принадлежности точки  $K$  плоскости  $\alpha$ : точка  $K$  принадлежит плоскости  $\alpha$ , так как она принадлежит ее прямой  $A1$  ( $K'$  находится как точка пересечения прямой  $A'1'$  с прямой  $a'$ ).

Видимость прямой  $a$  в этих задачах решается просто - с помощью реконструкции данных образов (по наглядности).



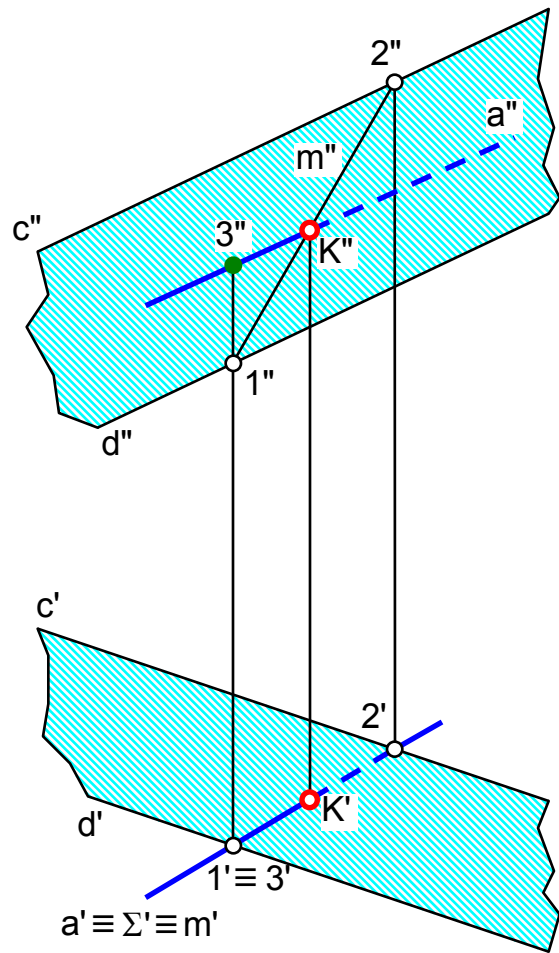
В третьем, общем, случае построение искомой точки  $K$  пересечения прямой  $a$  с плоскостью  $\alpha$  ( $c//d$ ) выполнено по описанному алгоритму.

1) прямую  $a$  заключают во вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость-посредник  $\Sigma(\Sigma')$ ;

2) строят прямую  $m$  пересечения плоскостей  $\alpha$  ( $c//d$ ) и  $\Sigma(\Sigma')$ . На чертеже это отразится записью ( $a' \equiv \Sigma' \equiv m'$ ). Фронтальную проекцию  $m''$  строят из условия ее принадлежности данной плоскости  $\alpha$  ( $m$  и  $\alpha$  имеют общие точки 1 и 2);

3) находят точку  $K''$ , как результат пересечения  $a''$  с  $m''$ , а  $K'$  строят по принадлежности прямой  $m'$ . Точка  $K(K'', K')$  - искомая точка пересечения прямой  $a$  с плоскостью  $\alpha$  ( $c//d$ ).





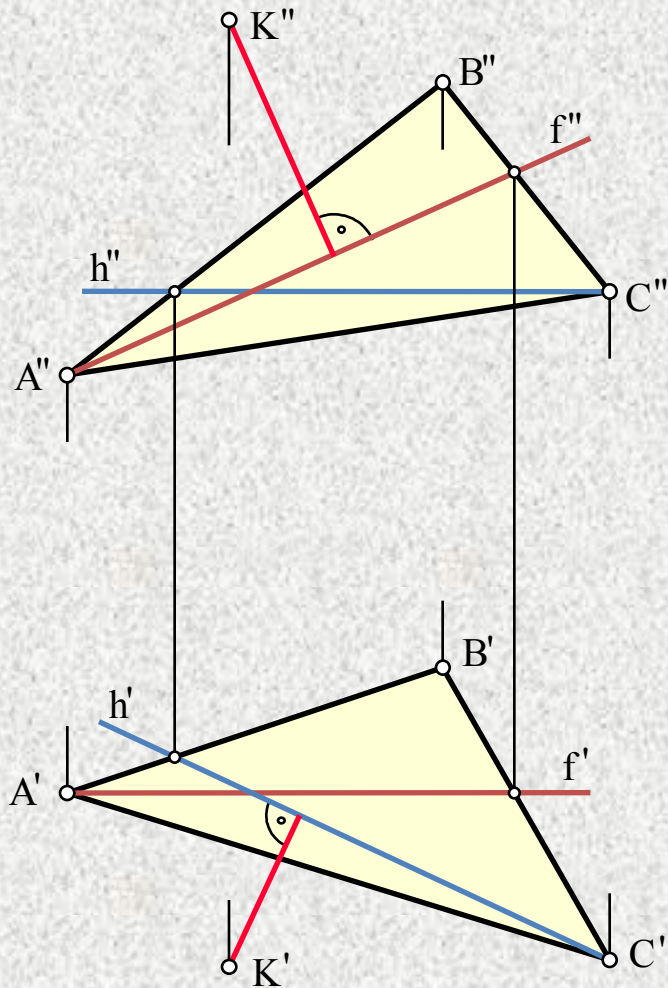
Задачу заканчивают определением видимости прямой по правилу конкурирующих точек. Так, на плоскости **H** видимость определена с помощью горизонтально конкурирующих точек **1** и **3** ( $1' \equiv 3'$ ), где точка **1** принадлежит плоскости  $\alpha$  а точка **3** - прямой  $a$ . Точка **3** расположена над точкой **1**, поэтому точка **3** и прямая  $a$  в этом участке на плоскости **H** будет видима.

На фронтальной плоскости видимость может быть определена или с помощью пары фронтально-конкурирующих точек, или по реконструкции данных образов (при восходящей плоскости видимость одинаковая на плоскостях **H** и **V**).

Данная задача после определения видимости прямой  $a$  имеет вид данного рисунка.

Если прямая линия пересекает плоскость под прямым углом, то на комплексном чертеже проекции этой прямой располагаются перпендикулярно проекциям соответствующих линий уровня плоскости.

Если, например, на плоскость, заданную треугольником **ABC**, необходимо опустить перпендикуляр из точки **K**, то построение выполняют следующим образом.



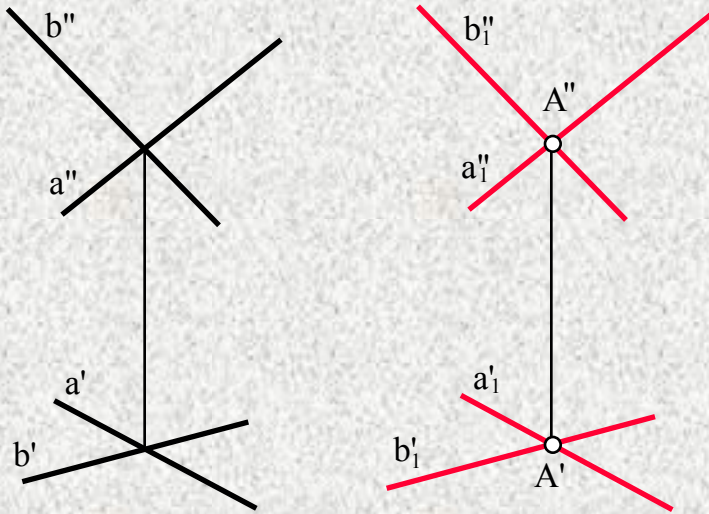
На плоскости проводят горизонталь **h** (**h''**, **h'**) и фронталь **f** (**f'**, **f''**).

Затем из заданных проекций **K'** и **K''** точки **K** опускают перпендикуляры соответственно на **h'** и **f''**. Прямая, проведенная таким образом из точки **K**, будет перпендикулярна плоскости треугольника **ABC** (так как прямая, перпендикулярная плоскости должна быть перпендикулярна двум прямым, лежащим в этой плоскости).

### 3.6. Взаимное расположение двух плоскостей

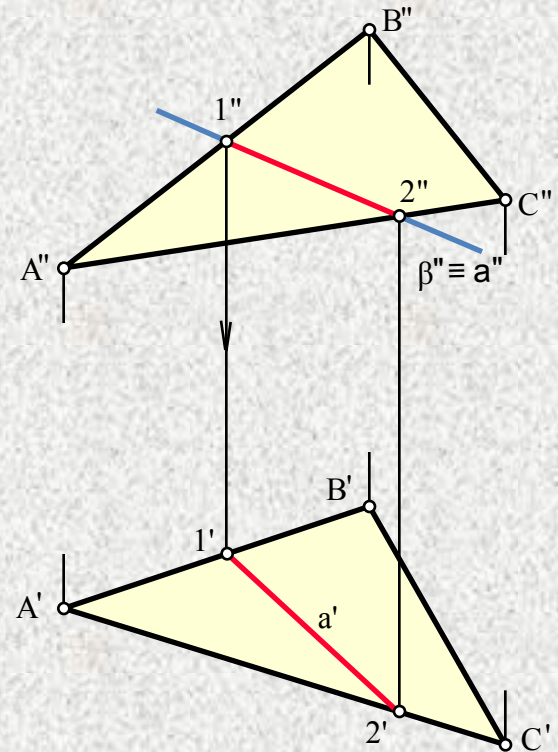
Две плоскости в пространстве могут быть либо взаимно параллельными, либо пересекающимися. *Плоскости параллельны*, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Искомая плоскость  $\beta$ , параллельная заданной плоскости  $\alpha$ , определена прямыми  $a_1$  и  $b_1$  соответственно параллельными  $a$  и  $b$  заданной плоскости и проходящими через произвольную точку пространства  $A$ .



*Пересекающиеся плоскости.* Линией пересечения двух плоскостей является прямая, для построения которой достаточно определить две точки, общие обеим плоскостям.

Если одна из пересекающихся плоскостей занимает частное положение, то ее вырожденная проекция  $\beta''$  включает в себя и проекцию  $a''$  линии  $a$  пересечения плоскостей. Горизонтальную проекцию  $a'$  прямой  $a$  строят по двум общим с плоскостью точкам **1** и **2**.

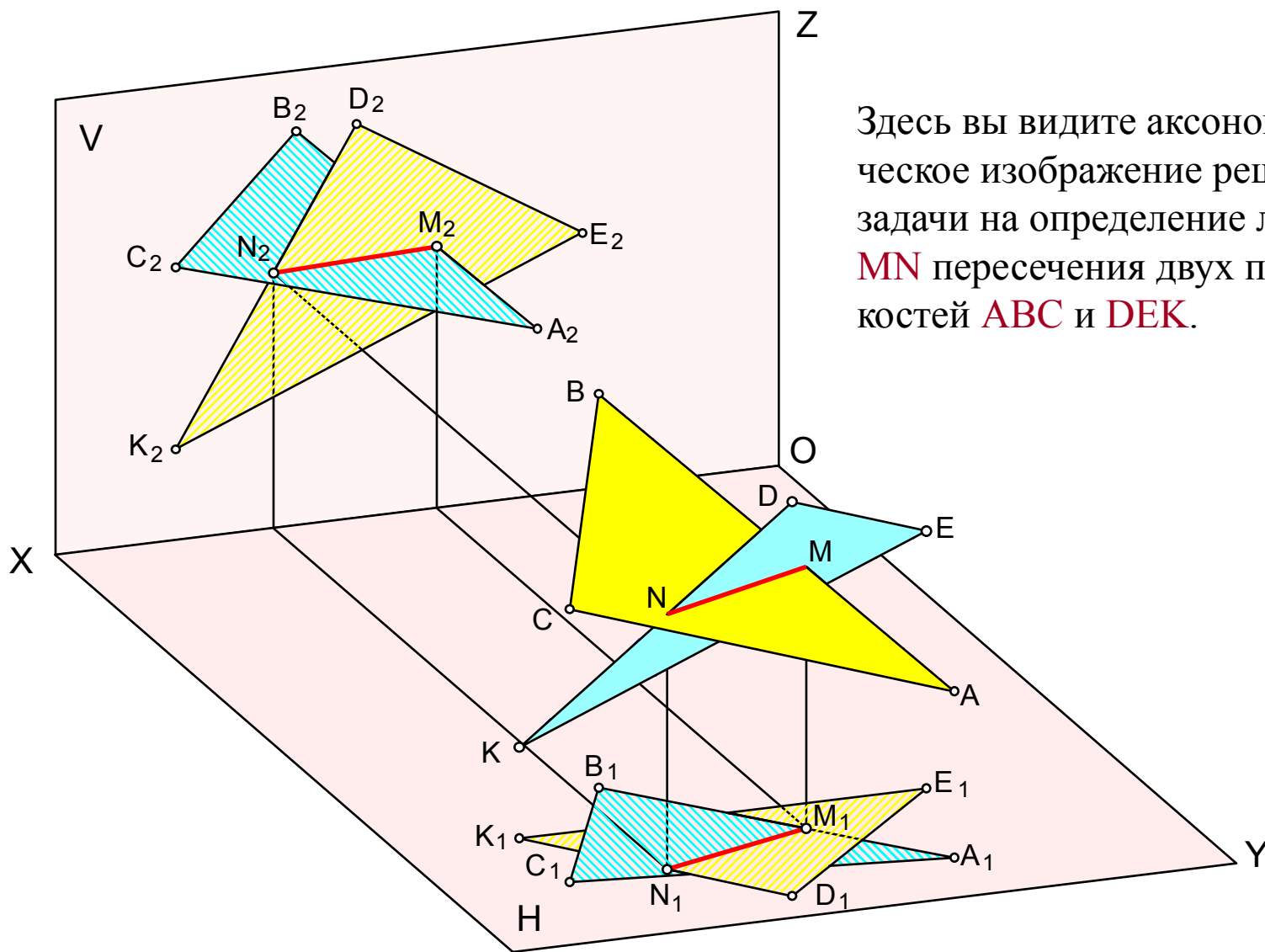


## Определение линии пересечения двух плоскостей общего положения

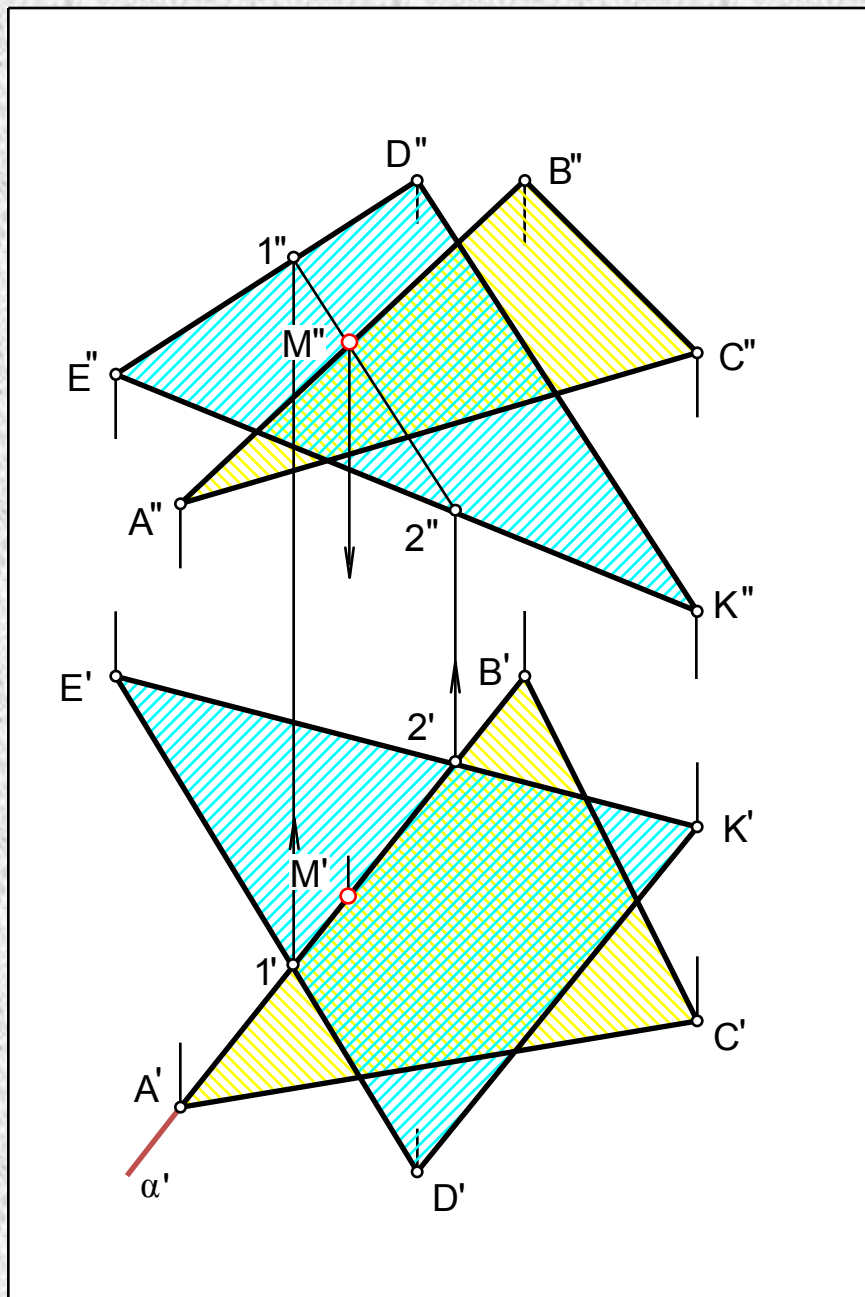
Для определения точек линии пересечения обе заданные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают двумя вспомогательными (параллельными между собой) плоскостями-посредник. Некоторое упрощение можно достичь, если вспомогательные плоскости проводить через прямые, задающие плоскость.

Рассмотрим пример. Плоскость  $\alpha$  задана (**ABC**), плоскость  $\beta$  задана (**DEK**). Точки **M** и **N**, определяющие искомую линию пересечения двух данных плоскостей найдем как точки пересечения каких-либо двух сторон (как две прямые) треугольника **ABC** с плоскостью другого треугольника **DEK**, т.е. дважды решим позиционную задачу на определение точки пересечения прямой с плоскостью по рассмотренному алгоритму.

Выбор сторон треугольников произволен, так как только построением можно точно определить, какая действительно сторона и какого треугольника пересечет плоскость другого. Выбор плоскости-посредник также произволен, так как прямую общего положения, какими являются все стороны треугольников **ABC** и **DEK**, можно заключить в горизонтально проецирующую или во фронтально проецирующую плоскости.



Здесь вы видите аксонометрическое изображение решения задачи на определение линии  $MN$  пересечения двух плоскостей  $ABC$  и  $DEK$ .



### 1-й этап решения

Для построения точки **M** использована горизонтально проецирующая плоскость - посредник  $\alpha$  ( $\alpha'$ ), в которую заключена сторона **AB** треугольника **ABC** ( $AB \subset \alpha$ ).

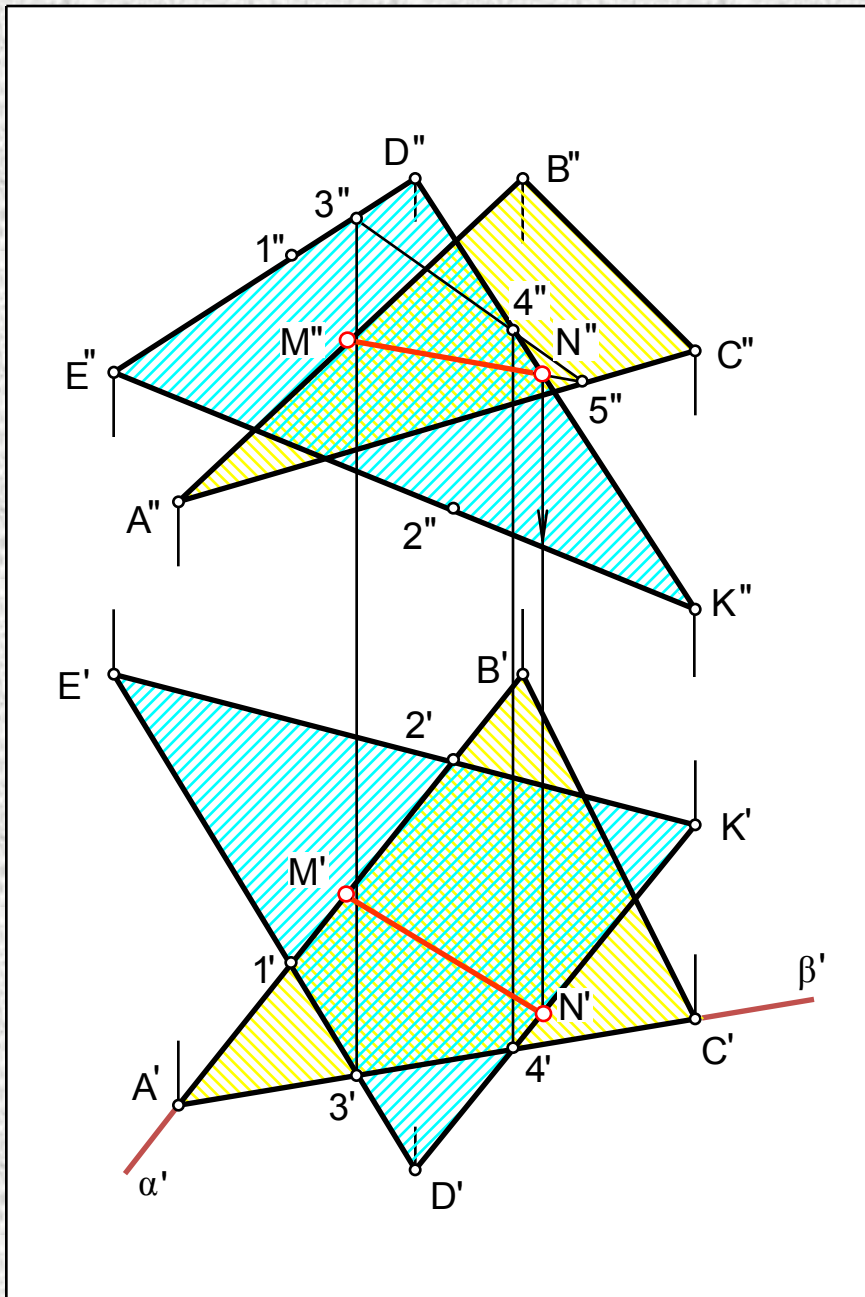
### 2-й этап решения

Строим линию пересечения (на чертеже она задана точками **1** и **2**) плоскости-посредника  $\alpha$  ( $\alpha'$ ) и плоскости **DEK**.

### 3-й этап решения

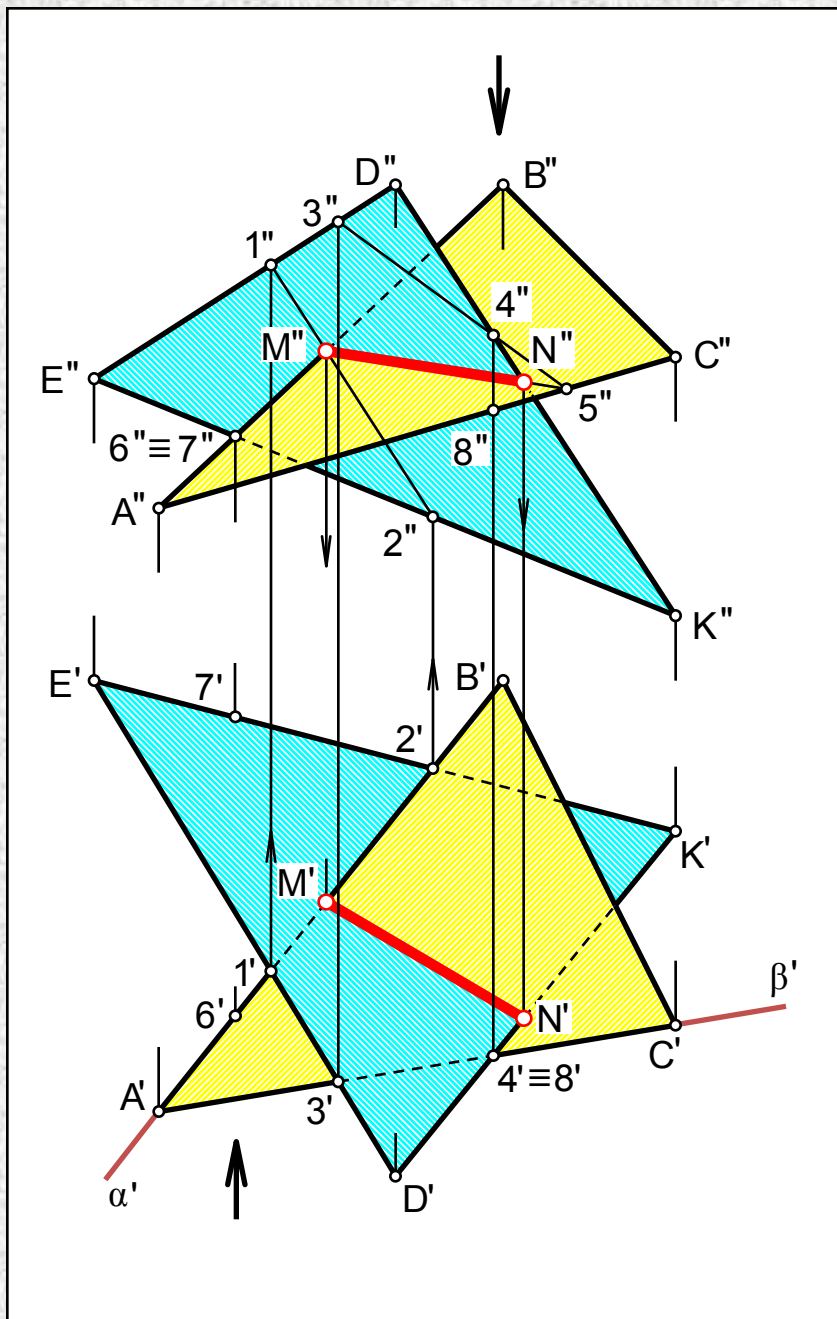
Находим точку **M** пересечения прямой **1 - 2** с прямой **AB**.

Найдена одна точка **M** искомой линии пересечения.



Для построения точки  $N$  использована горизонтально проецирующая плоскость  $\beta$  ( $\beta'$ ), в которую заключена сторона  $AC$  треугольника  $ABC$ .

Построение аналогичны предыдущим. одна точка  $M$  искомой линии пересечения.



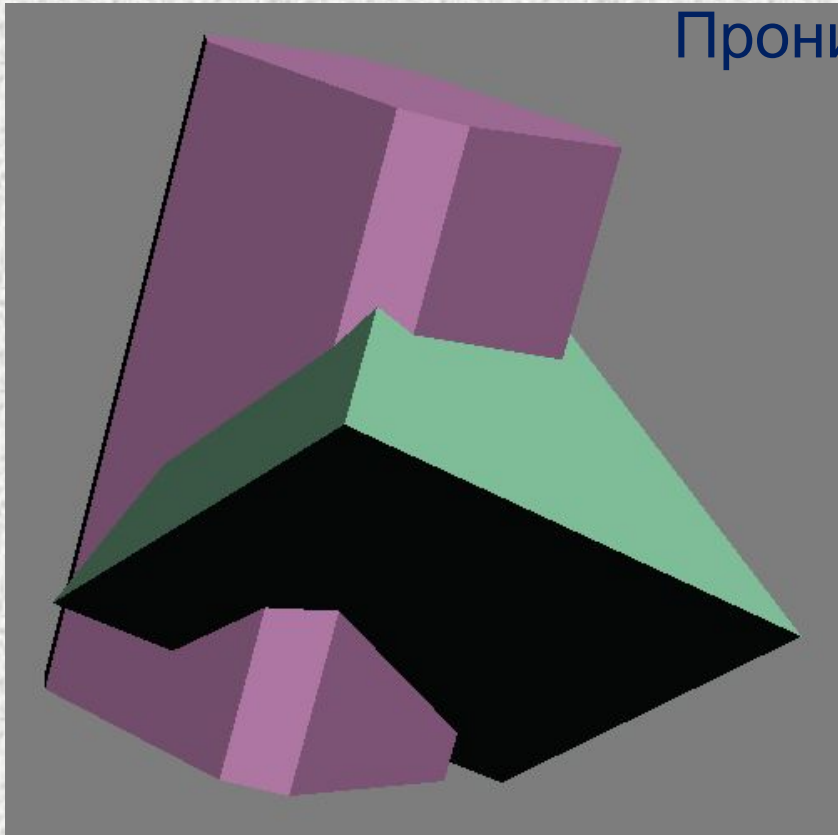
Определение видимости на плоскости **H** выполнено с помощью горизонтально конкурирующих точек **4** и **8** ( $4'' \equiv 8''$ ).

Точка **4** расположена **над** точкой **8** ( $4''$  и  $8''$ ), поэтому на плоскости **H** часть треугольника **DEK**, расположенная в сторону точки **4**, закрывает собой часть треугольника **ABC**, расположенную от линии пересечения в сторону точки **8**.

С помощью пары фронтально конкурирующих точек **6** и **7** ( $6'' \equiv 7''$ ) определена видимость на плоскости **V**.



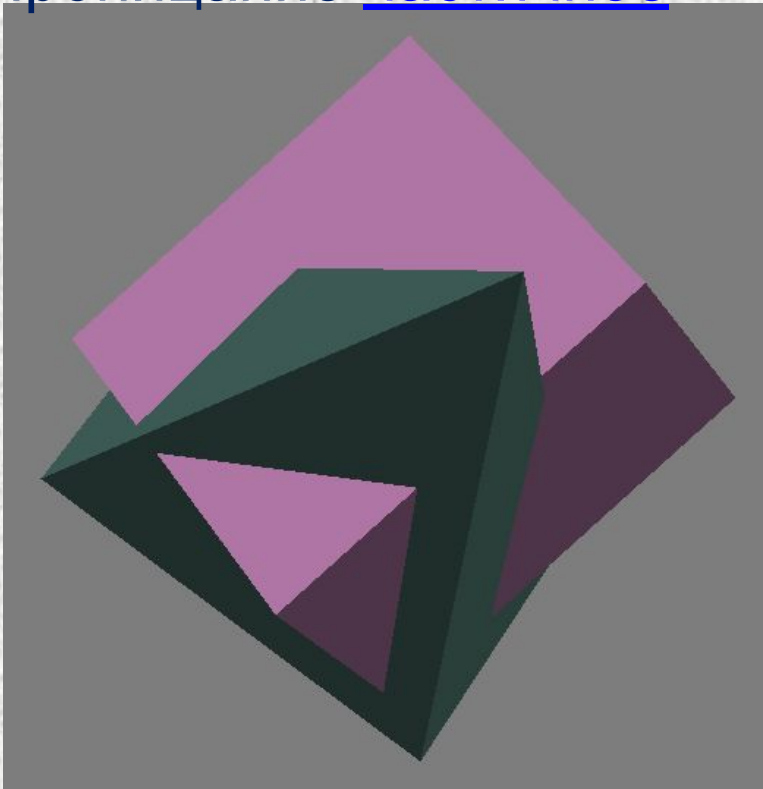
Две многогранные поверхности в общем случае пересекаются по *пространственной замкнутой ломаной линии*



Проникание частичное

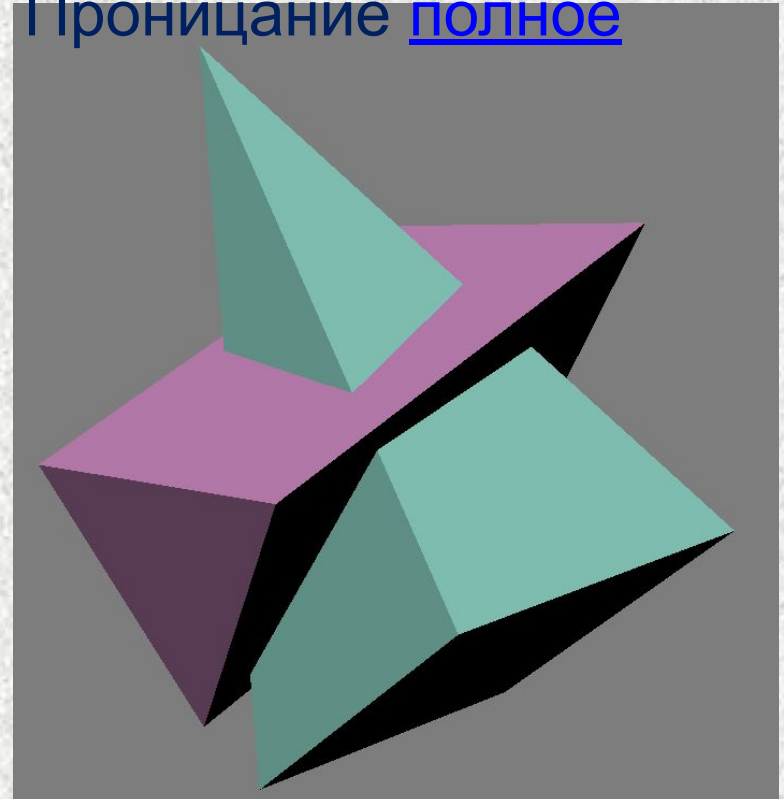
В частных случаях эта ломаная может распадаться *на две и более замкнутые ломаные линии*, на *плоскую и пространственную линии*

Проницание частичное



Две замкнутые ломаные линии  
(плоская и пространственная)

Проницание полное



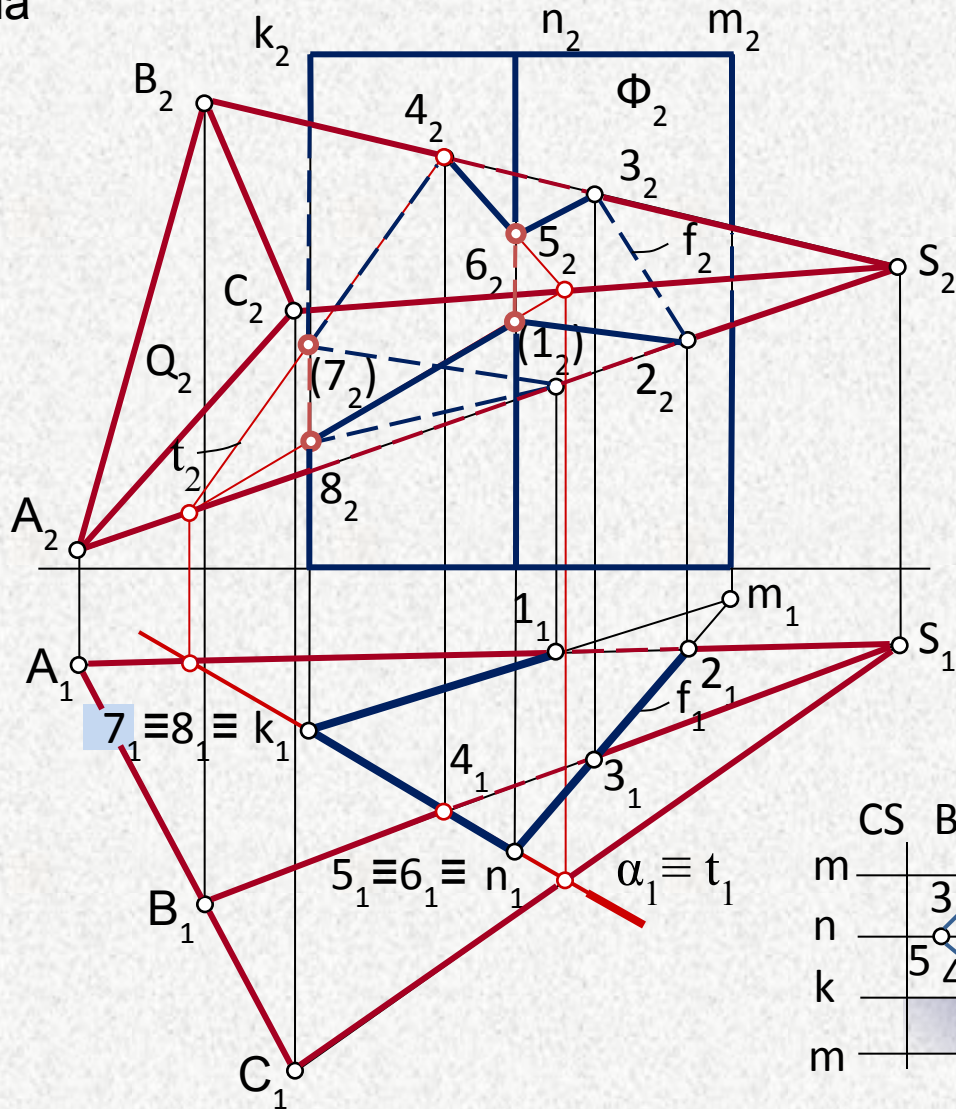
Две замкнутые ломаные линии  
(обе плоские)

**Способ ребер** – построение вершин ломаной как точек пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго с гранями первого

*прямыми соединяются проекции только тех точек, которые принадлежат одной грани*

**Способ граней** – построение сторон ломаной как отрезков прямых попарного пересечения граней данных многогранников

# Задача



$$Q \cap W = f; \quad f = ?$$

1.  $AS \cap km = 1; \quad AS \cap mn = 2;$
2.  $BS \cap mn = 3; \quad BS \cap kn = 4;$   
 $\alpha \cap Q = t;$
3.  $n \cap BSC = 5; \quad n \cap ASC = 6;$
4.  $k \cap ASB = 7; \quad k \cap ASC = 8$

	CS	BS	AS	CS
m		3	2	
n		5	4	6
k			7	
m			1	8

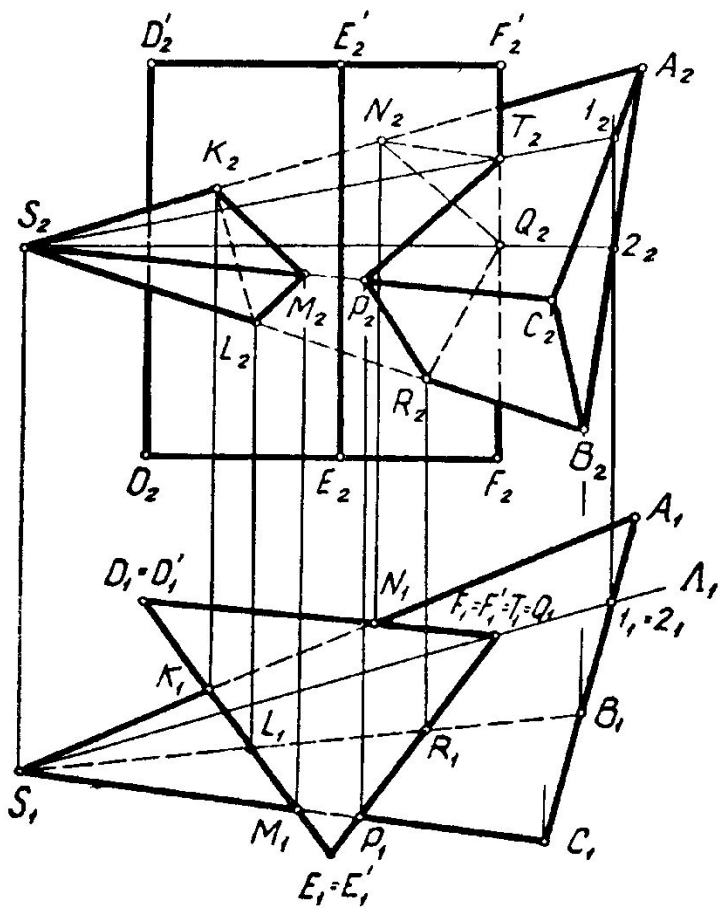
# Построение линии пересечения двух поверхностей

## Задача

Построить линию пересечения двух многогранника.

В зависимости от взаимного расположения многогранников, возможны два вида их пересечения - **врезка** и **проницание**.

**Врезкой** называется такой вид пересечения многогранников, при котором в пересечении принимает участие часть ребер каждого из них; при этом линия пересечения представляет собой одну замкнутую пространственную ломаную. **Проницанием** называют такой вид пересечения многогранников при котором в пересечении





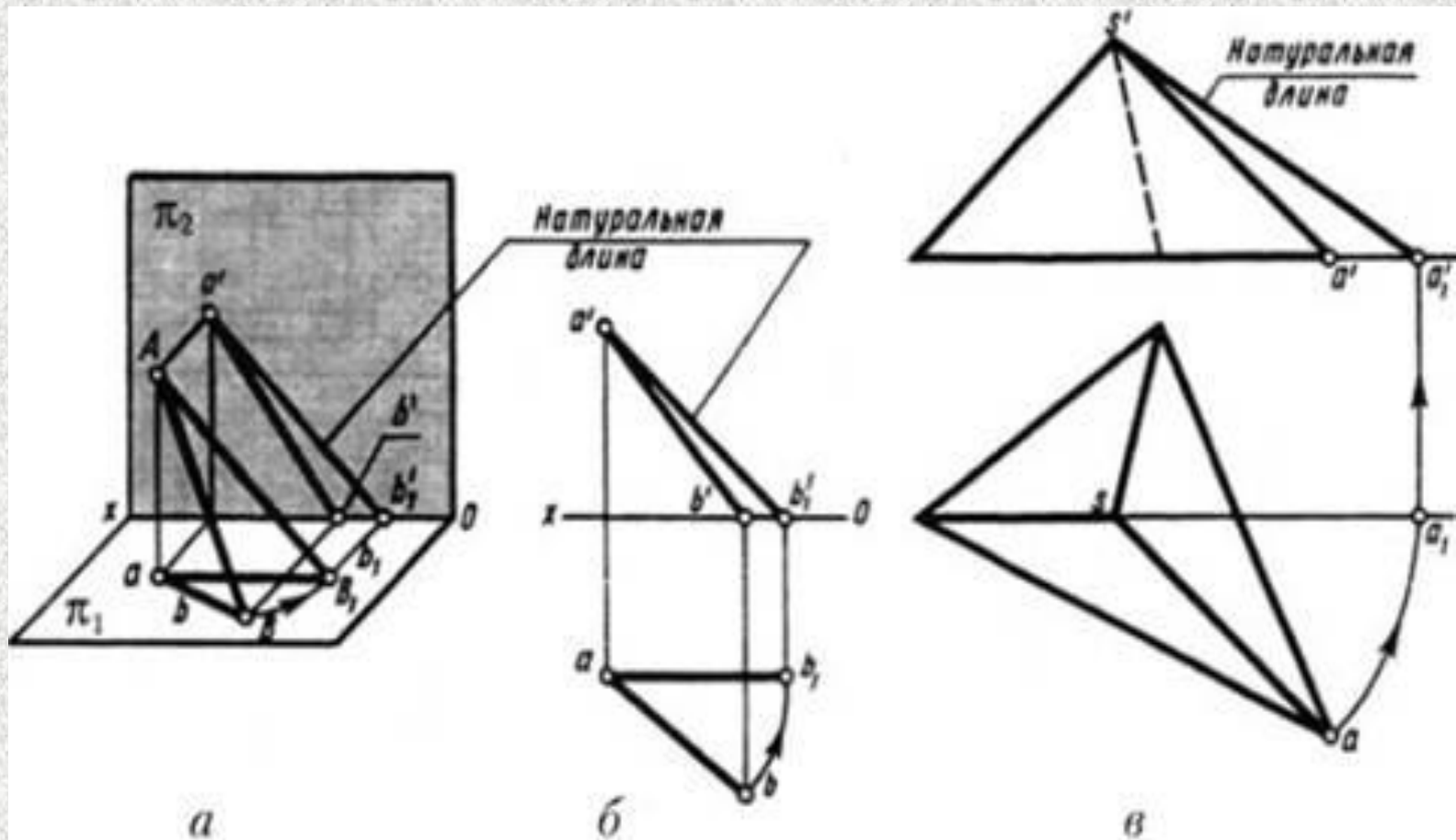
# Инженерная графика

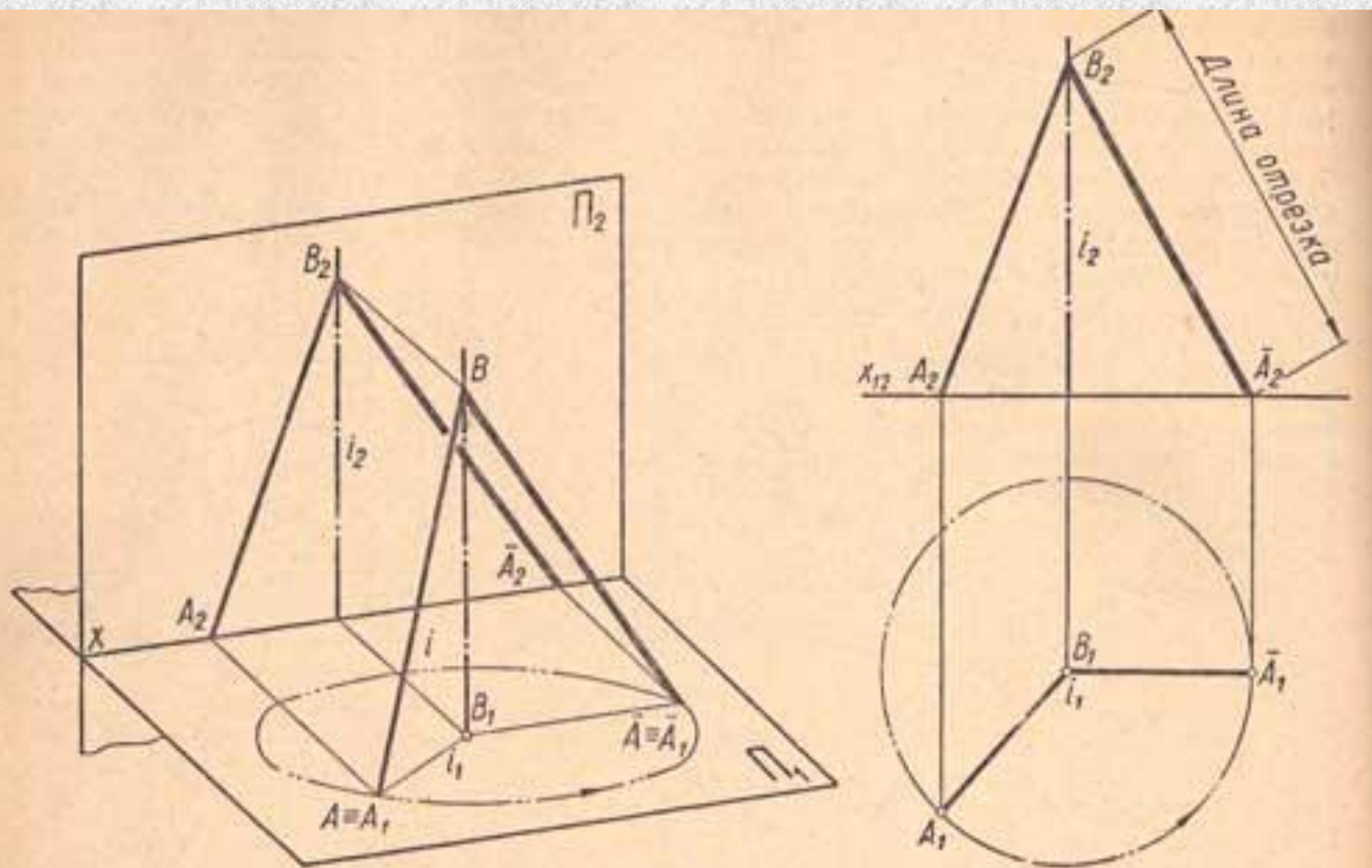
- **Лекция №2**

- **«Преобразование ортогональных проекций.»**
- 2.1 Введение новых плоскостей проекций.
- 2.2 Применение способов преобразования чертежа к решению позиционных и метрических задач.

»

# Метод вращения

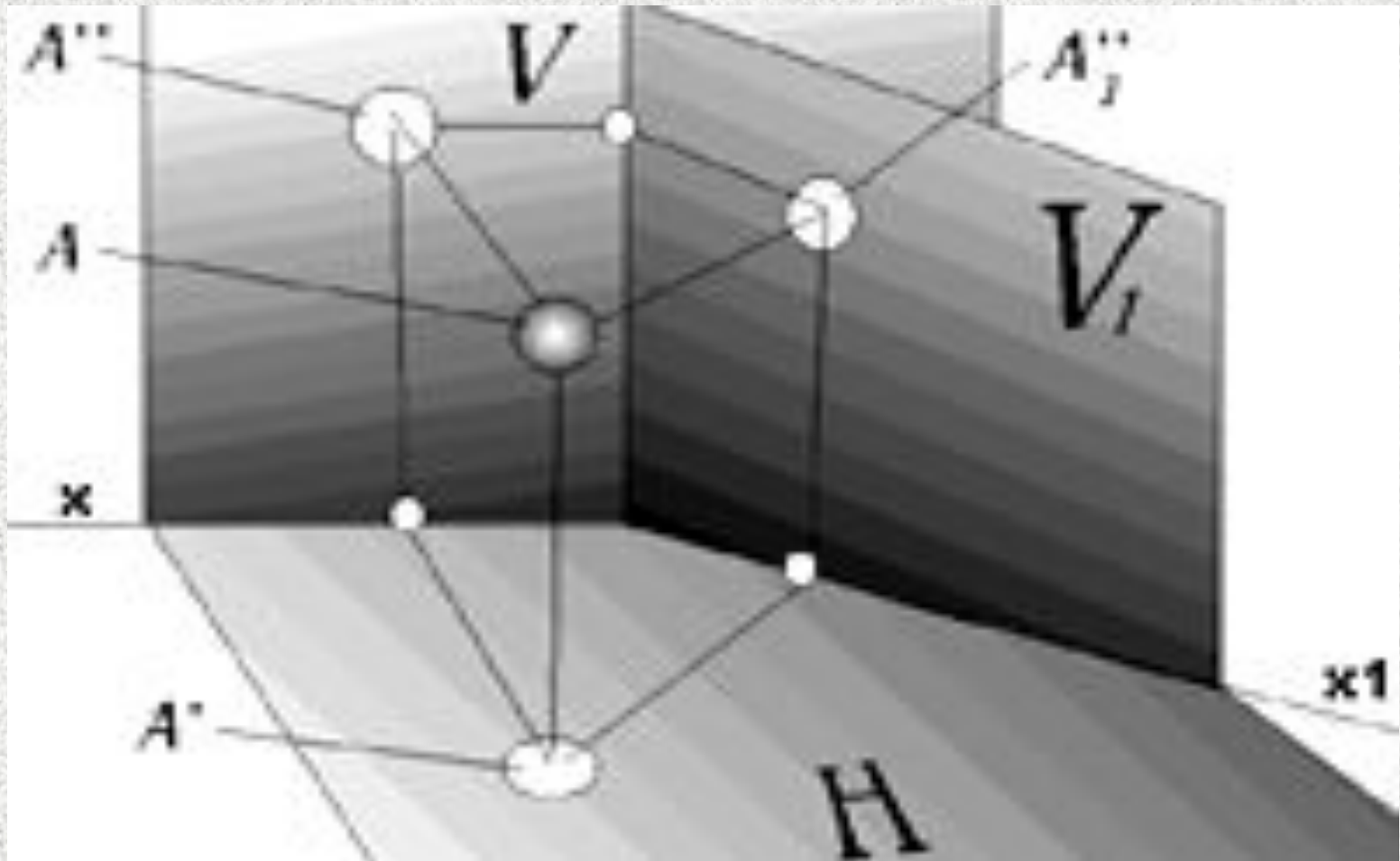


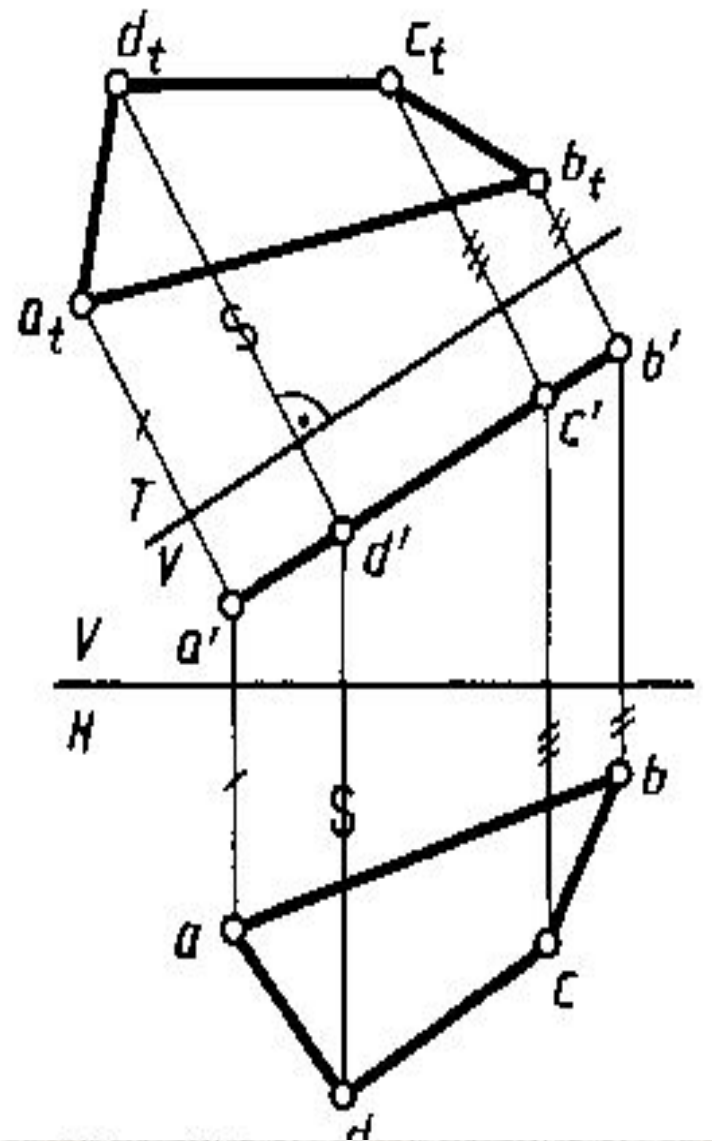
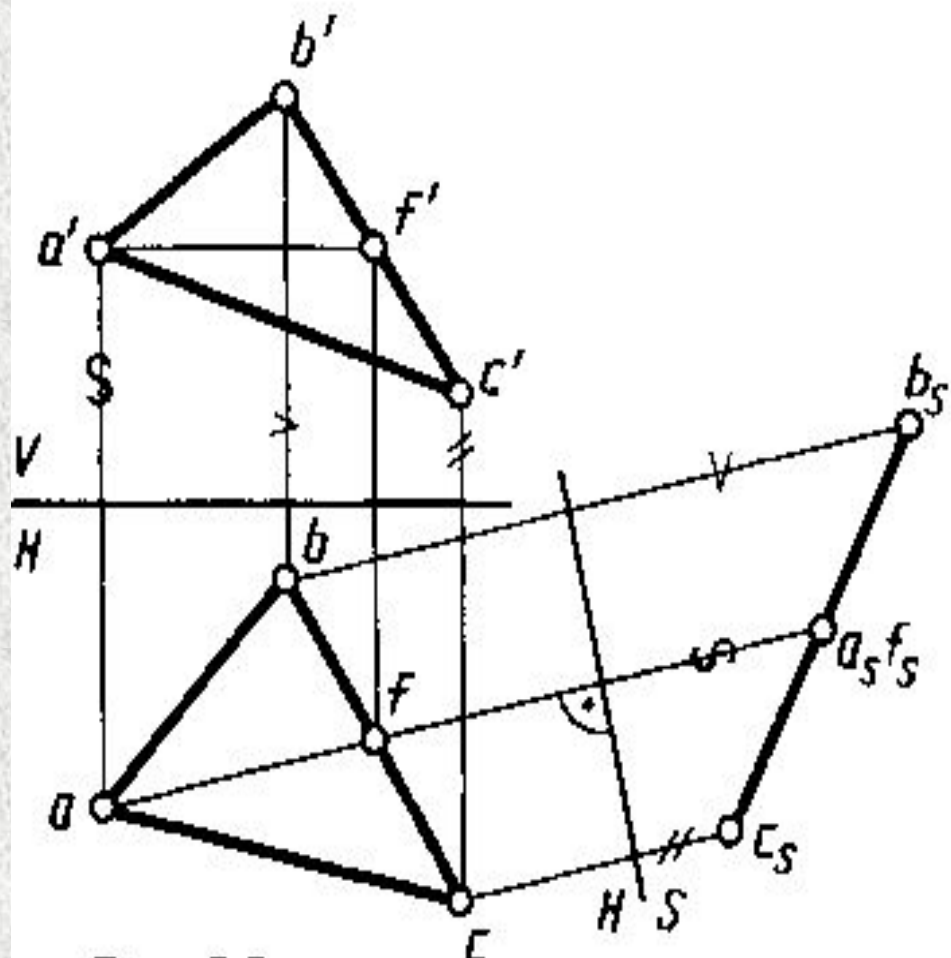


Фиг. 263.



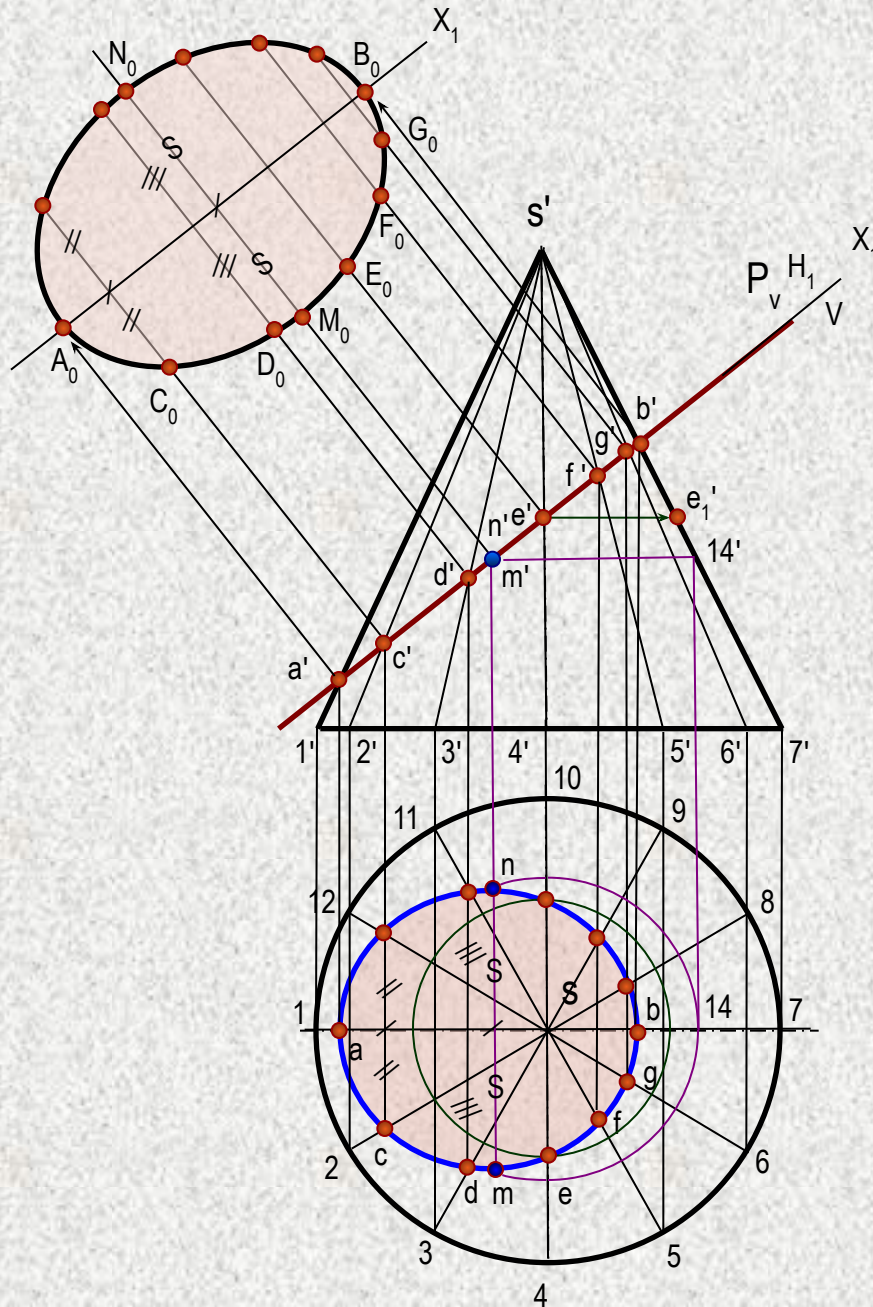
# Введение новых плоскостей проекций

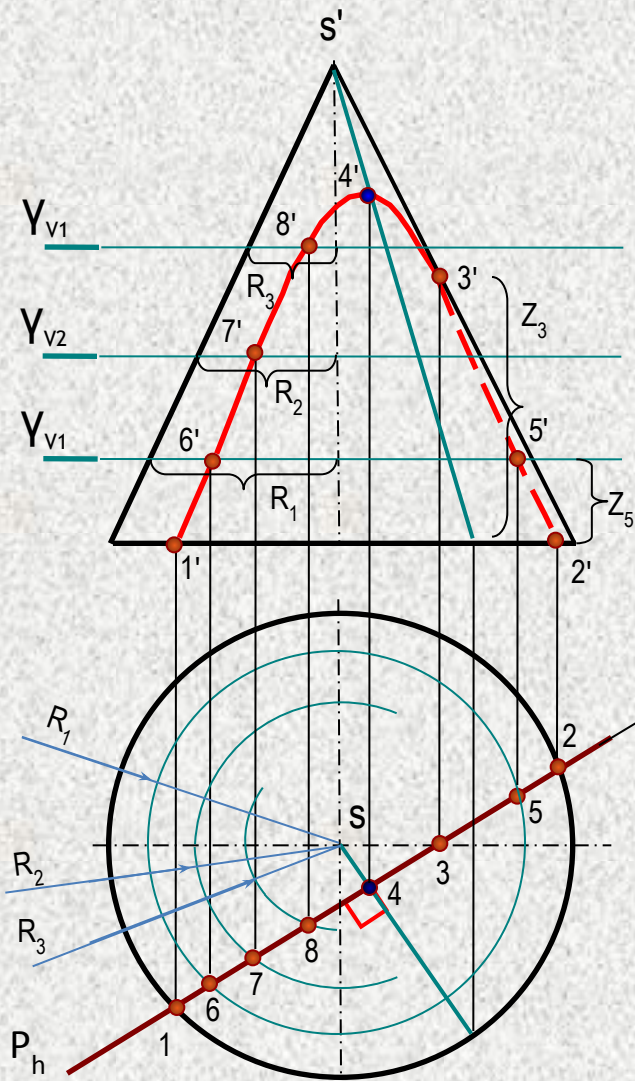




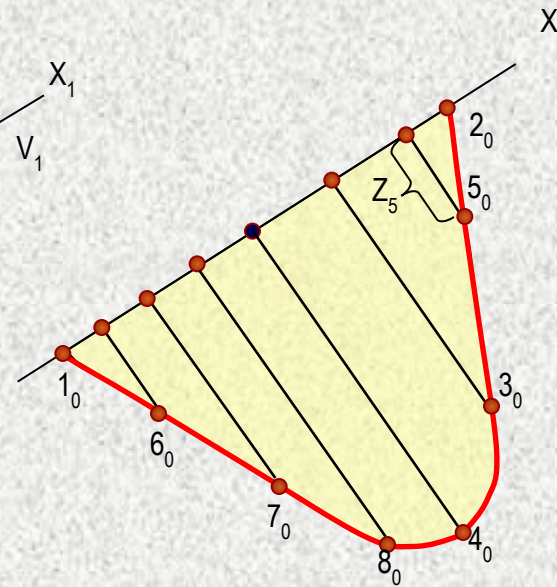
**Задача 1.** Построение линии пересечения конуса плоскостью частного положения (фронтально-проецирующая).

**Задача 2.** Определить действительную величину сечения.

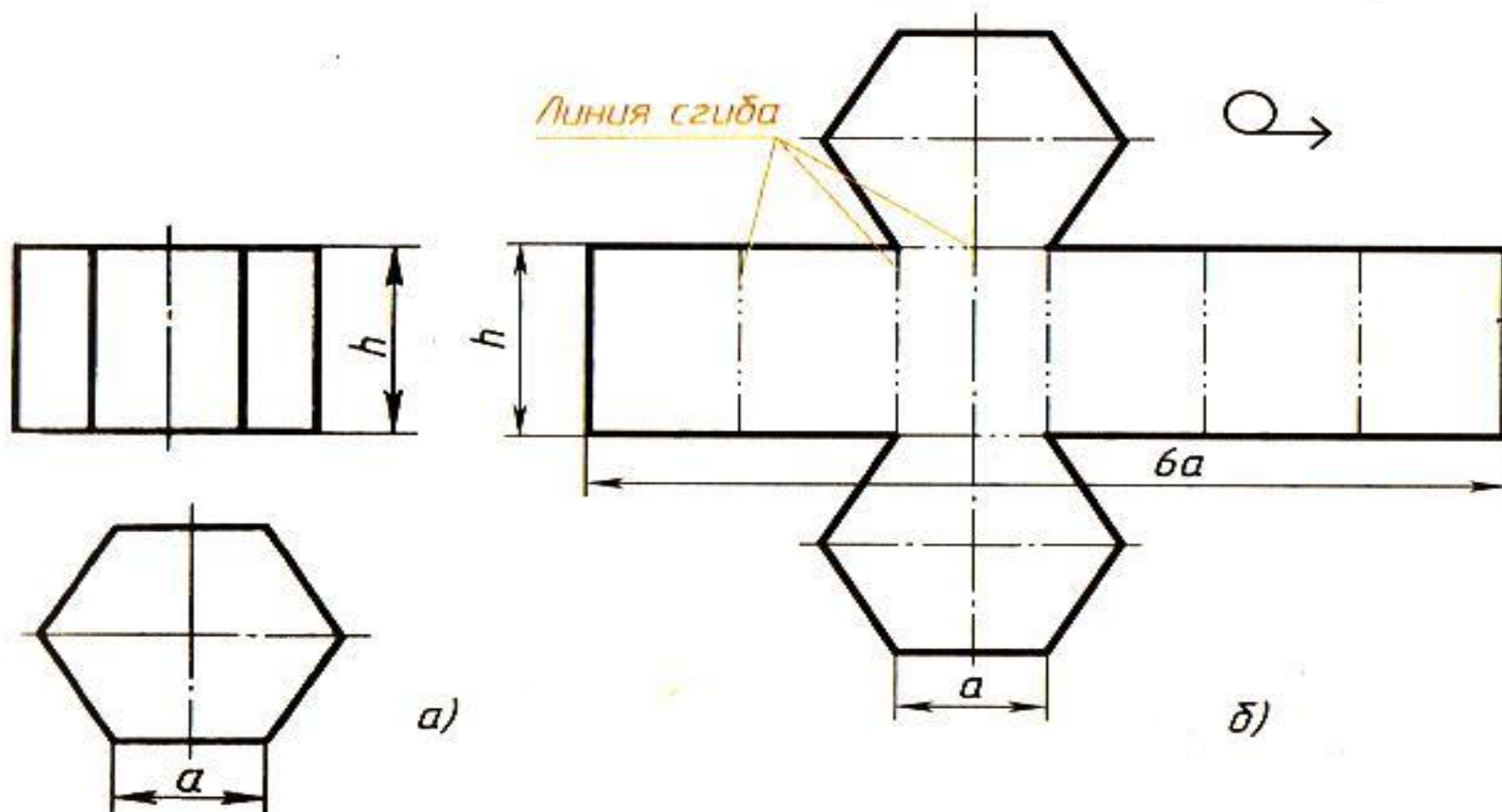




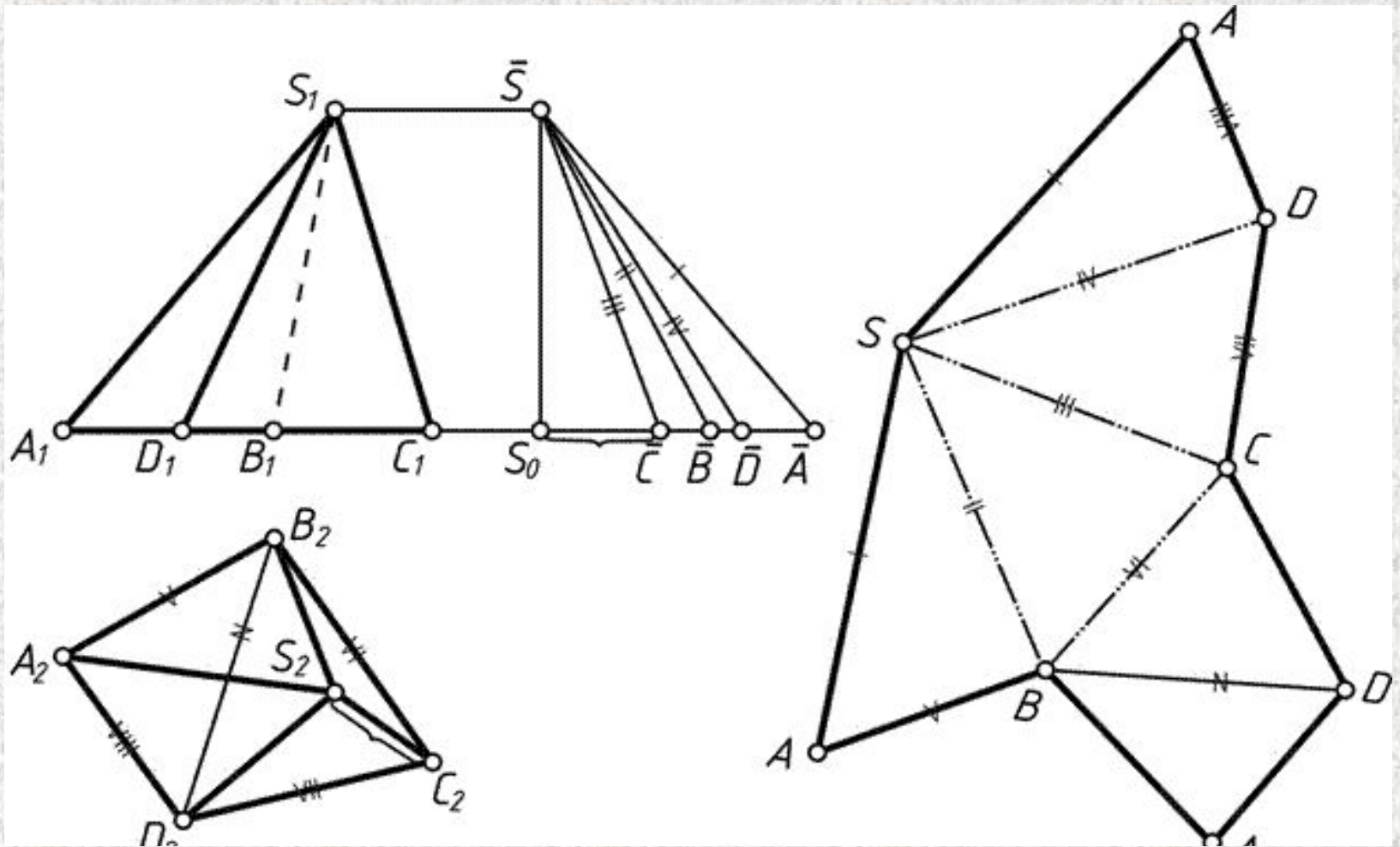
**Задача 1а.** Построение линии пересечения конуса плоскостью частного положения (горизонтально-проецирующая).  
**Задача 2.** Определить действительную величину сечения.



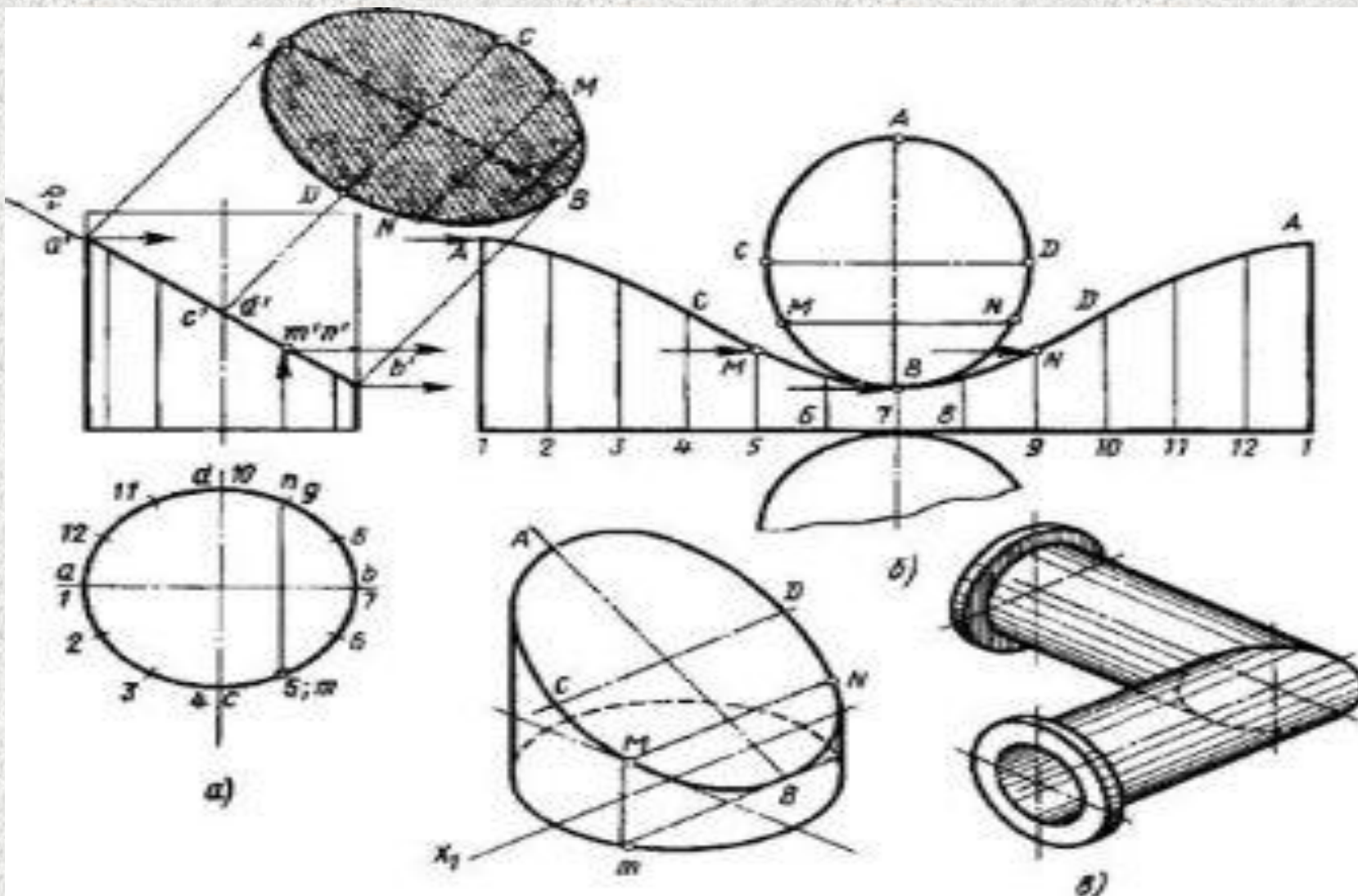
# Развертка поверхности призмы



# Развертка поверхности пирамиды

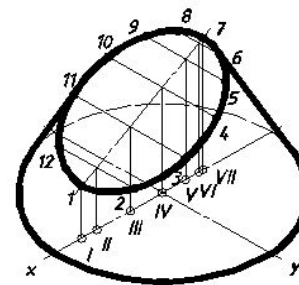
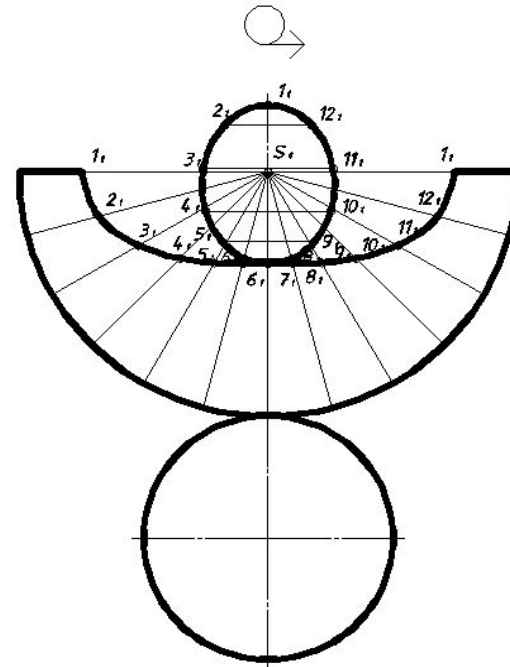
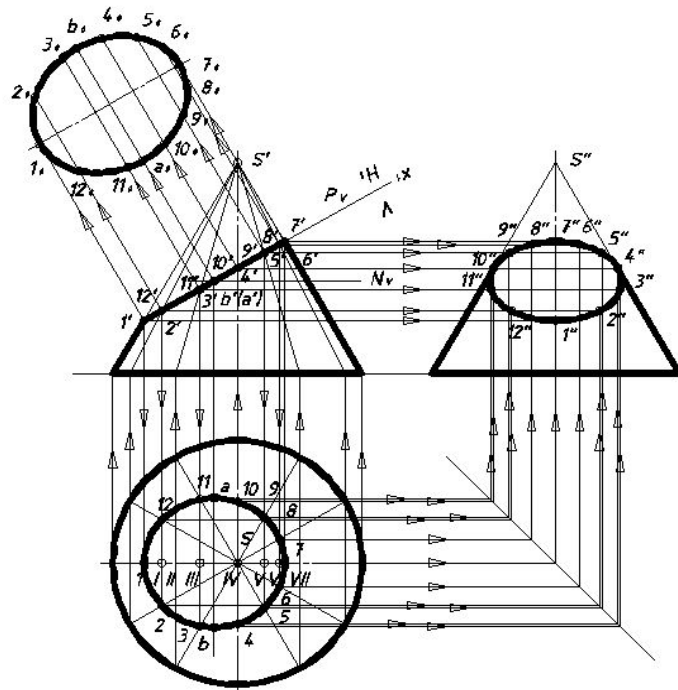


# Развертка поверхности усеченного цилиндра



# Развертка поверхности усеченного конуса

Построить линию пересечения конуса плоскостью общего положения.  
Построить три проекции конуса, усеченного плоскостью  $P$ ,  
натуральную величину сечения, развертку и изометрию.







# Инженерная графика

- **Лекция №3**
- **« Поверхности. Способ вспомогательных секущих плоскостей**
- 1.1 Многогранники. Пересечение многогранников плоскостью и прямой.
- 1.2 Поверхности вращения

»

[Автор: Посягина Т.  
А.](#)

←

**Содержани**

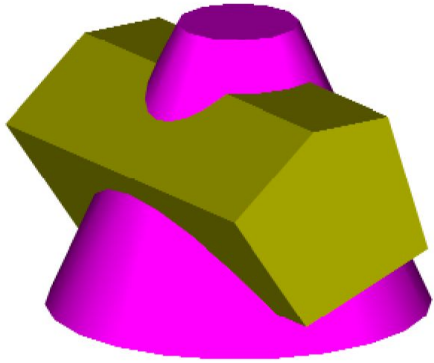
→

е

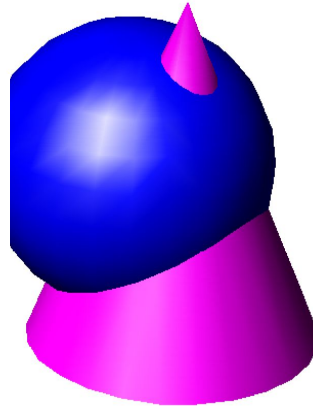
***Пересечение поверхностей.  
Способ вспомогательных секущих  
плоскостей.***

# Пересечение поверхностей

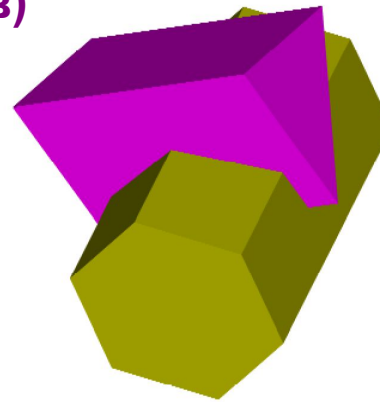
а)



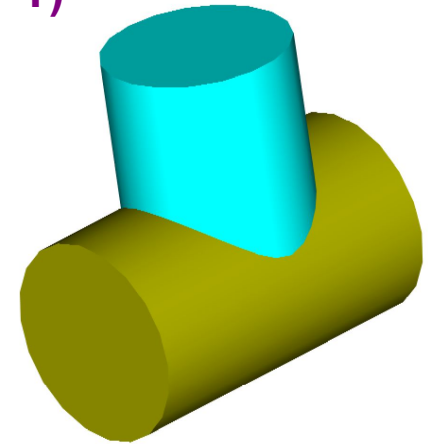
б)



в)



г)



Геометрическое место точек, принадлежащее одновременно двум поверхностям, называют линией пересечения данных поверхностей

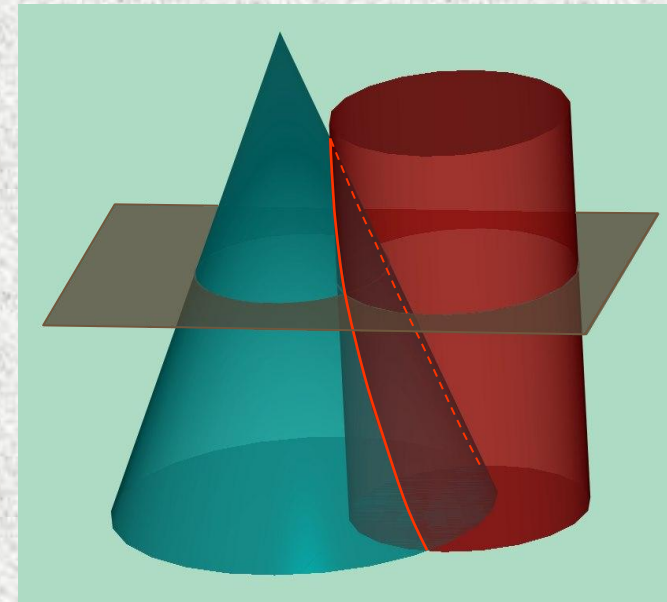
## Возможные случаи:

- Одна замкнутая линия (врезание одной в другую)
- Две замкнутые линии (пересечение насквозь)
- Две многогранные поверхности (ломаная линия)
- Кривая и гранная поверхности (совокупность плоских кривых)

Для построения линии пересечения поверхностей необходимо найти ряд точек, общих для заданных поверхностей, и соединить их плавной линией

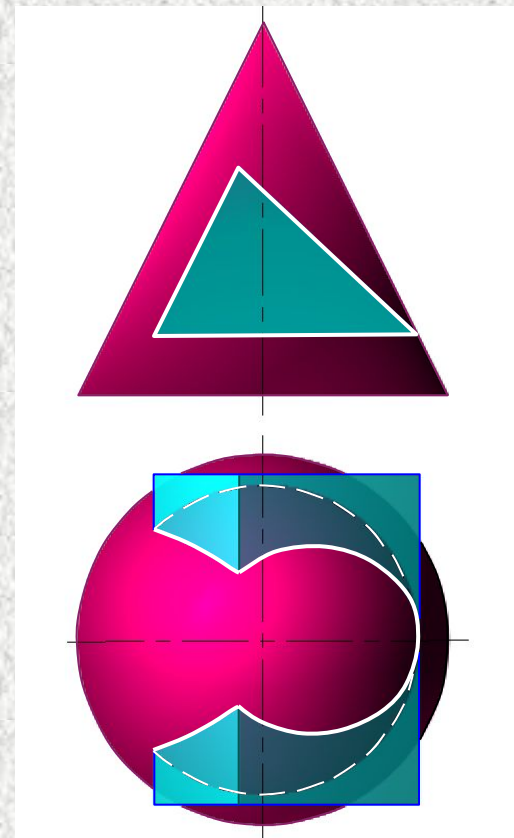
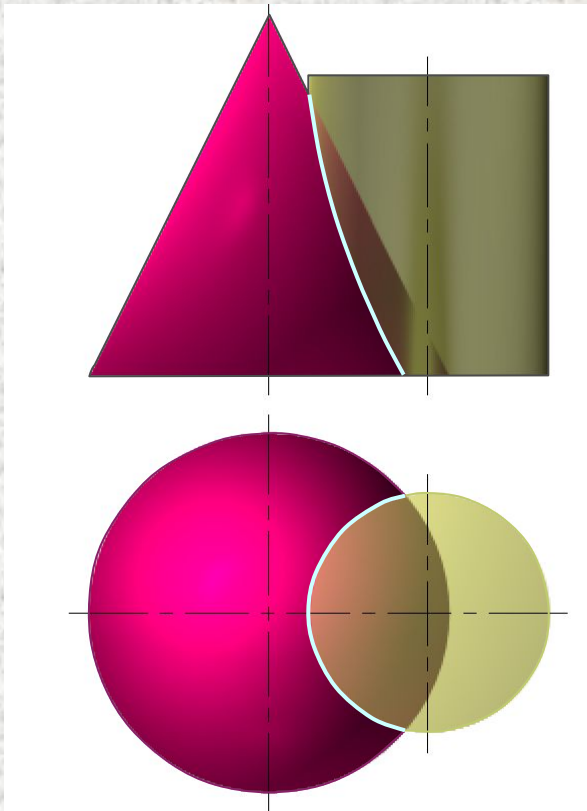
# Анализ заданных поверхностей

1. Линия пересечения 2-х поверхностей в общем случае представляет собой пространственную кривую
2. Если заданы поверхности второго порядка, то при их пересечении получается пространственная кривая четвертого порядка
3. Часть искомой линии пересечения получается видимой в пересечении видимых частей поверхностей



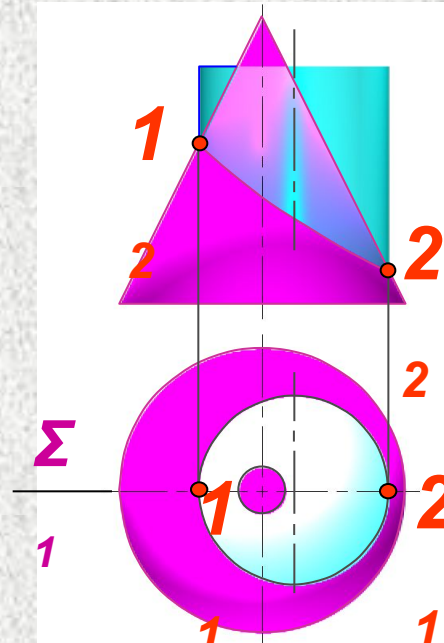
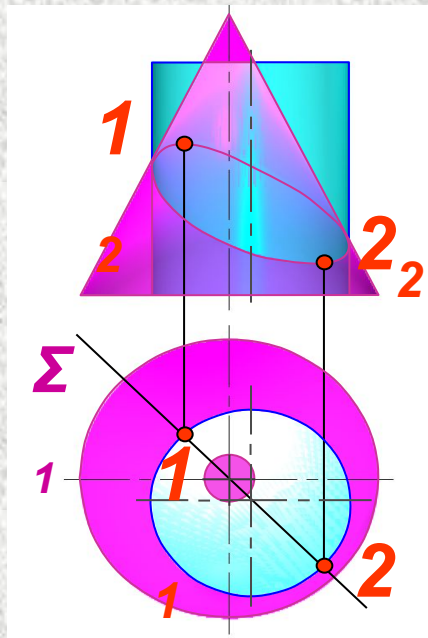
# Анализ заданных поверхностей

4. Если одна из заданных поверхностей является проецирующей (цилиндр, призма), то одна из проекций искомой линии пересечения совпадает со следом этой поверхности

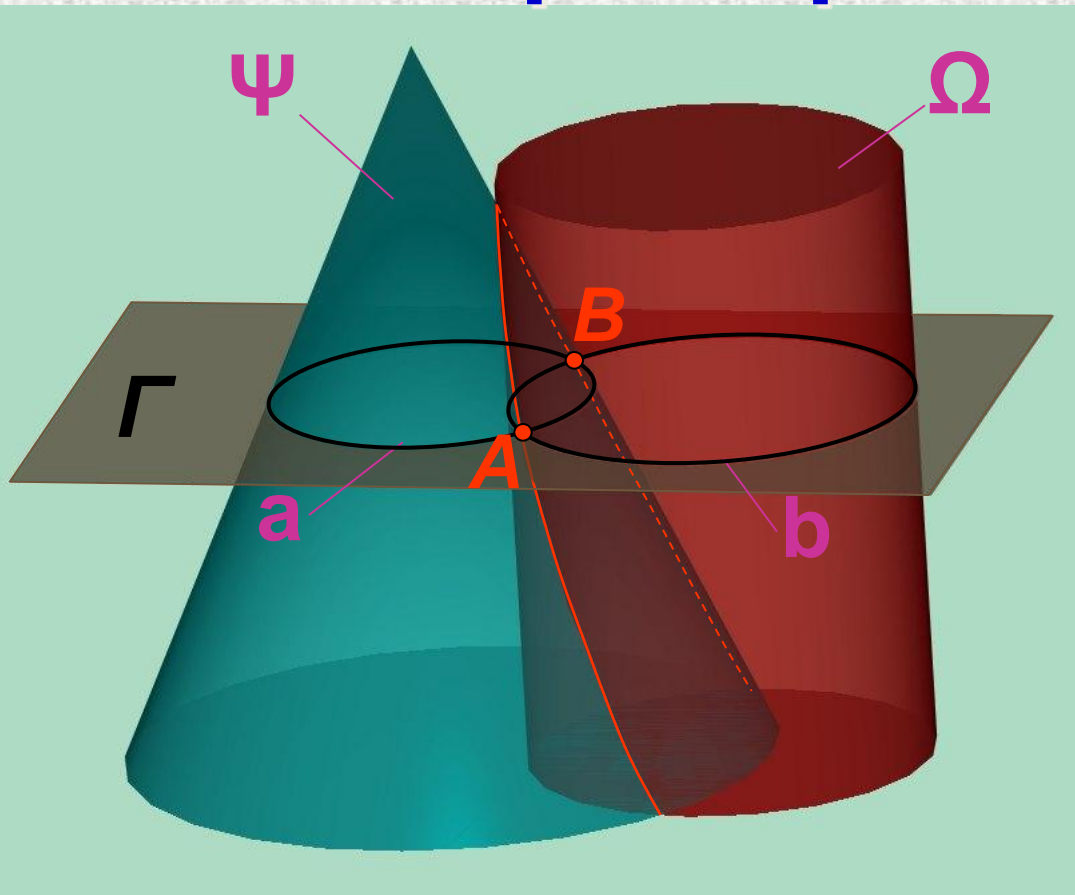


# Анализ заданных поверхностей

5. Если у заданных поверхностей 2 порядка есть общая плоскость симметрии  $\Sigma$ , которая проходит через их оси вращения, то:
- Линия пересечения будет симметрична относительно плоскости  $\Sigma$
  - Наивысшая 1 и низшая 2 точки линии пересечения всегда располагаются в плоскости  $\Sigma$
  - Если плоскость  $\Sigma$  параллельна плоскости проекций, то на ней линия пересечения будет кривой второго порядка, ее видимая и невидимая части накладываются



# Алгоритм решения задачи



1. Поверхности рассекают вспомогательной секущей плоскостью  $\Gamma$

2. Находят линию пересечения вспомогательной плоскости с каждой из поверхностей

$\Gamma \cap \Psi$  Ю  $a$ ;  $\Gamma \cap \Omega$  Ю  $b$

3. На полученных линиях пересечения определяют общие точки, принадлежащие заданным поверхностям

$a \cap b$  Ю  $A, B$

4. Выбирают следующую секущую плоскость и повторяют алгоритм

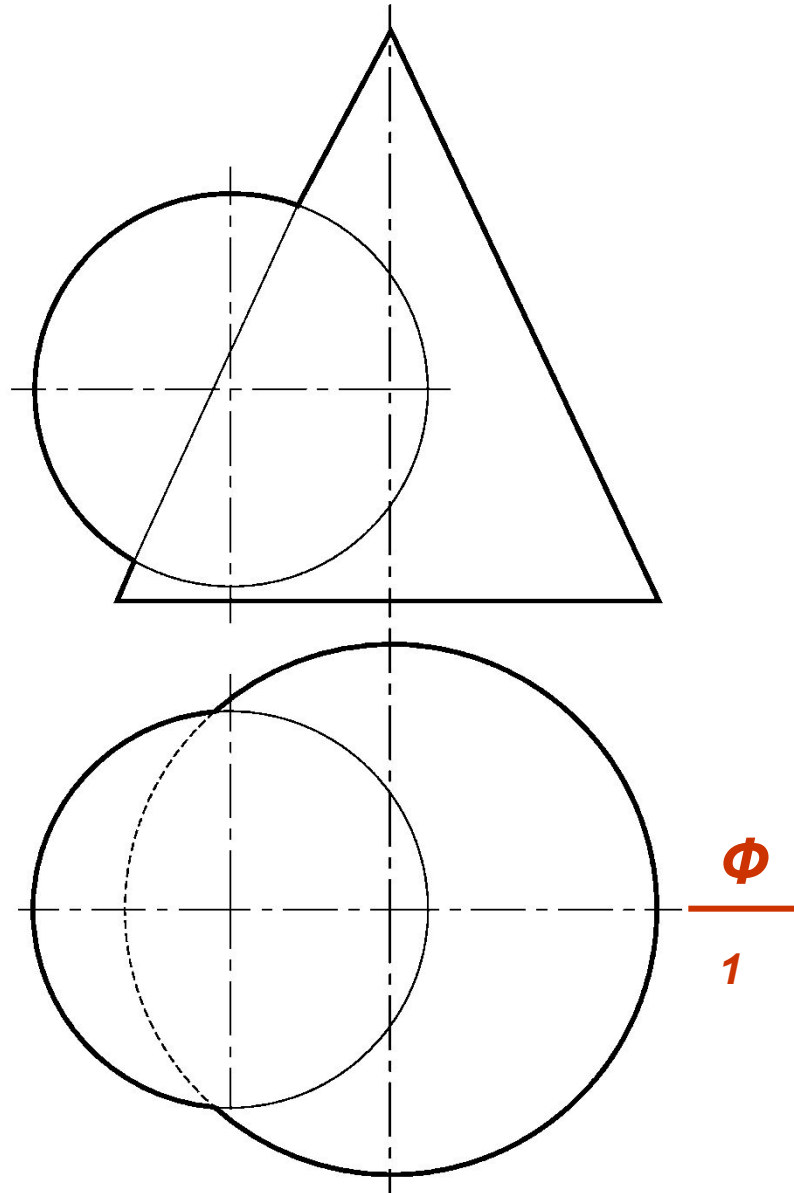
5. Полученные точки соединяют с учетом видимости искомой линии пересечения

# Методические указания

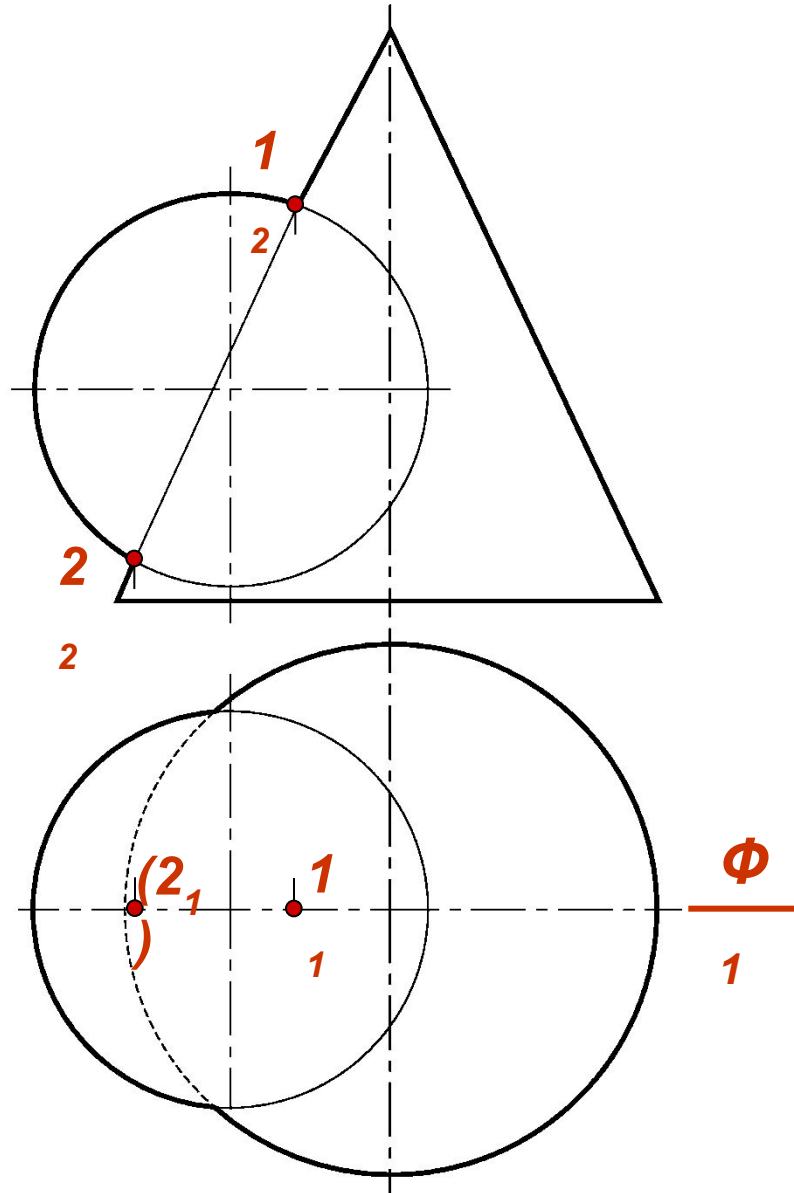
- **Вспомогательные плоскости следует выбирать так, чтобы в сечении получались простые линии**
- **Сначала определяют опорные точки:**
  - **экстремальные точки;**
  - **точки перемены видимости, лежащие на очерках поверхностей;**
  - **особые точки кривых пересечения (концы осей эллипса, вершины гиперболы или параболы, вершины ломанной)**
- **Уточняют линию пересечения с помощью промежуточных точек**



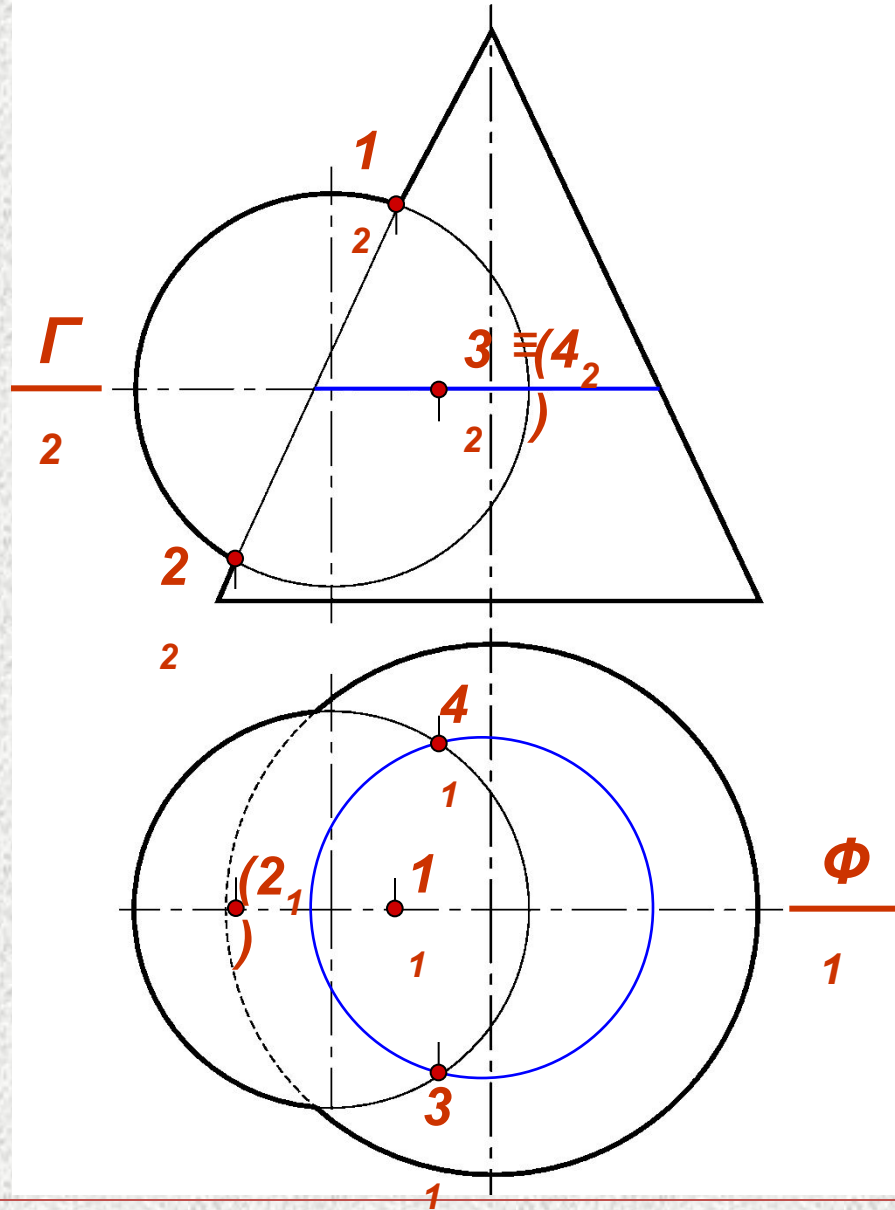
# 4.ПО



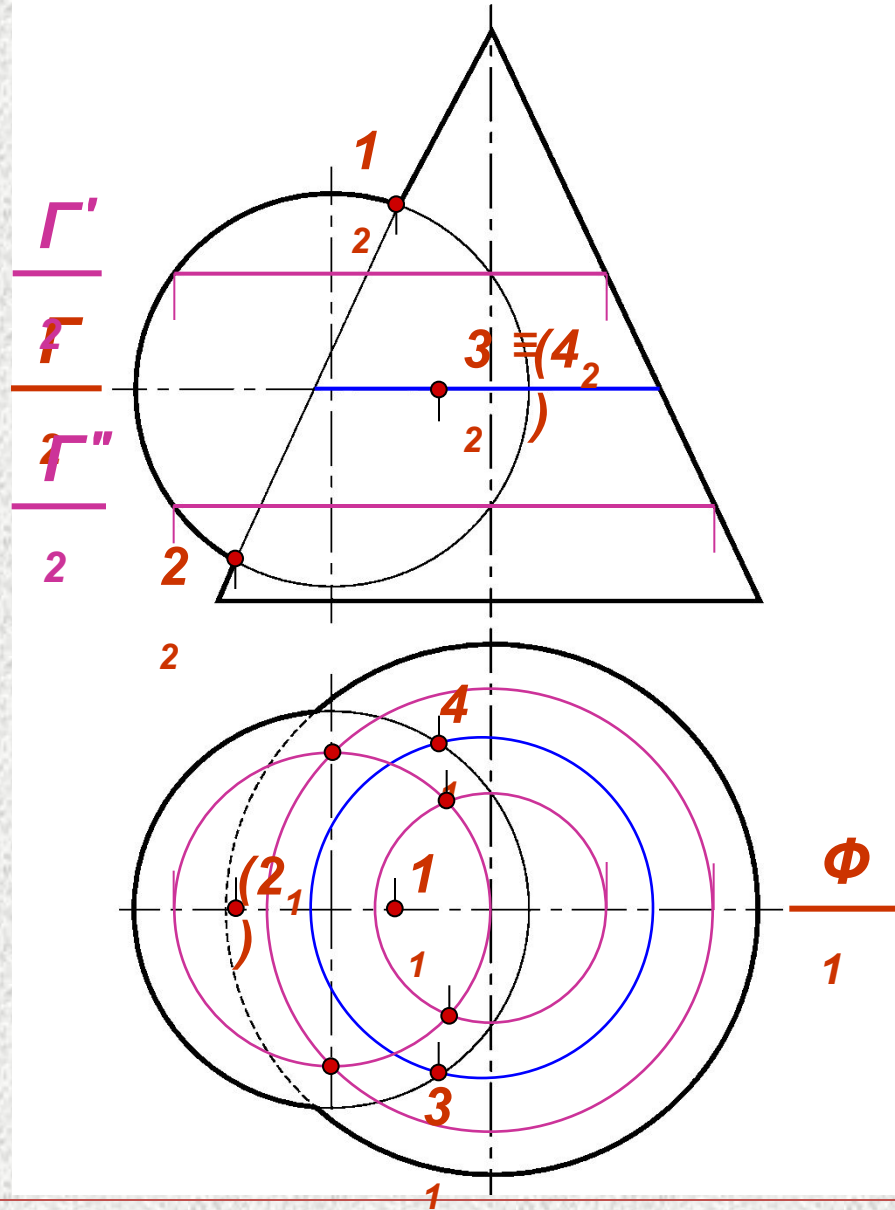
Пересекающиеся поверхности (сфера и конус) имеют общую плоскость симметрии  $\Phi(\Phi_1)$ , являющейся фронтальной плоскостью уровня. Следовательно, фронтальные очерки поверхностей, лежащие в плоскости  $\Phi$ , пересекаются.



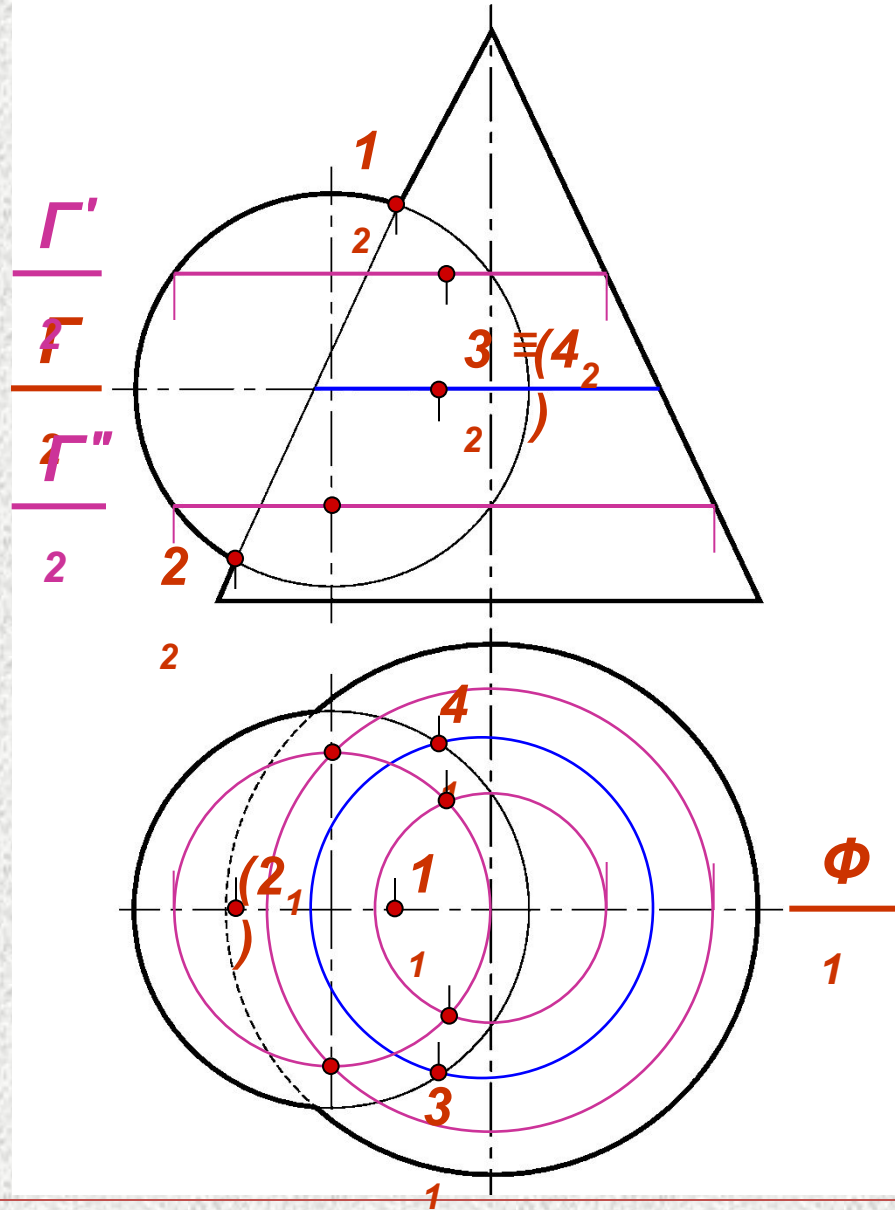
На  $\Pi_2$  находим проекции высшей (12) и низшей (22) точек искомой линии, как точек пересечения фронтальных очерков поверхностей.  
 Горизонтальные проекции точек (11 и 21) будут располагаться на следе плоскости  $\Phi_1$ .



Точки изменения видимости линии на  $\Pi_1$ , лежащие на экваторе сферы, находим с помощью плоскости  $\Gamma$  ( $\Gamma_2$ ). На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения экватора сферы с соответствующей параллелью конуса -  $3_1$  и  $4_1$ . На  $\Pi_2$  проекции точек ( $3_2$  и  $4_2$ ) располагаем на следе плоскости ( $\Gamma_2$ ).

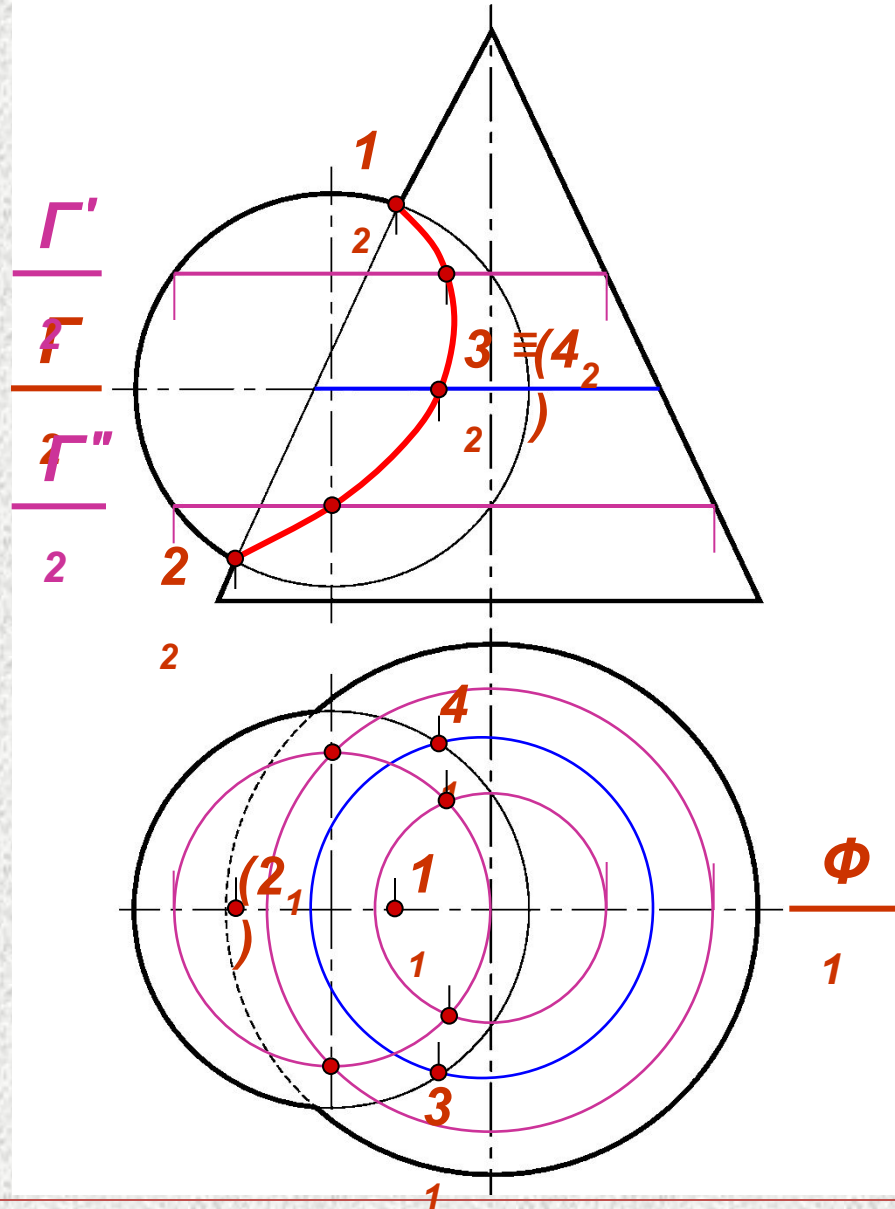


Промежуточные точки, уточняющие форму линии пересечения, находим с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей уровня  $\Gamma'$  и  $\Gamma''$ . На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения соответствующих параллелей сферы и конуса. Точки можно оставить без обозначения.

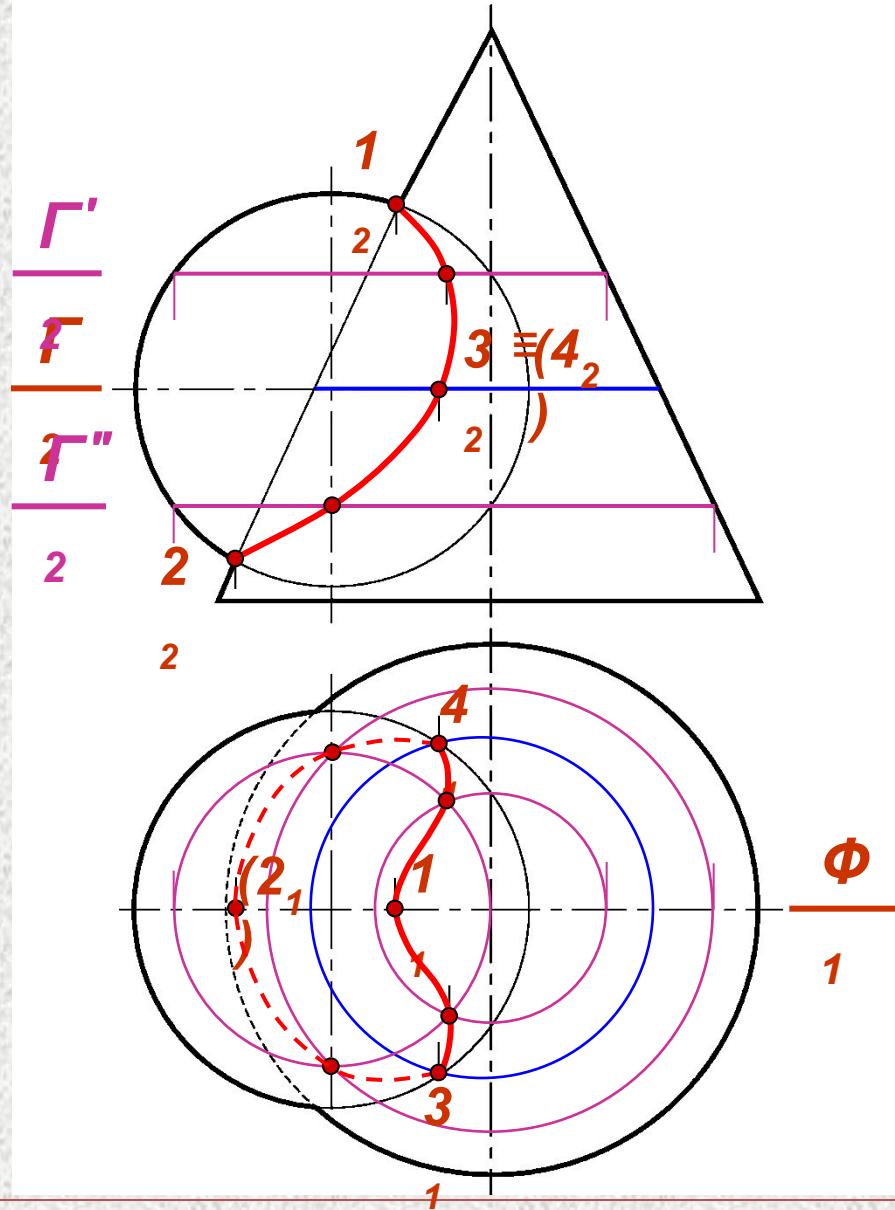


Найденные на горизонтальной плоскости проекций проекции промежуточных точек (они не обозначены на чертеже) переносим на фронтальные следы ( $\Gamma_2'$  и  $\Gamma_2''$ ) плоскостей, с помощью которых промежуточные точки построены.

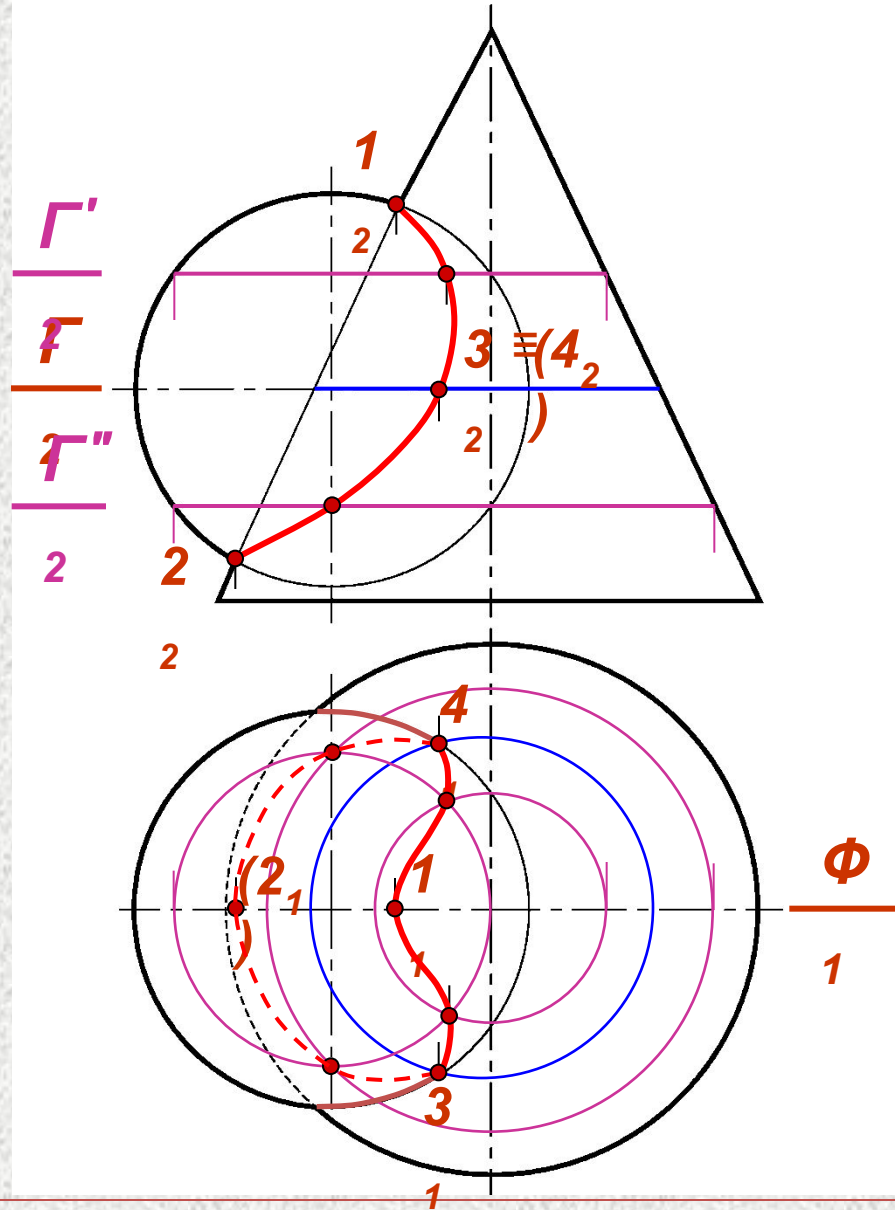
# 4.ПО



При объединении в линию всех построенных проекций точек на  $\Pi_2$  следует учитывать, что вся линия пересечения разделяется плоскостью  $\Phi$  на две симметричные ветви, которые совпадут на фронтальной плоскости проекций.

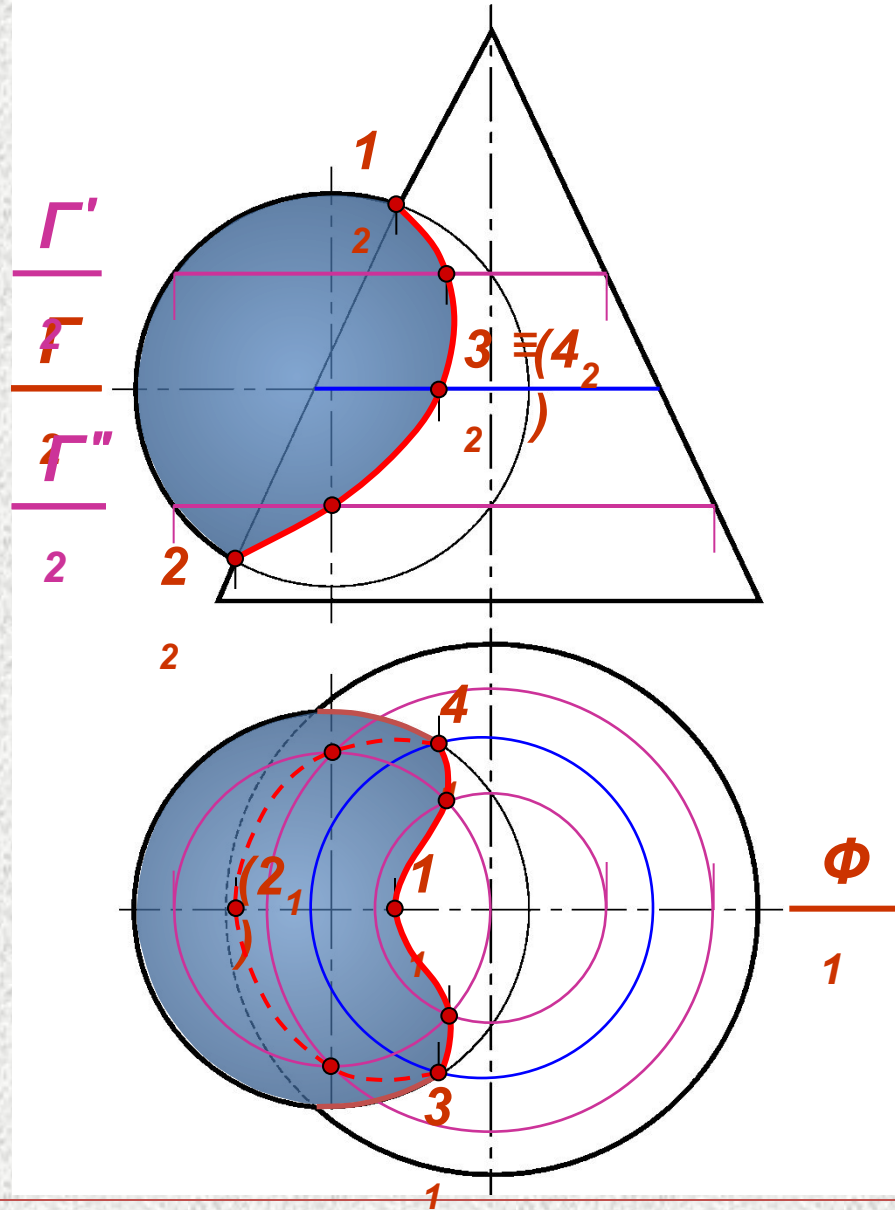


При соединении проекций точек на горизонтальной плоскости проекций выявляют видимый и невидимый участки линии пересечения. Эти участки разделяются проекциями точек перемены видимости - 31 и 41, лежащими на экваторе сферы.

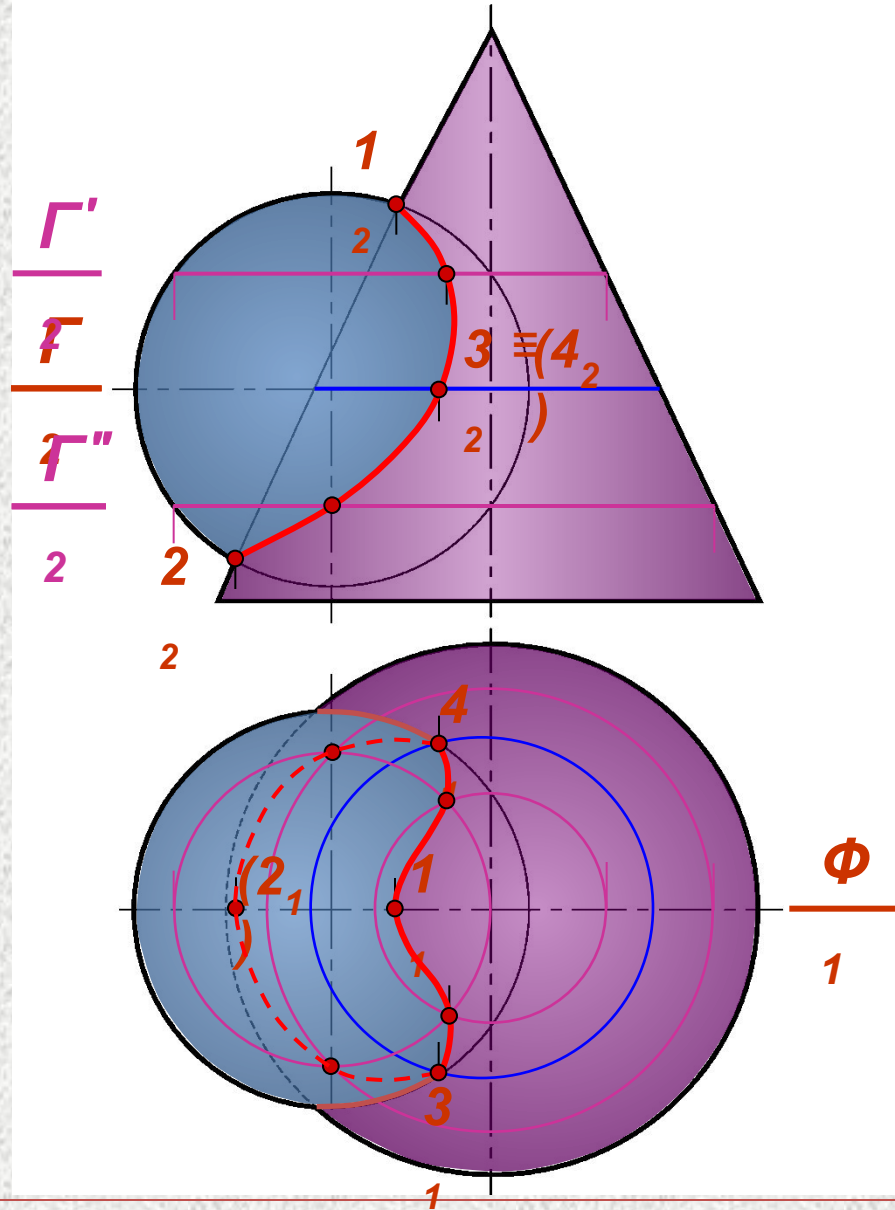


На этапе обводки очерков поверхностей следует обвести толстой сплошной линией только очерки, не участвующие в пересечении

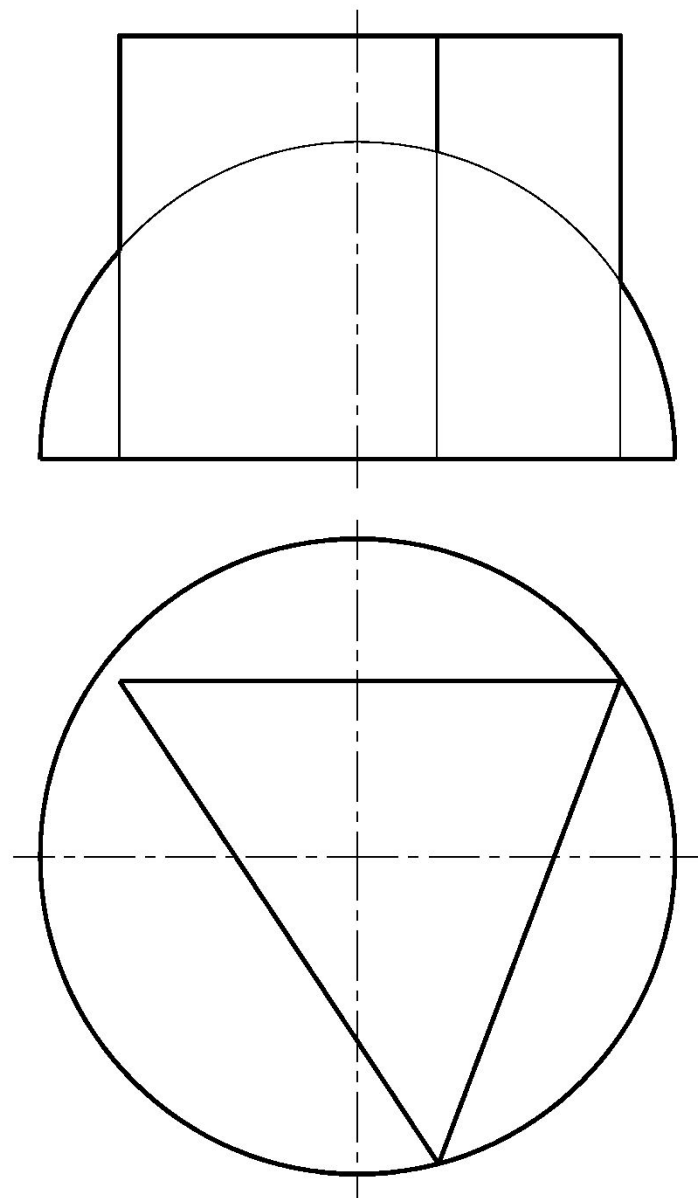




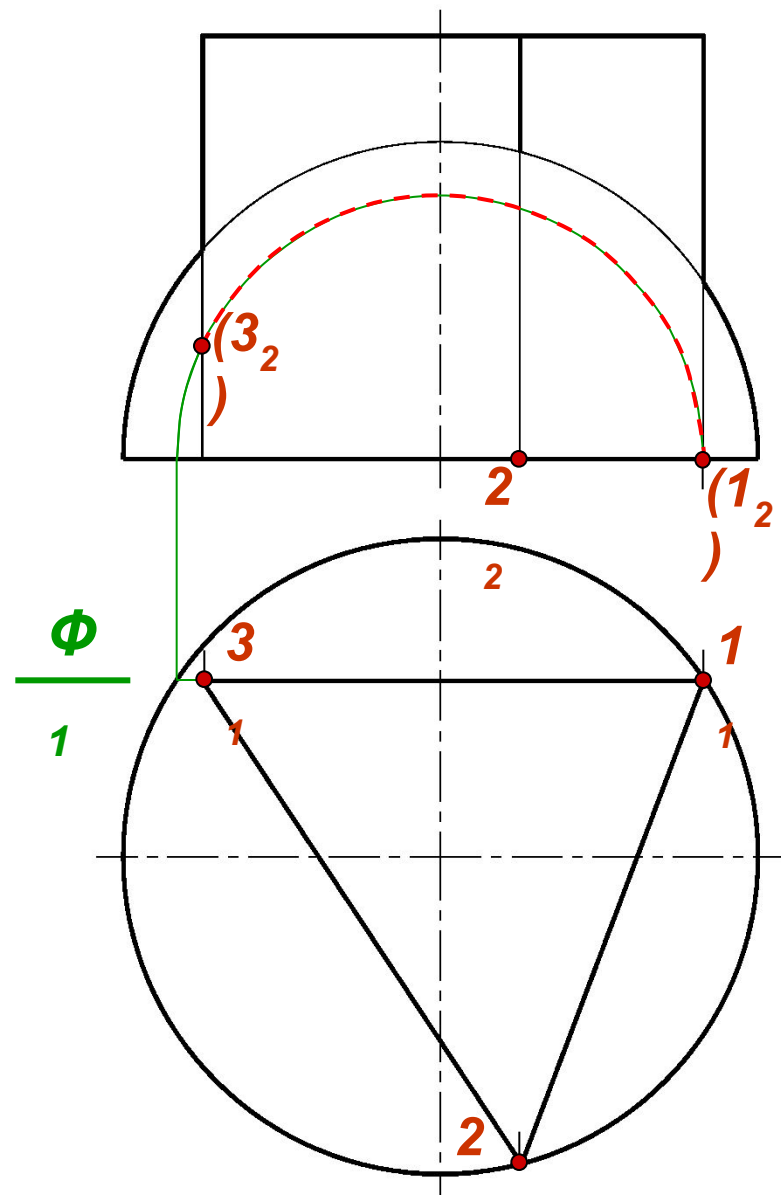
Видимая часть поверхности сферы, ограниченная линией пересечения, затушевана, что повышает наглядность изображения.



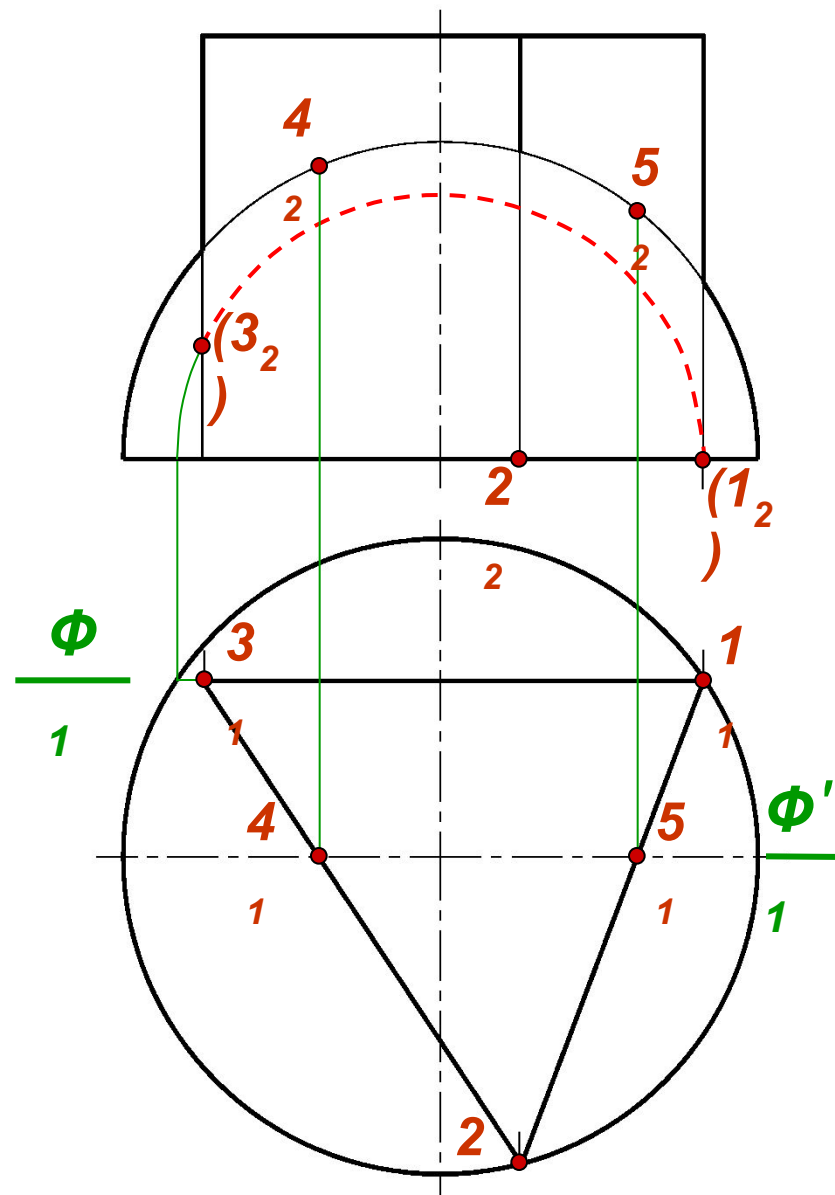
Заканчиваем оформление изображения, затушевывая видимую часть поверхности конуса.



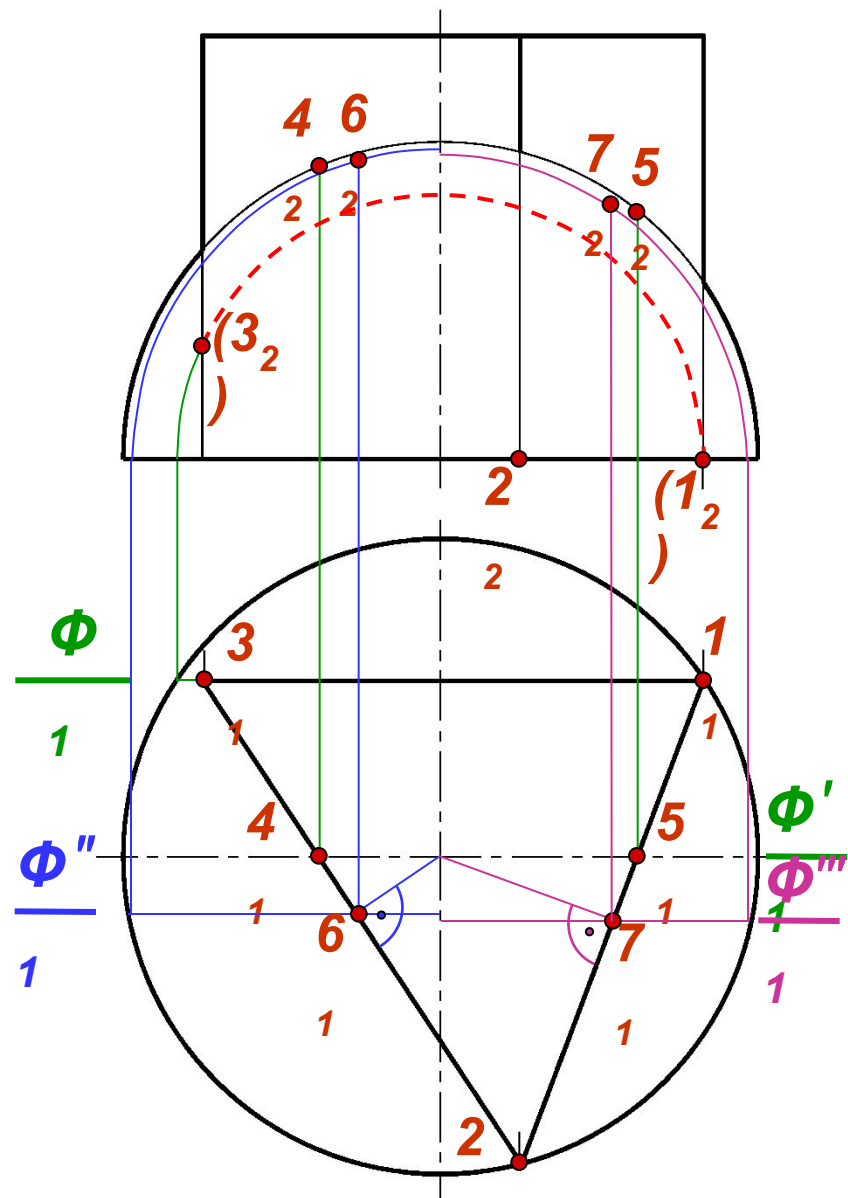
Заданы две пересекающиеся поверхности (полусфера и призма, находящаяся в горизонтально проецирующем положении). Все три грани призмы участвуют в пересечении. Значит, линия пересечения состоит из трех участков, представляющих собой плоские кривые второго порядка.



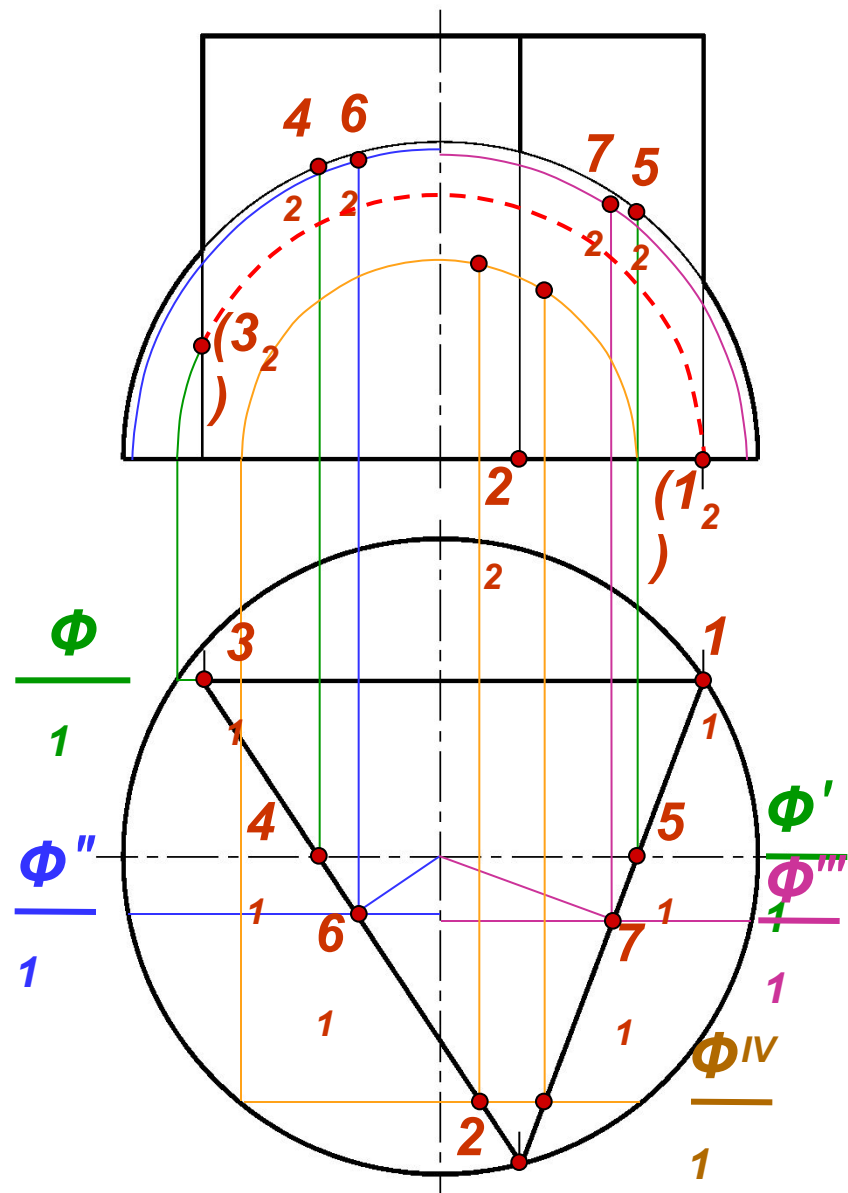
Фиксируем на П1 проекции точек пересечения ребер призмы с поверхностью сферы (1<sup>1</sup>, 2<sup>1</sup> и 3<sup>1</sup>). На П2 проекции 1<sub>2</sub> и 2<sub>2</sub> находим на экваторе сферы, а 3<sub>2</sub> - на параллели, полученной с помощью плоскости  $\Phi$  ( $\Phi$ 1). Часть параллели между 3<sub>2</sub> и 4<sub>2</sub> будет первым участком искомой линии.



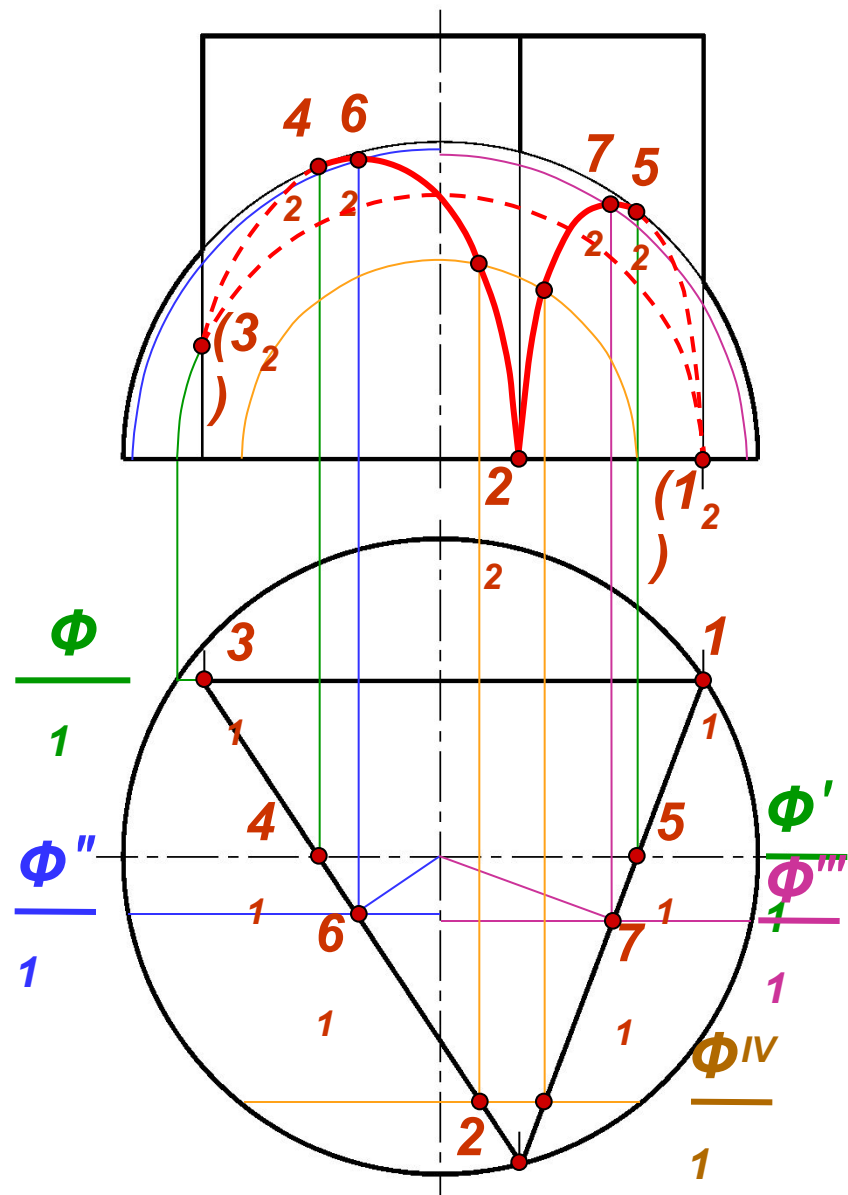
На  $\Pi_1$  проекции 4<sub>1</sub> и 5<sub>1</sub> фиксируем как <sup>1</sup> точки пересечения меридиана сферы, лежащего в плоскости  $\Phi'$  ( $\Phi_1'$ ), с гранями призмы. Фронтальные проекций указанных точек (4<sub>2</sub> и 5<sub>2</sub>) располагаем на меридиане сферы. Это будут точки, меняющие видимость линии пересечения на  $\Pi_2$ .



Грани призмы пересекают сферу по <sup>1</sup> окружностям, две из которых проецируются на  $\Pi_2$  в эллипсы. Вершины этих эллипсов (высшие точки линии пересечения) находим на  $\Pi_1$ , обозначив их как 6<sub>1</sub> и 7<sub>1</sub>. Проекции 6<sub>2</sub> и 7<sub>2</sub> находим с помощью плоскостей  $\Phi''$  ( $\Phi_1''$ ) и  $\Phi'''$  ( $\Phi_1'''$ ) соответственно.

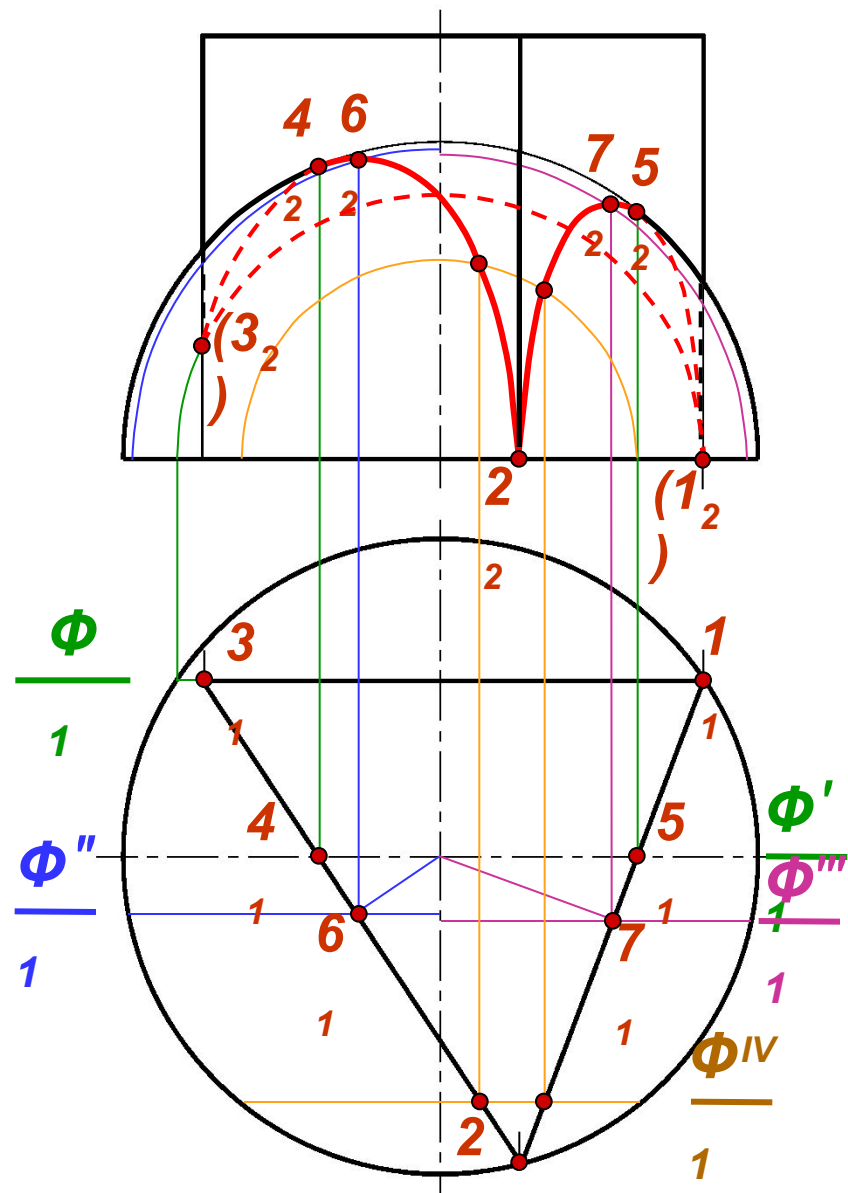


Промежуточные точки линии пересечения<sup>1</sup>, уточняющие форму эллипсов и выбранные произвольно на горизонтальном очерке призмы, строим на  $\Pi_2$  с помощью секущей плоскости  $\Phi^{IV}$  ( $\Phi_1^{IV}$ ) по аналогии с другими точками. Промежуточные точки не обозначены.

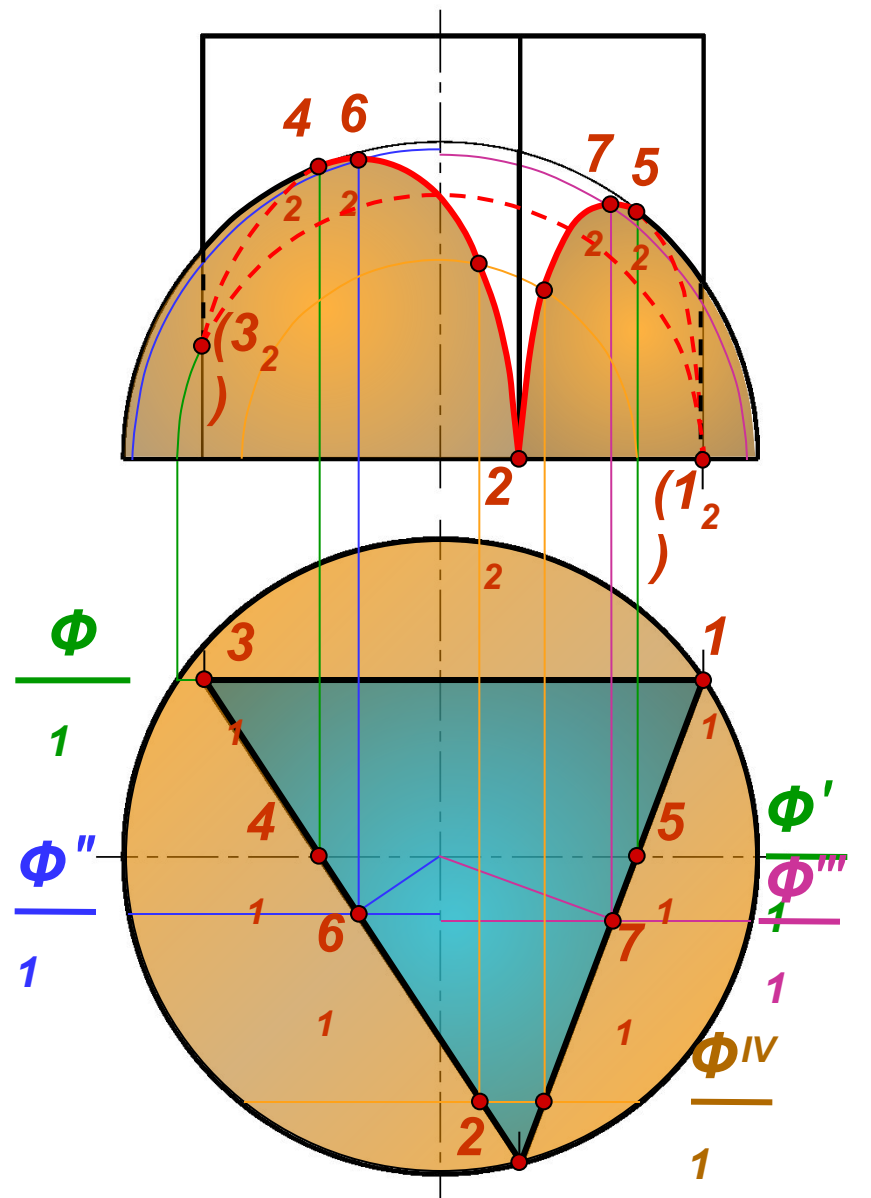


На П2 объединяем все построенные <sup>1</sup>точки в участки - эллипсы линии пересечения, а на П1 вся линия совпадает с очерком проецирующей призмы. При обводке эллипсов на П2 следует учитывать, что проекции точек (4<sub>2</sub> и 5<sub>2</sub>), лежащих на меридиане сферы, изменяют видимость эллипсов.

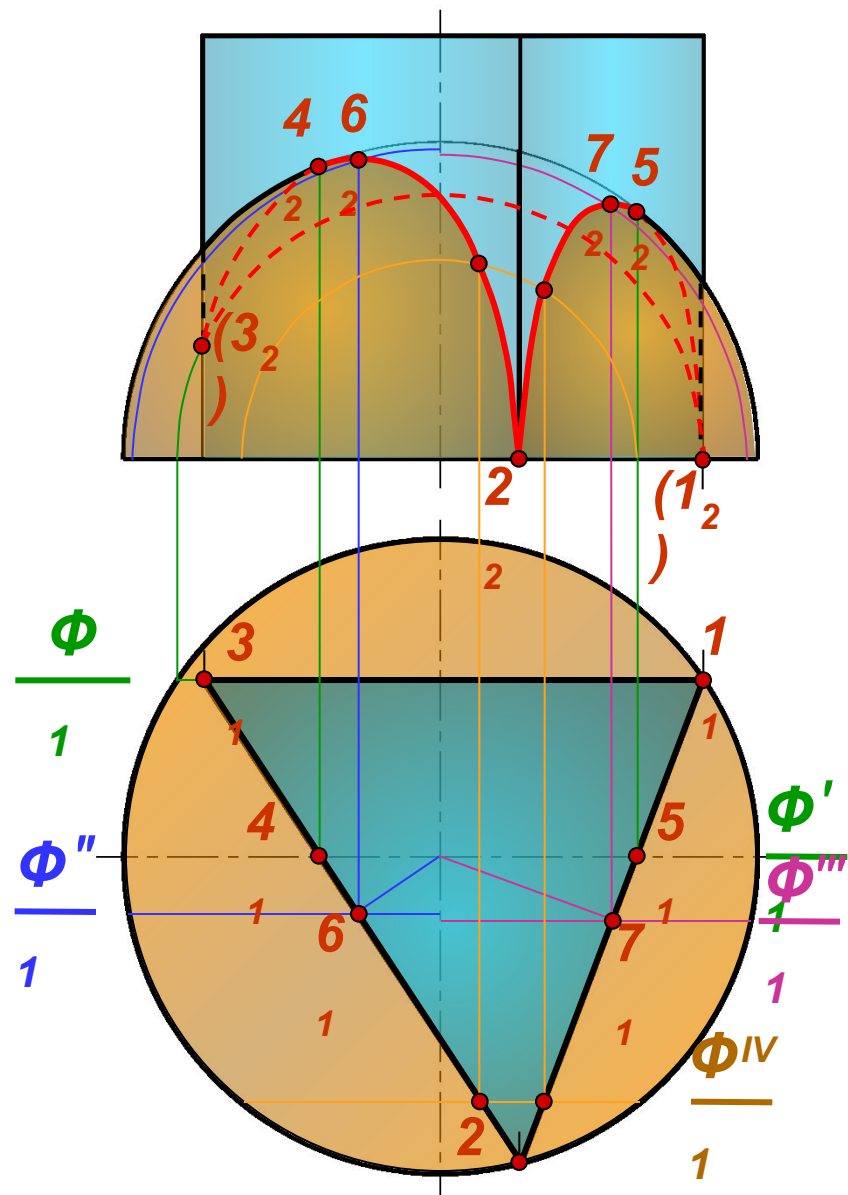




На  $P_2$  обводим фронтальные очерки<sup>1</sup> сферы и призмы, выявляя их видимые и невидимые участки.



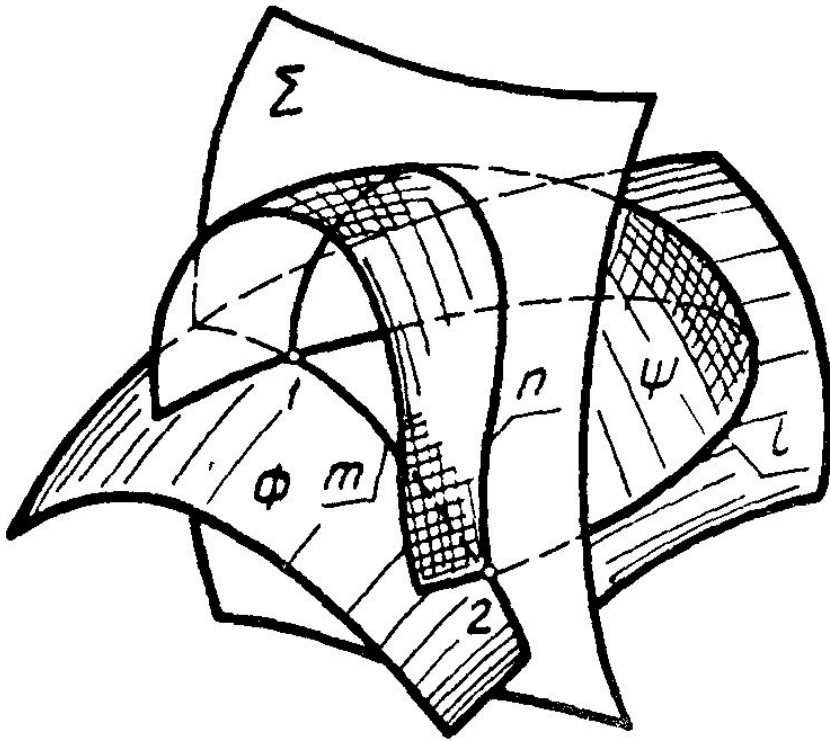
Тушевка повышает наглядность изображения.  
 На  $\Pi_2$  видимая часть поверхности сферы ограничивается линией пересечения и видимой частью очерка сферы.



На  $\Pi_2$  заканчиваем оформление изображения, затушевав видимую часть поверхности призмы.

# Позиционные задачи

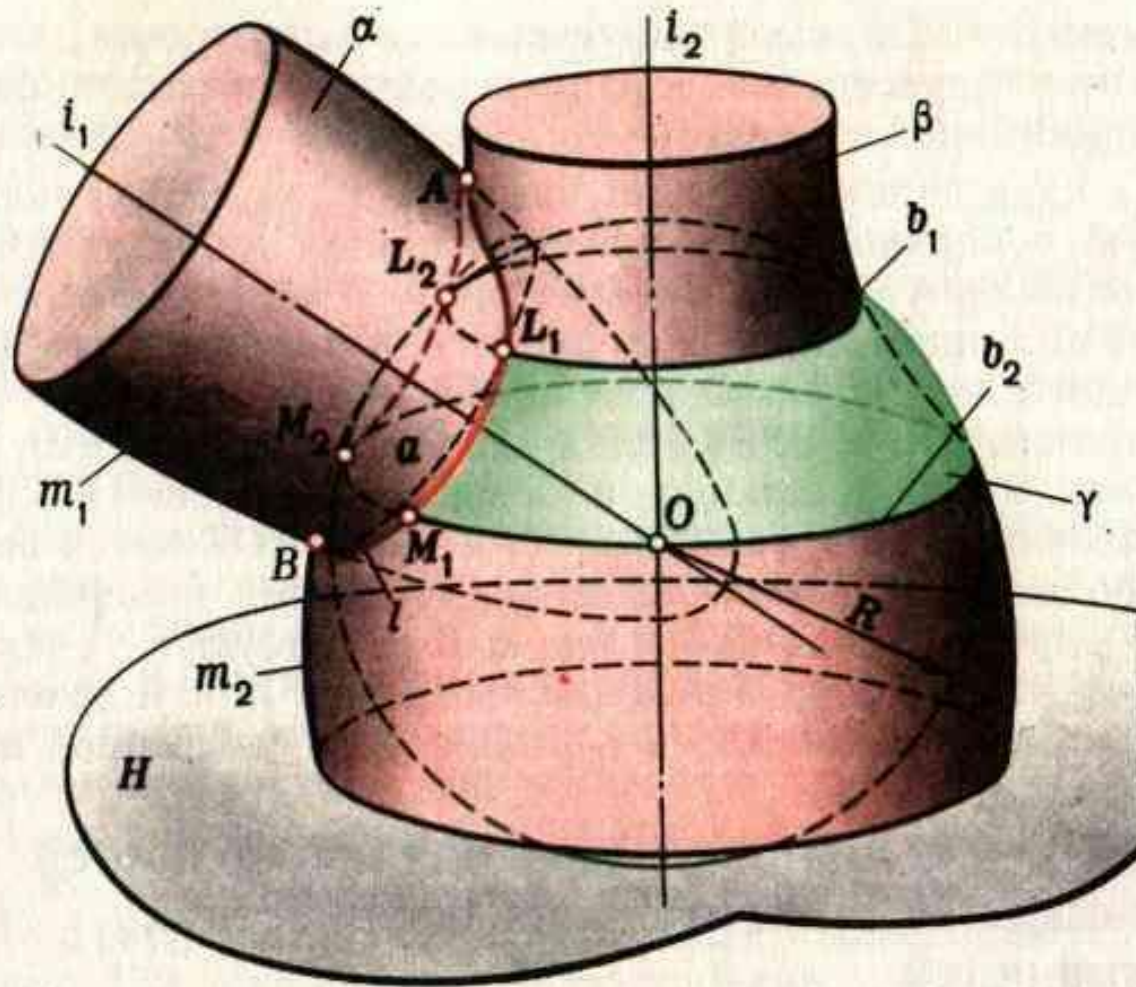
## Построение линии пересечения двух поверхностей



### Алгоритм решения

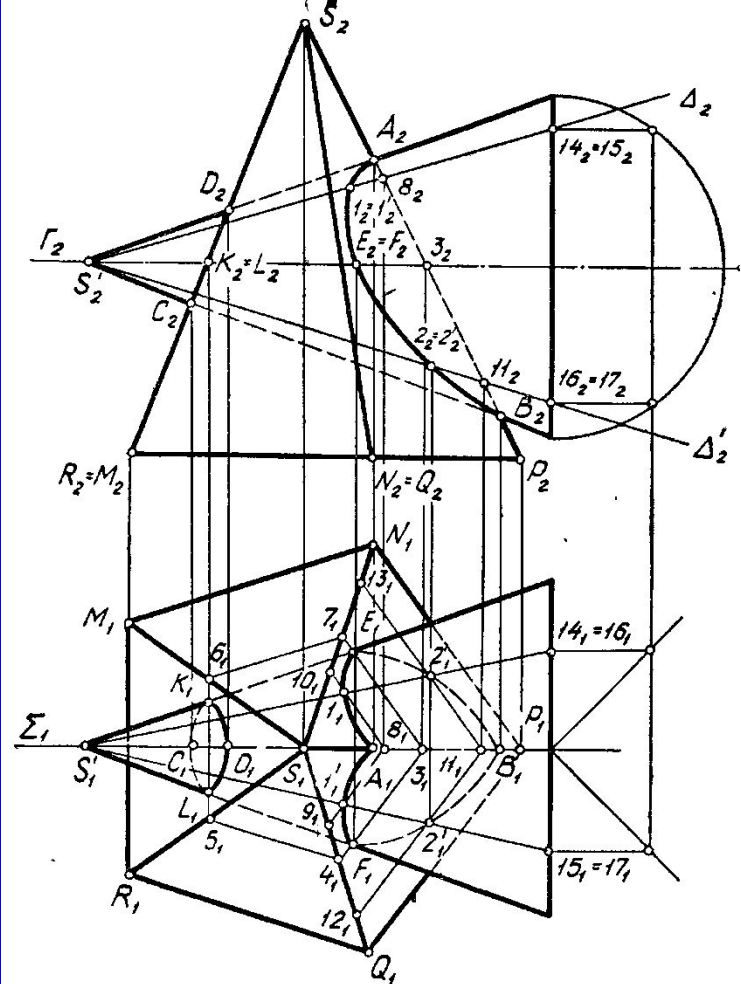
1. Проводится вспомогательная поверхность, пересекающая заданные поверхности.
2. Определяется линия  $m$  и  $n$  пересечения вспомогательной поверхностью с каждой из заданных.
3. Отмечаются точки 1 и 2

# Пересечение поверхностей



# Позиционные задачи

## Построение линии пересечения двух поверхностей



### Задача

Построить линию пересечения многогранной и кривой поверхностей.

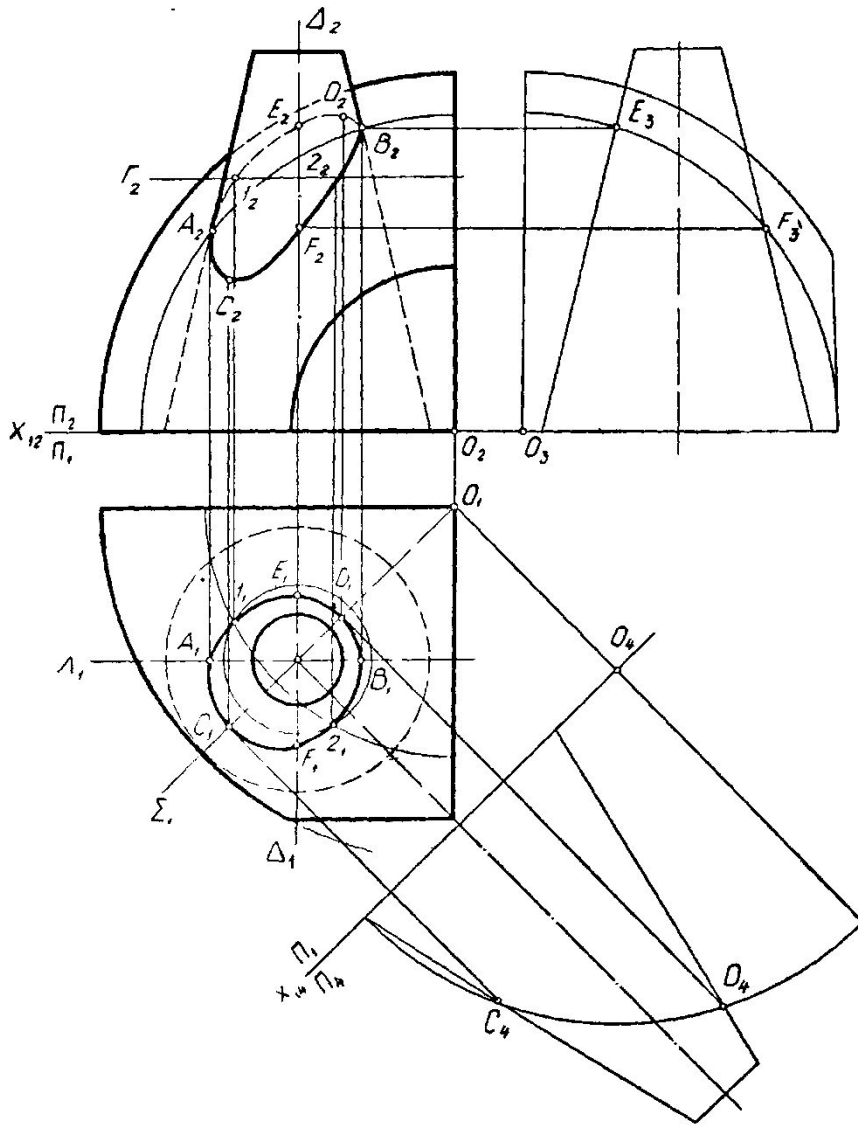
Линия пересечения многогранной и кривой поверхностей является совокупностью нескольких плоских кривых, каждая из которых - результат пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника.

Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью. В случае проникания эта совокупность плоских кривых распадается на две или более части.

# Позиционные задачи

## Задача

Построить линию пересечения двух кривых поверхностей. Линия пересечения двух кривых поверхностей в общем случае (случай врезки) представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на две или более части (случай проницания). Точки этой линии (опорные и промежуточные) определяются при помощи основного способа построения линии пересечения поверхностей. Очерковые точки **A** и **B** определены с помощью фронтальной смены видимости фронтальной проекции кривой поверхности. Ближайшая и удаленная точки **C** и **D** определены с помощью проекции на горизонтальной плоскости  $\Sigma$  (общая плоскость симметрии). Точки **E** и **F** являются промежуточными точками

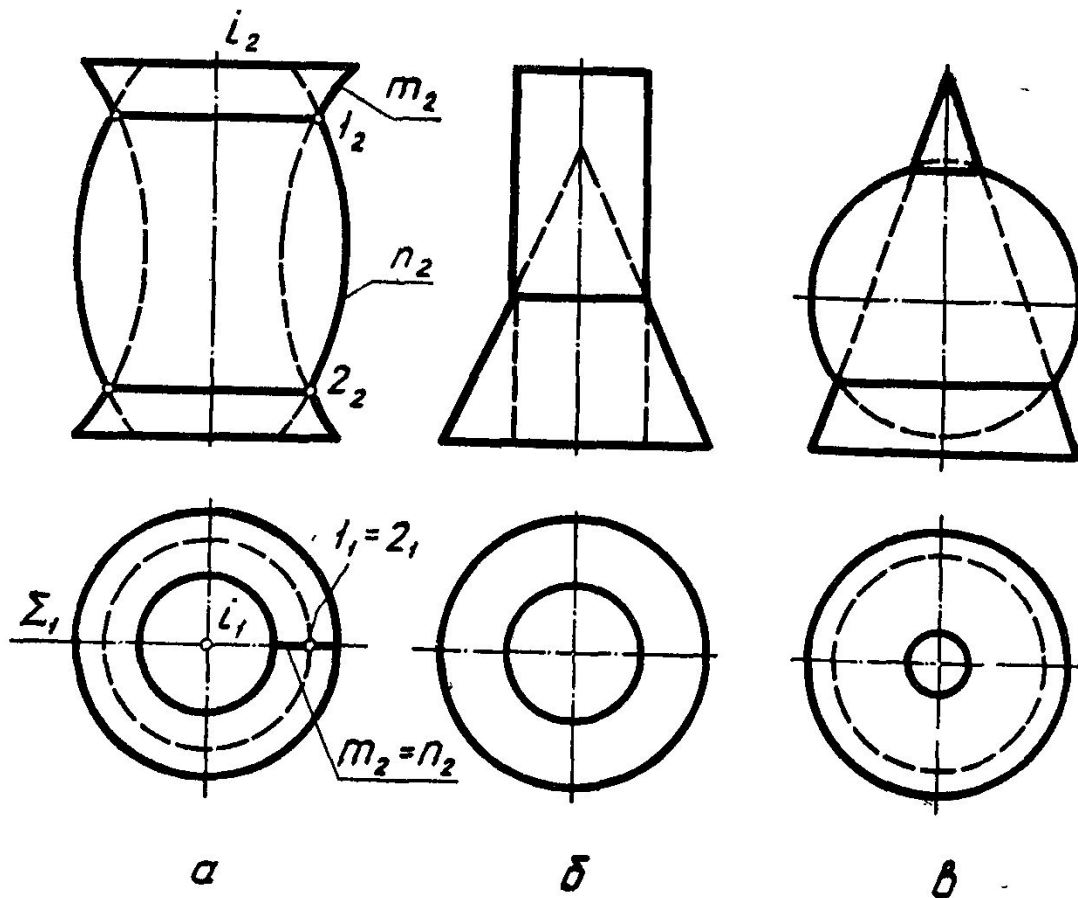


смены видимости фронтальной проекции кривой поверхности. Ближайшая и удаленная точки **C** и **D** определены с помощью проекции на горизонтальной плоскости  $\Sigma$  (общая плоскость симметрии). Ближайшая и удаленные точки относительно

# Позиционные задачи

## Построение линии пересечения двух поверхностей

Способ вспомогательных сфер



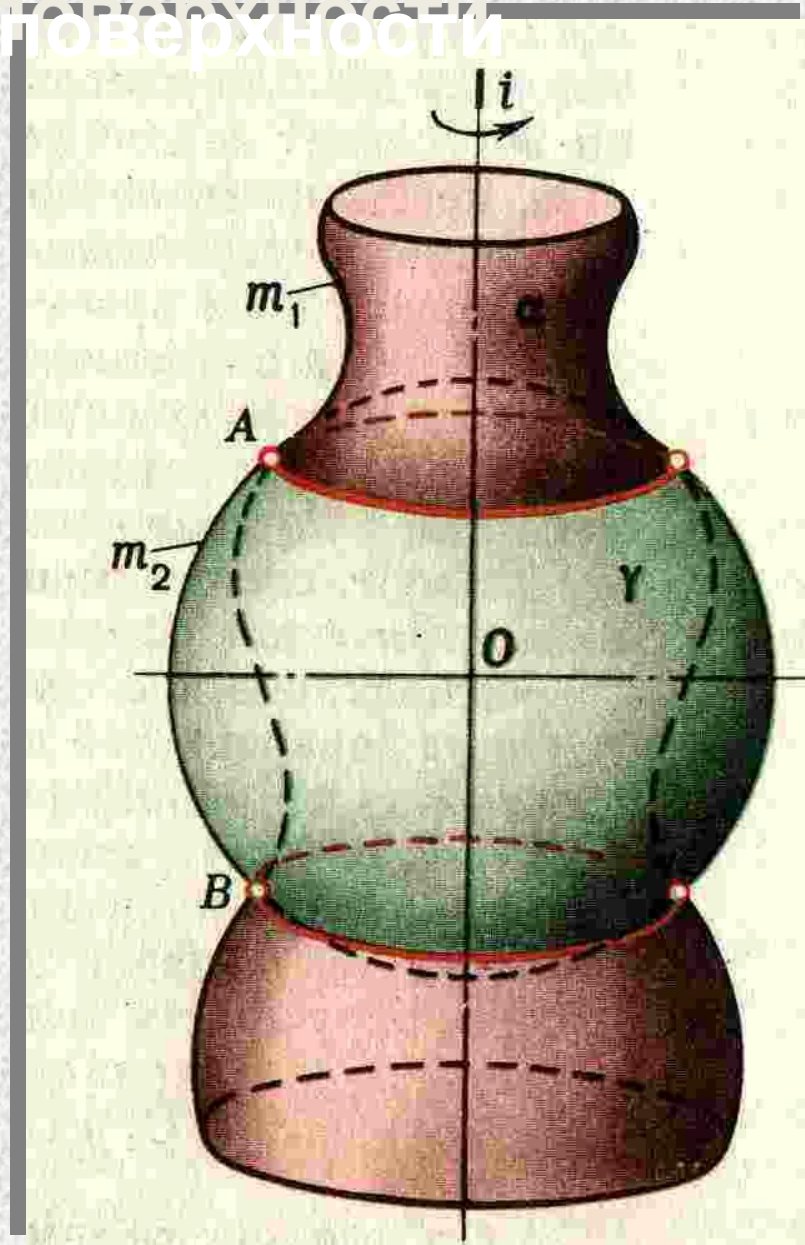
В некоторых случаях при построении линии пересечения поверхностей целесообразно в качестве вспомогательных поверхностей использовать не плоскости, а сферы.

Их применение основано на свойстве соосных поверхностей вращения пересекаться по окружностям.

Соосными называют поверхности вращения, имеющие общие оси

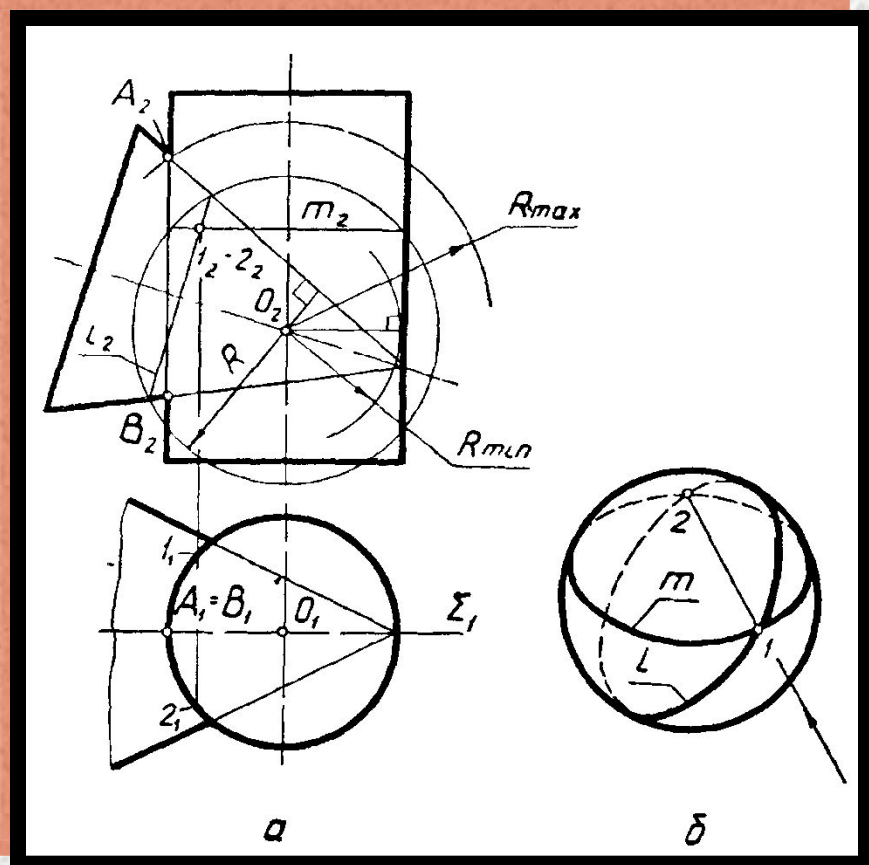


# Соосные поверхности



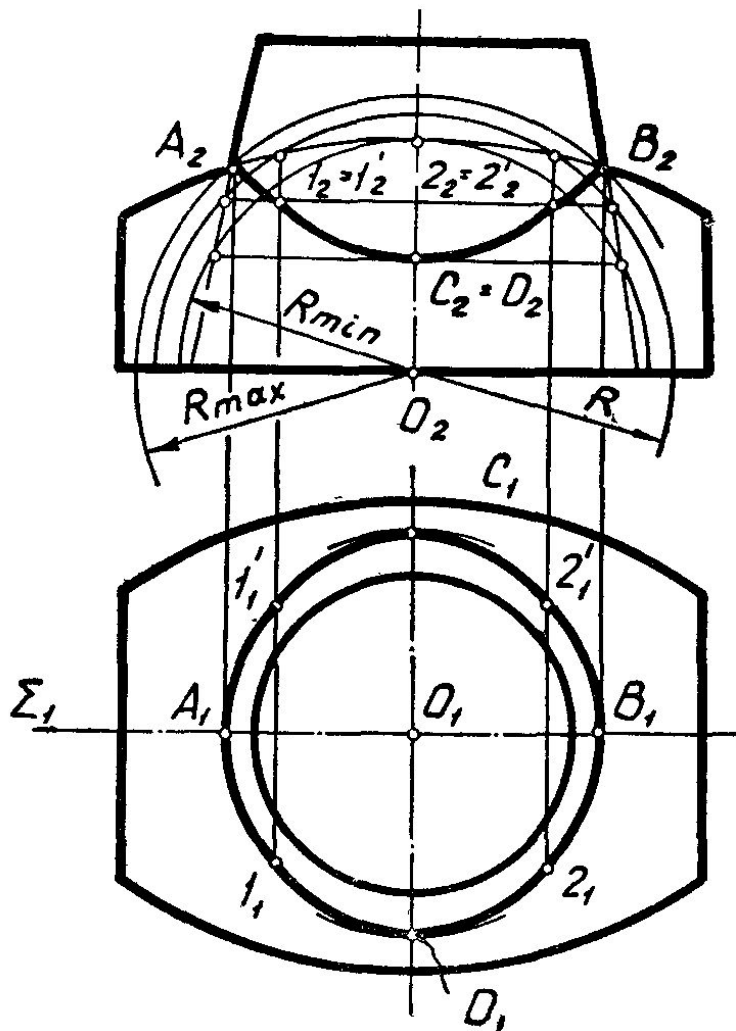
# Позиционные задачи

## Построение линии пересечения двух поверхностей



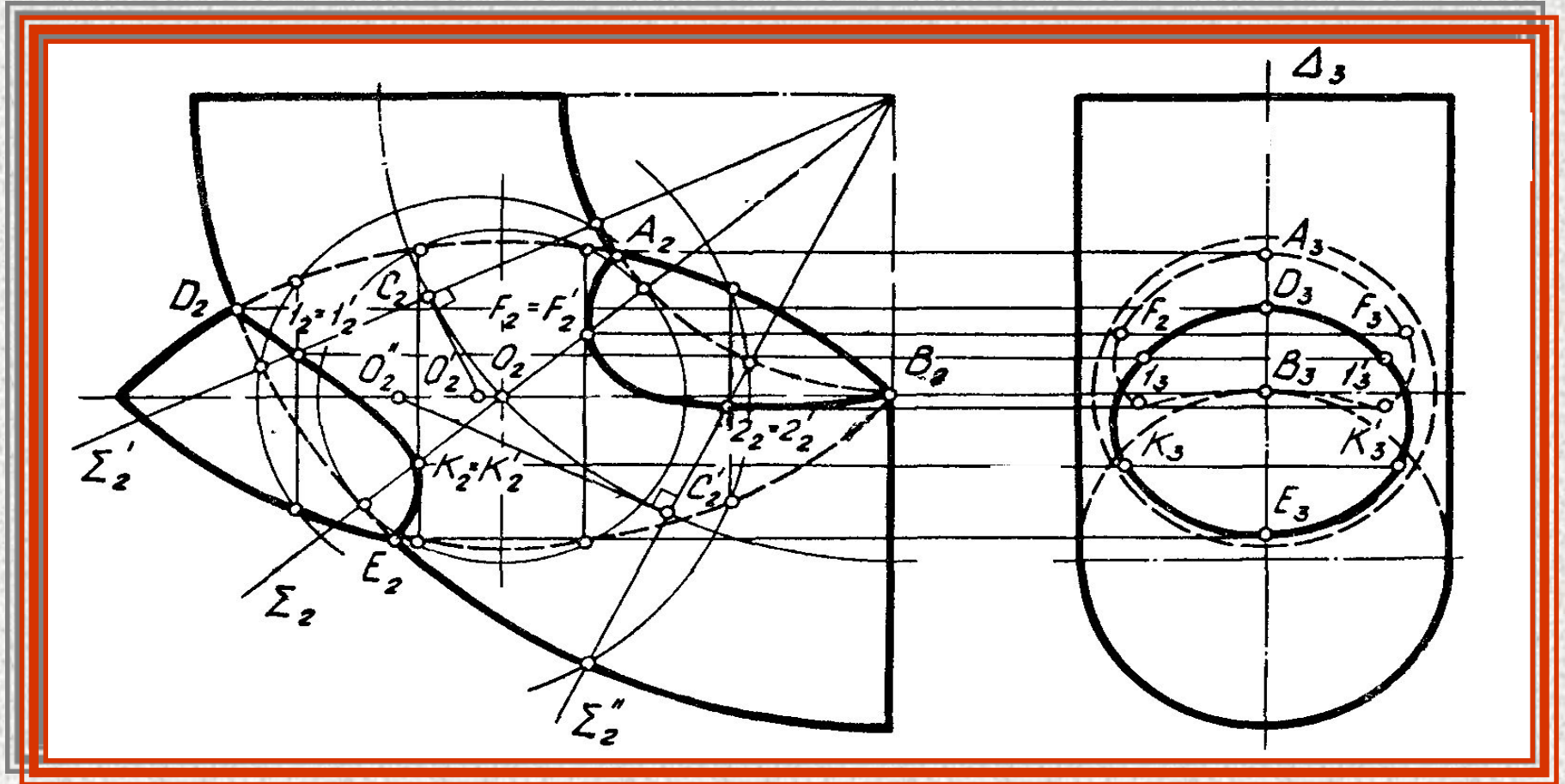
Способ вспомогательных сфер можно использовать если оси поверхностей вращения пересекаются и принадлежат плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций. Сферы используются с различными радиусами от  $R_{min}$  до  $R_{max}$ . Сферы проводят из одного центра и способ построения линии пересечения называется способом концентрических сфер.

# Позиционные задачи



Построение линии пересечения тора и конуса вращения выполнено методом концентрических сфер. Очерковые относительно П2 точки **A** и **B** (они же высшие) определены с помощью общей плоскости симметрии- **сигма**, которая параллельна П2. Применение вспомогательных плоскостей для построения других точек не дает графически простого решения. В качестве вспомогательных поверхностей могут быть приняты сферы с общим центром в точке пересечения осей заданных

# Позиционные задачи

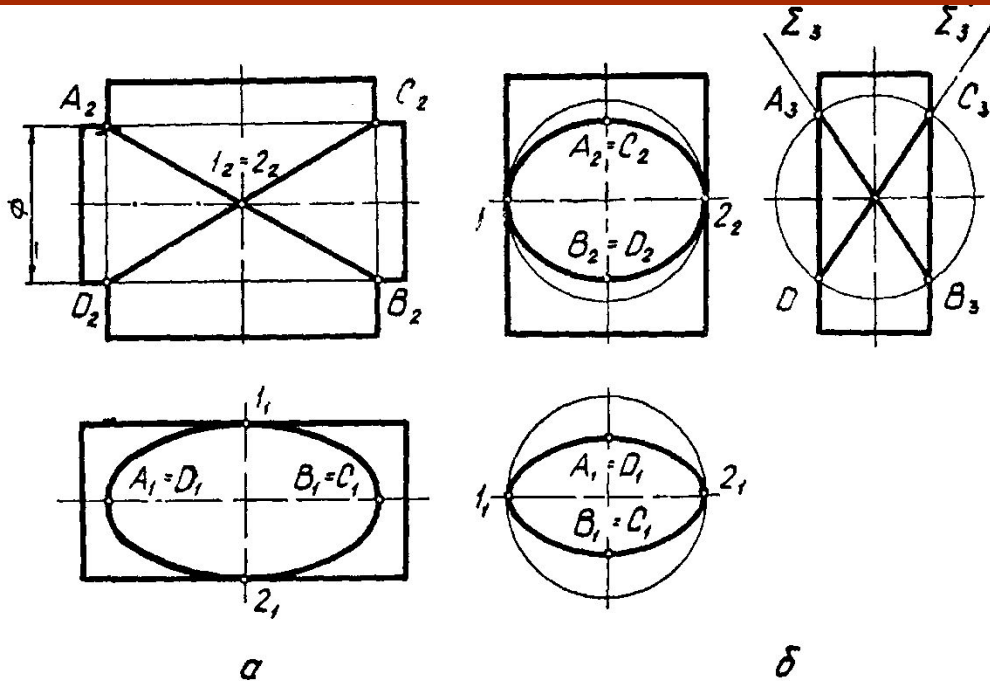


Построение линии пересечения части тора и поверхности вращения общего вида выполнено способом **эксцентрических сфер**. Оси обеих поверхностей не пересекаются, но заданные поверхности имеют

# Позиционные задачи

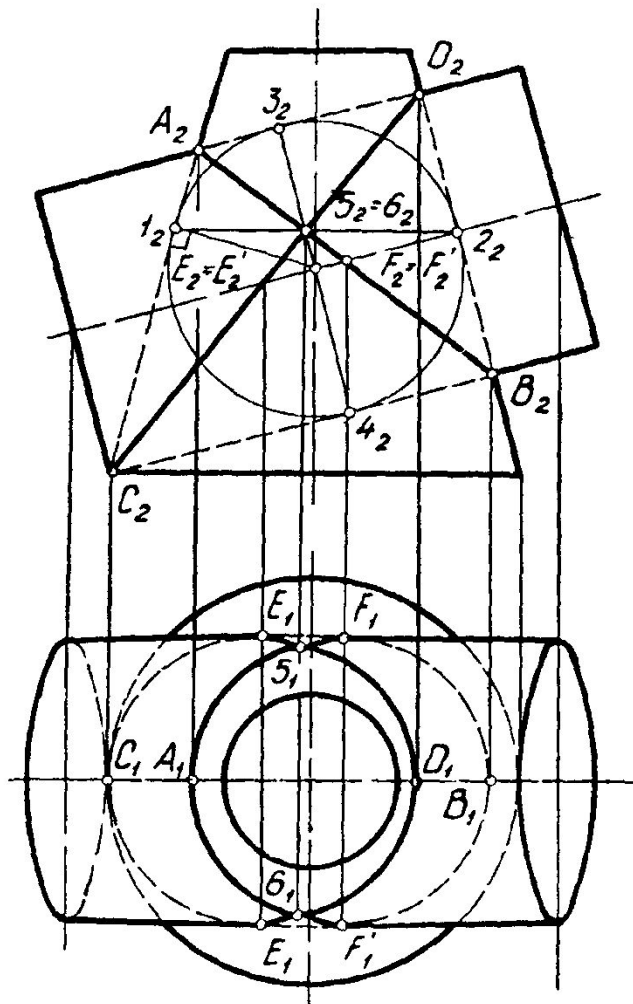
## Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка

Линия пересечения поверхностей второго порядка в общем случае представляет собой алгебраическую кривую четвертого порядка. В частных случаях она может распасться на линии низших порядков.



Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках (1 и 2), то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки

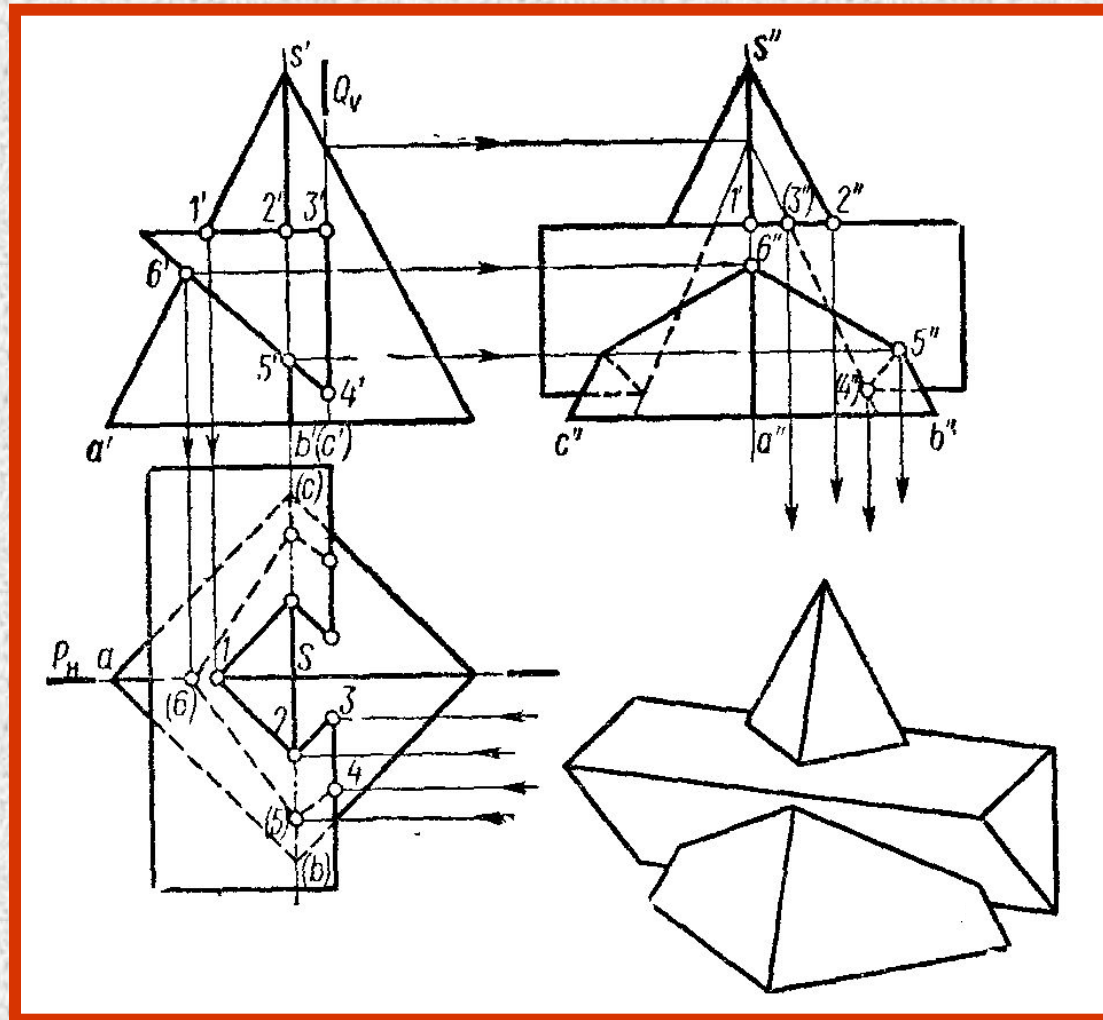
# Позиционные задачи



Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющие точки пересечения линий касания (прямая 5-6).

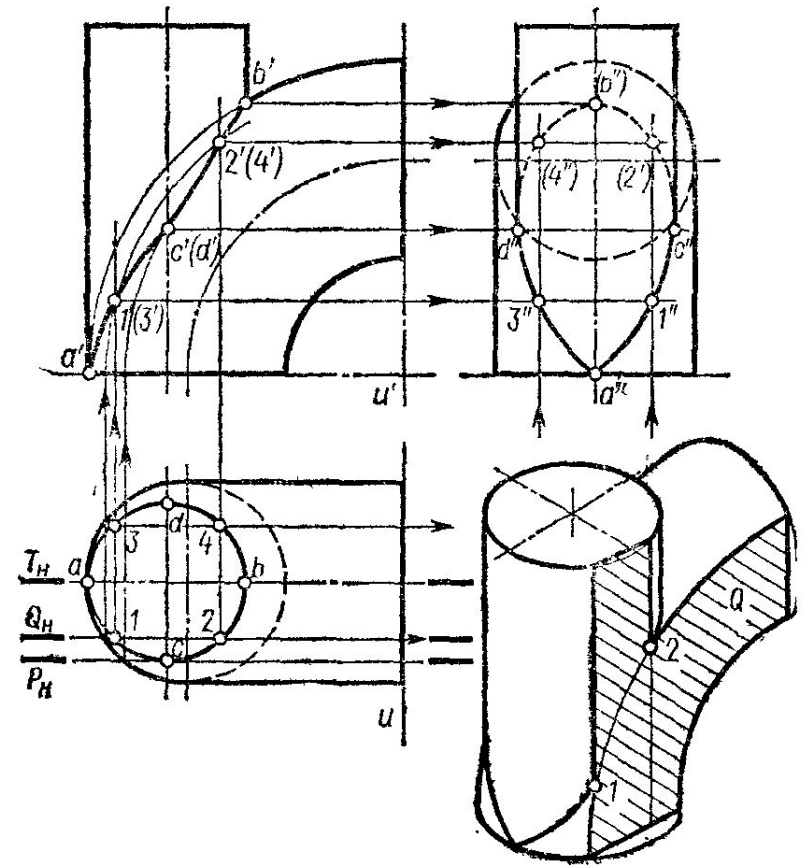
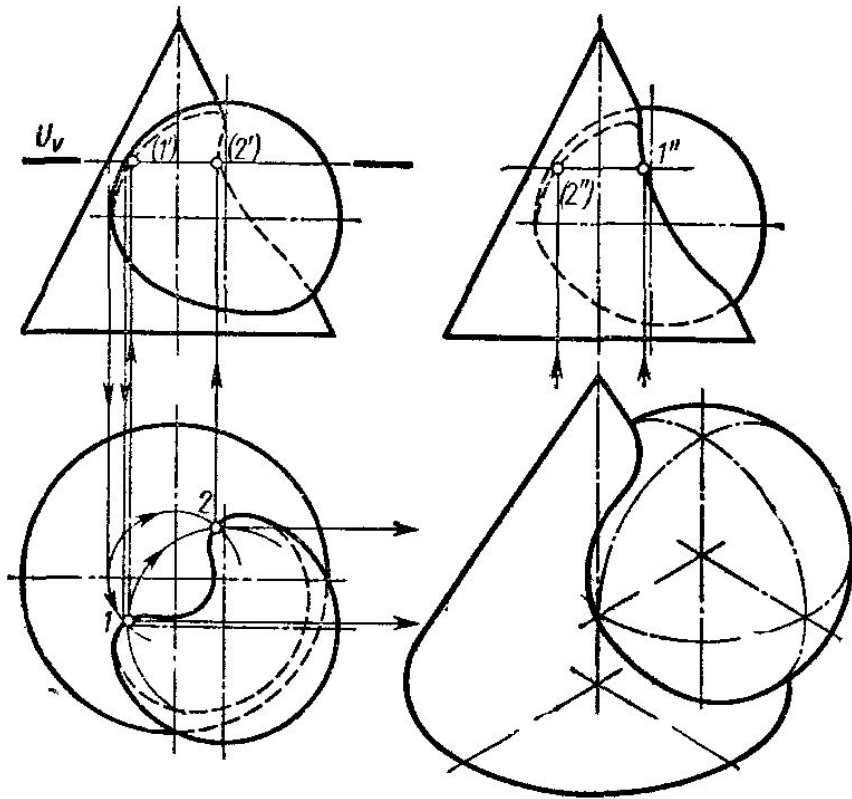
# Позиционные задачи

Пример построения пересечения многогранников



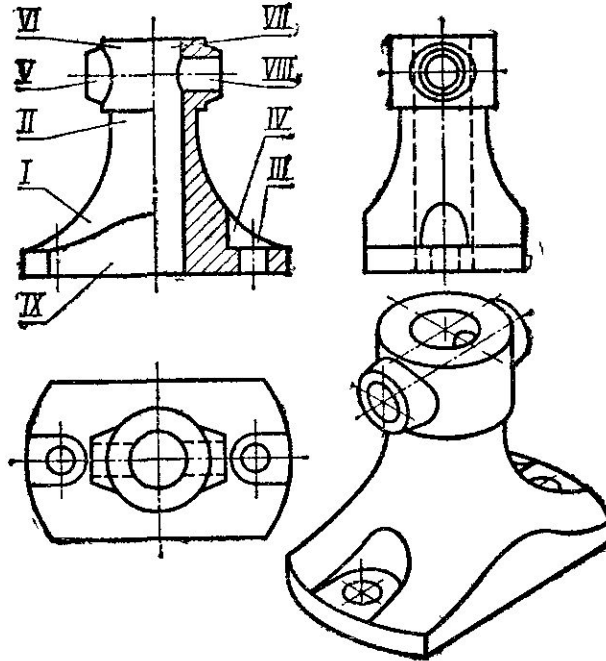
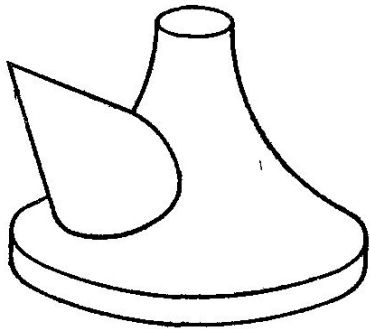
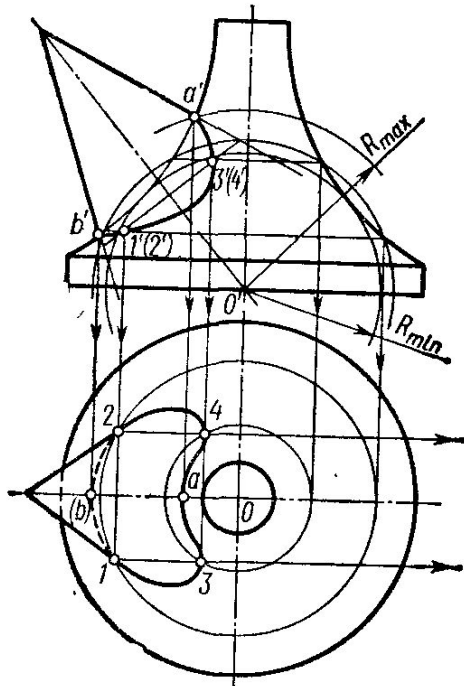
# Позиционные задачи

Примеры построения линий пересечения поверхностей

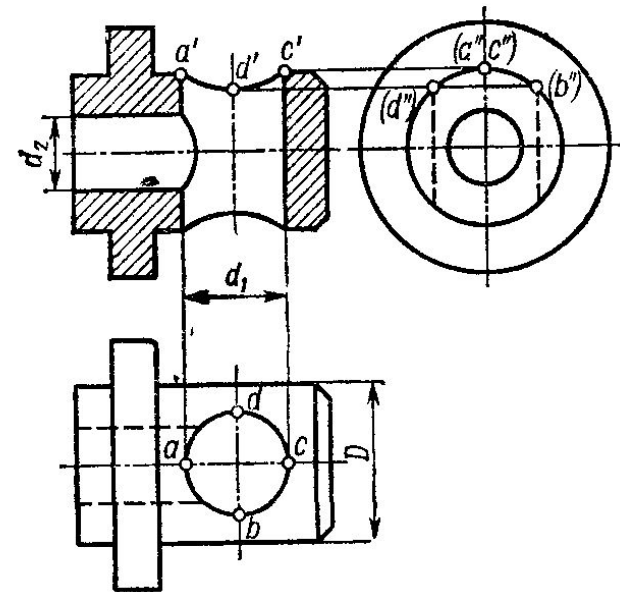




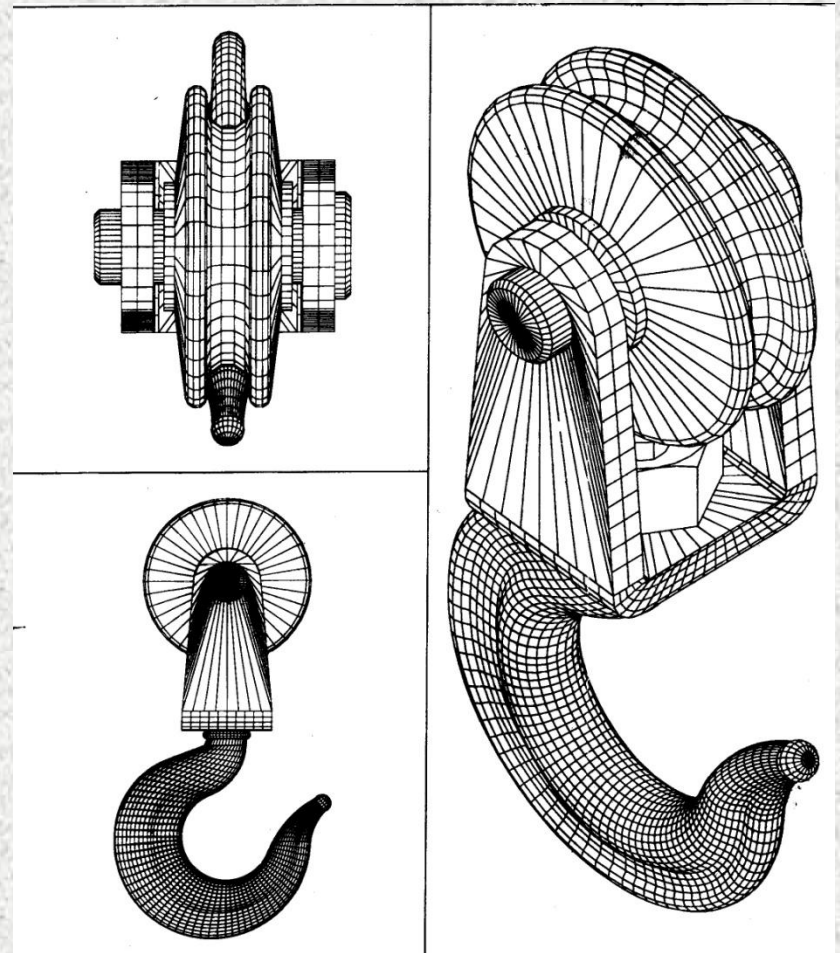
# Позиционные задачи



Линии пресечения на деталях



- При современной идеологии проектирования еще более **Графическая культура** становится **второй грамотностью**, одной из составляющих профессиональной компетентности современного инженера.



# Используемая литература

- **Основная литература**

- 1. Кострюков, А. В. Начертательная геометрия [Текст] : учеб. пособие по курсу «Начертательная геометрия» / А. В. Кострюков – Оренбургский гос. Ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2010. – 106 с.

- **Дополнительная литература**

- 1. Ваншина, Е. А. Инженерная графика: учеб. пособие по курсу «Инженерная графика» / Е. А. Ваншина – Оренбургский гос. Ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2010. – 194 с.
- 2. Георгиевский, О.В. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии [Текст] / О.В. Георгиевский, Т.М. Кондратьева: Справочное пособие для вузов. – М.: Архитектура – С, 2006. – 128 с.
- 3. Сорокин, Н. П. Инженерная графика [Электронный ресурс] / Н. П Сорокин, Е. Д. Ольшевский, А. Н. Заикина, Е. И. Шибанова. - Издательство «Лань».,2011. – 400 с.
- 4. Чекмарев, А.А. Инженерная графика / А.А. Чекмарев: Учеб. для немаш. спец. вузов. –3-е изд. стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 365 с.



# Сведения об авторе

Посягина Татьяна Александровна – доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» Кумертауский филиал ОГУ

Преподаваемые дисциплины: прикладная механика; электротехническое и конструкционное материаловедение; инженерная графика: основы электроэнергетики; энергосбережение в энергетике; история электротехники.



Г. Кумертау  
2016 г.

Содержани

е

