

Бортовые радиолокационные комплексы

Практическое занятие 3

Сжатие сигналов на основе согласованной фильтрации сложных сигналов (ЛЧМ, ФКМ и пр.)

Согласованный фильтр

- Согласованный фильтр — линейный оптимальный фильтр, позволяющий получить максимальное отношение сигнал/шум на выходе фильтра для сигналов известной формы.
- Линейный фильтр вносит линейные искажения. Если на нелинейное устройство подать моногармонический сигнал (обычную синусоиду) с одной частотой, то на выходе устройства, посмотрев на спектр, увидим новые спектральные составляющие, гармоники. У линейного устройства новые спектральные составляющие не появляются. На выходе любого линейного устройства, те же самые спектральные составляющие, что и на его входе, без добавления новых гармоник, у этих устройств изменяются только амплитуда и фаза.
- Оптимальный фильтр, оптимальный это значит, что он достигает какого-то наилучшего качества. Если мы говорим про оптимальность, то мы должны говорить и про критерий оптимальности, т.е. что у нас достигается наилучшим способом. В данном случае критерием оптимальности является отношение сигнал/шум.

- Для каждого сигнала существует свой согласованный фильтр. Сигнал на выходе любого линейного фильтра, в том числе и согласованного, определяется выражением:

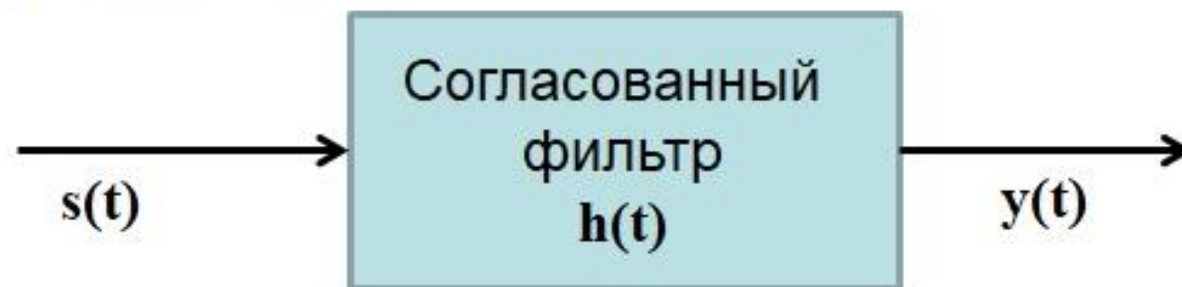
$$y(t) = s(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t - \tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)e^{i2\pi ft} df$$

где $s(t)$ – входной сигнал;

$y(t)$ – выходной сигнал;

$h(t)$ – импульсная характеристика фильтра;

* – операция свертки



Свойства согласованного фильтра

- Для любого линейного фильтра сигнал на выходе определяется через свертку сигнала на входе и его импульсной характеристики.
- Импульсная характеристика фильтра это реакция фильтра (т.е. то что мы получим на выходе фильтра), на дельта импульс.
- Если на вход фильтра подадим дельта импульс, то на выходе получим отклик, этот отклик и есть импульсная характеристика. Дельта импульс это математическая абстракция, это импульс, который имеет бесконечно большую амплитуду, бесконечно малую длительность и площадь этого импульса равна единице. На практике, такой дельта импульс можно заменить коротким импульсом. Спектр дельта импульса равномерен и бесконечен.

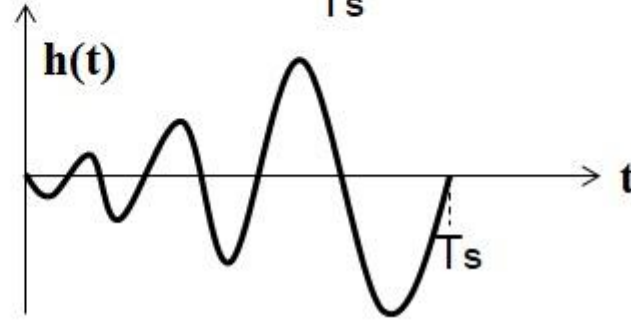
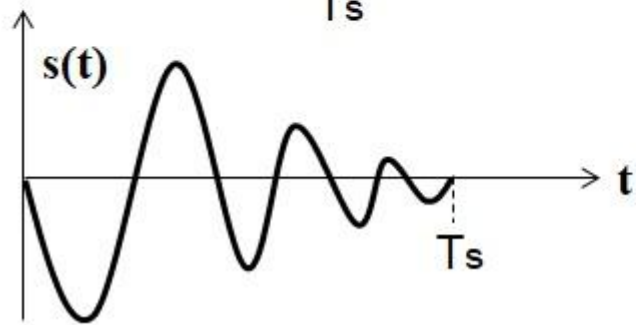
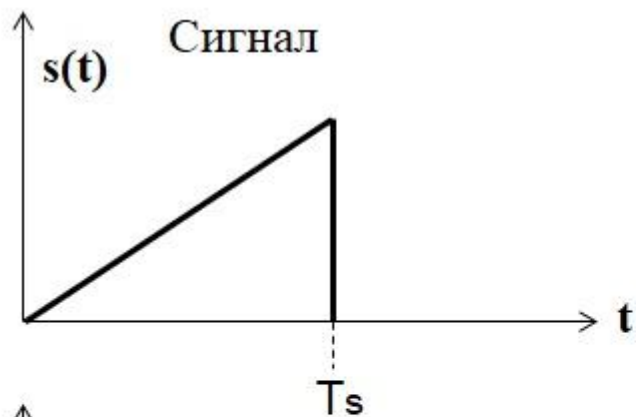


Импульсная характеристика согласованного фильтра

- Импульсная характеристика СФ имеет отзеркаленную форму сигнала, для которого фильтр согласован:

$$h(t) = k \cdot s(T_s - t)$$

- где T_s – длительность сигнала;
- s – сигнал;
- k – константа, сигнал можно умножать на любую константу.
- В формуле t со знаком минус, сигнал отзеркалили по времени.
- Не важно какую амплитуду имеет сигнал, если по форме сигнал повторяет импульсную характеристику, то фильтр будет согласован для этого сигнала. На картинке ниже представлено два примера. Есть треугольный сигнал, осциллограмма в виде треугольного импульса.



- Какой фильтр будет для него согласован? Тот который имеет импульсную характеристику повторяющую форму сигнала, но отзеркаленную.
- Другой пример, выше, затухающая синусоида сигнала. Чтобы спроектировать согласованный фильтр для такого сигнала, нужно взять форму сигнала и отзеркалить ее и получится импульсная характеристика.
- Если у сигнала меняется амплитуда, становится больше или меньше, импульсная характеристика не меняется, фильтр всё равно будет согласован.

Частотные характеристики согласованного фильтра

- Комплексная частотная передаточная характеристика СФ комплексно сопряжена с Фурье-образом сигнала:

$$H(f) = k \cdot S^*(f) e^{-i2\pi T f}$$

где $H(f)$ – частотная передаточная характеристика фильтра;

$S(f)$ – Фурье-образ сигнала;

T – длительность сигнала;

k – константа.

- Комплексная экспонента $e^{-i2\pi T f}$ говорит о сдвиге фаз, возникшем в результате задержки сигнала в фильтре на время T . Откуда взялась комплексная экспонента? Любой фильтр вносит задержку, а комплексная экспонента поворачивает фазу сигнала.
- Эта функция $H(f)$ комплексная, у нее есть мнимая и реальная части. Формула с точностью до постоянного множителя (константы) повторяет Фурье-образ сигнала $S(f)$. Единственное, нужно взять Фурье-образ и сделать над ним комплексное сопряжение. Фурье-образ сигнала это результат преобразования Фурье. Это комплексный спектр сигнала.
- Комплексная частотная передаточная характеристика СФ комплексно сопряжена с Фурье-образом сигнала с точностью до какого-то постоянного коэффициента. Импульсная характеристика повторяет форму сигнала, частотная характеристика повторяет спектр сигнала, только комплексно сопряжена.
- Комплексное сопряжение. Если есть комплексное число в котором есть реальная и мнимая часть, то комплексное число сопряженное, это число у которого меняется знак мнимой части: $c = a + jb$ и $c = a - jb$.

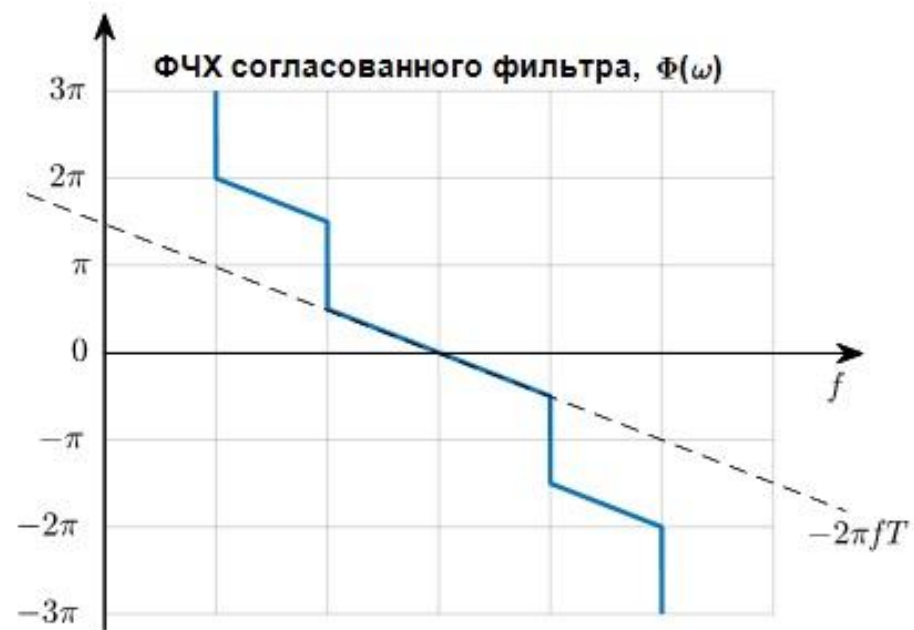
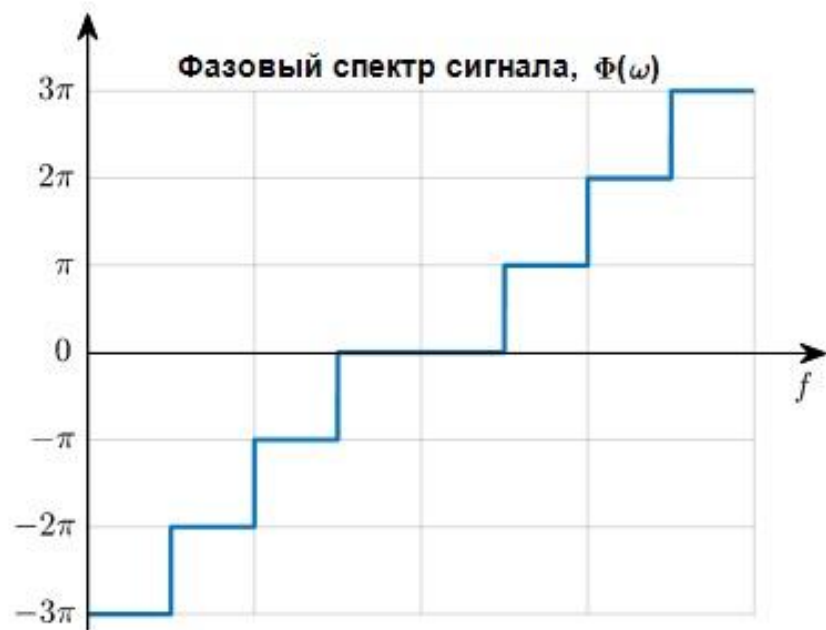
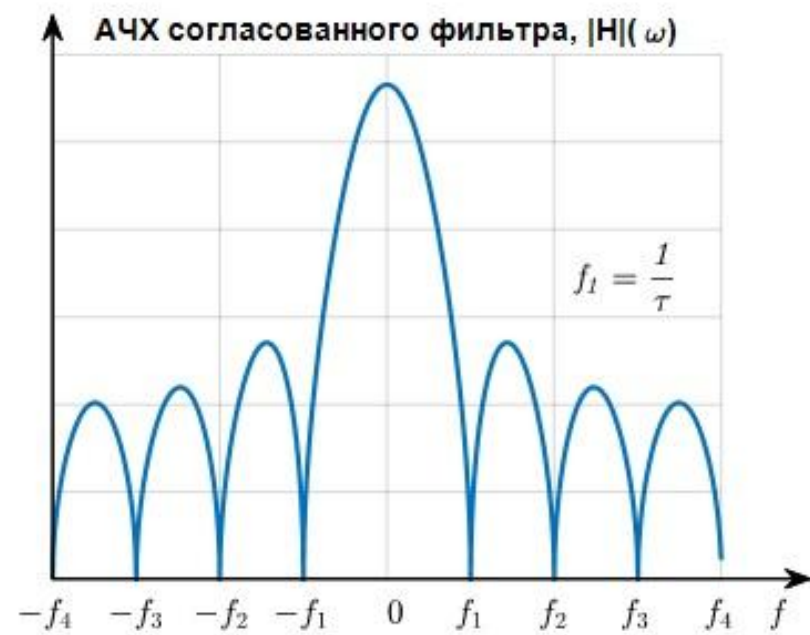
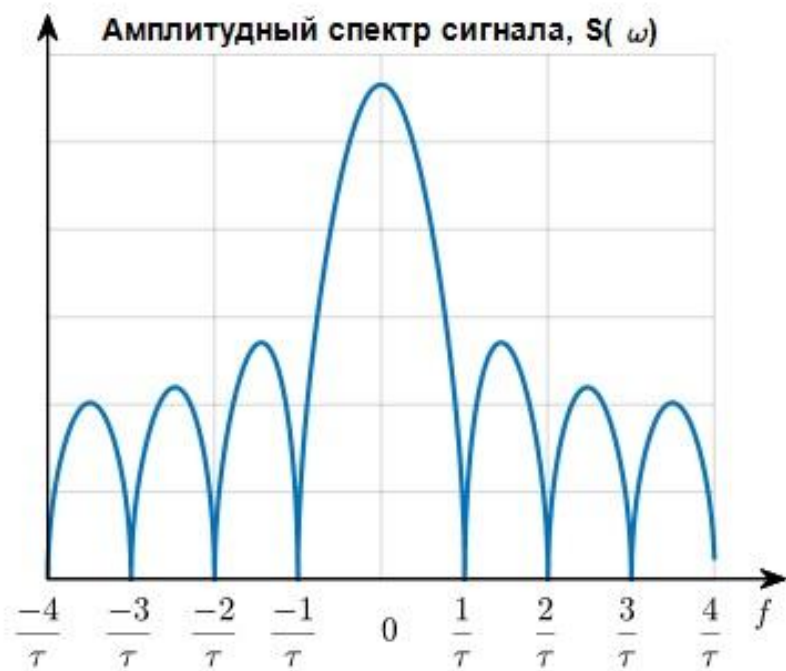
АЧХ и ФЧХ согласованного фильтра

- Из передаточной характеристики $H(f)$ получаем АЧХ и ФЧХ. Чтобы получить АЧХ нужно у этой функции взять модуль. АЧХ согласованного фильтра с точностью до постоянного коэффициента k повторяет амплитудный спектр сигнала:

$$|H(f)| = k \cdot |S(f)|$$

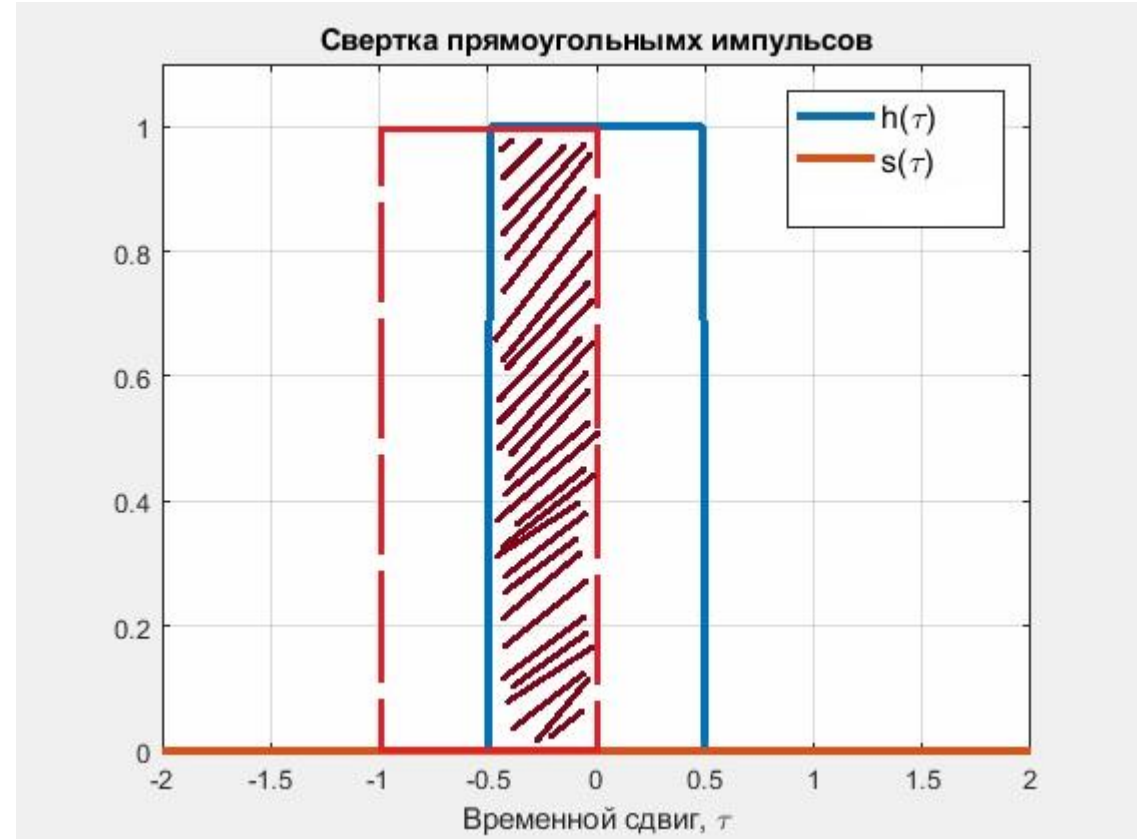
- ФЧХ согласованного фильтра повторяет фазовый спектр сигнала с обратным знаком и с учетом задержки: $\theta_{сф}(f) = -2\pi T f - \psi_s(f)$

- где $\psi_s(f)$ — фазовый спектр сигнала.



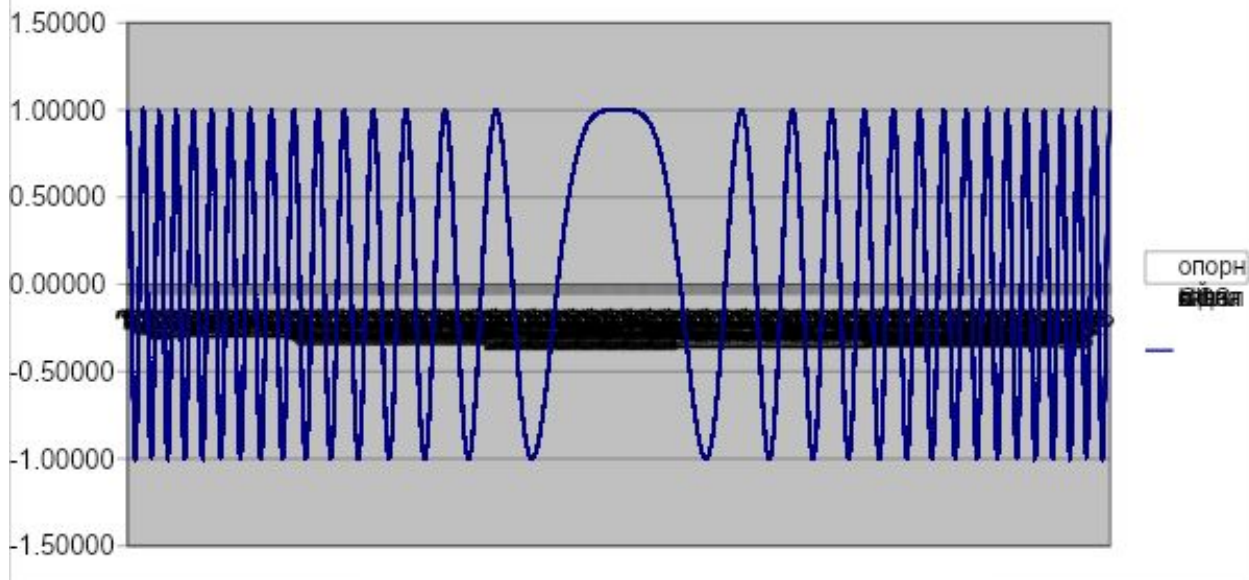
Отклик согласованного фильтра

- Предположим, есть сигнал, который имеет прямоугольную форму, для него спроектирован согласованный фильтр, который будет иметь импульсную характеристику в виде прямоугольного импульса.
- Если на вход согласованного фильтра подать прямоугольный импульс, то на выходе получится сигнал, который определяется через свёртку.
- Отклик СФ на сигнал определяется свёрткой импульсной характеристики $h(t)$ и сигналом $s(t)$.
- Свёртка это перемножение двух функций в различный момент сдвига друг относительно друга с интегрированием.



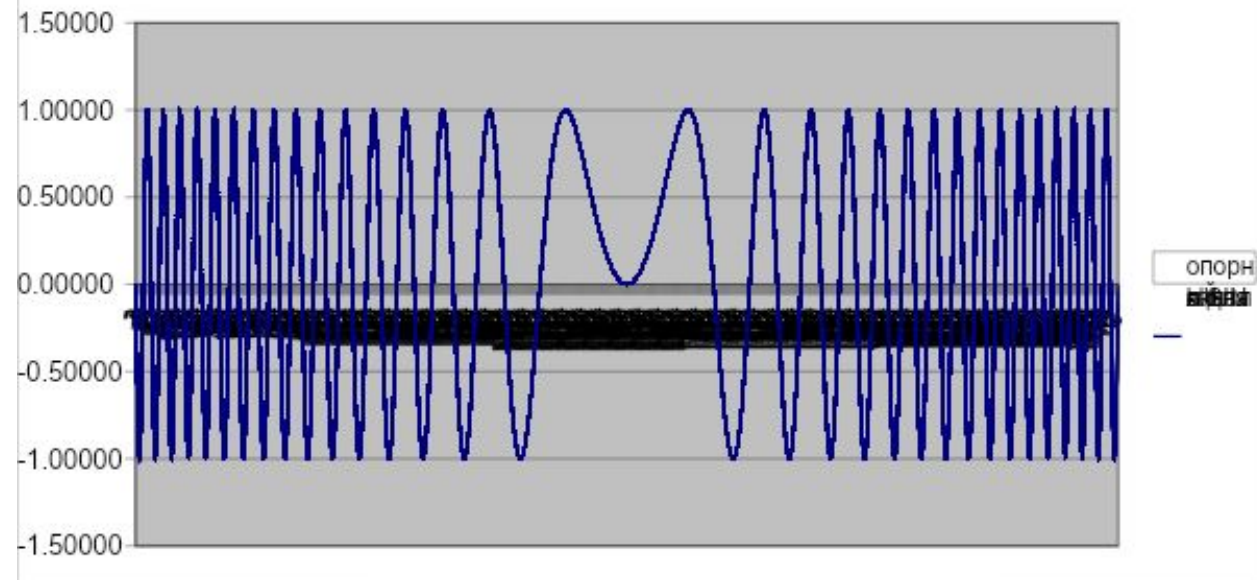
Действительная и мнимая части ЛЧМ-сигнала

опорный сигнал для канала COS

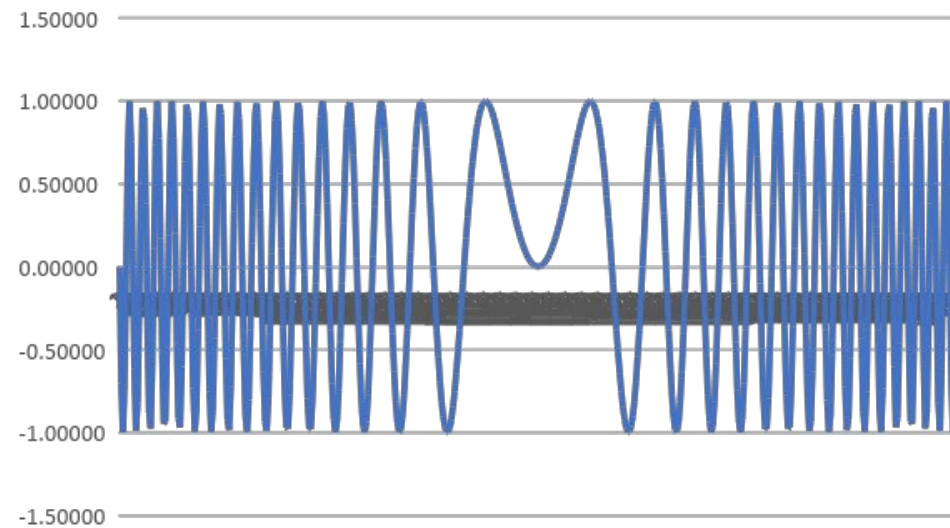
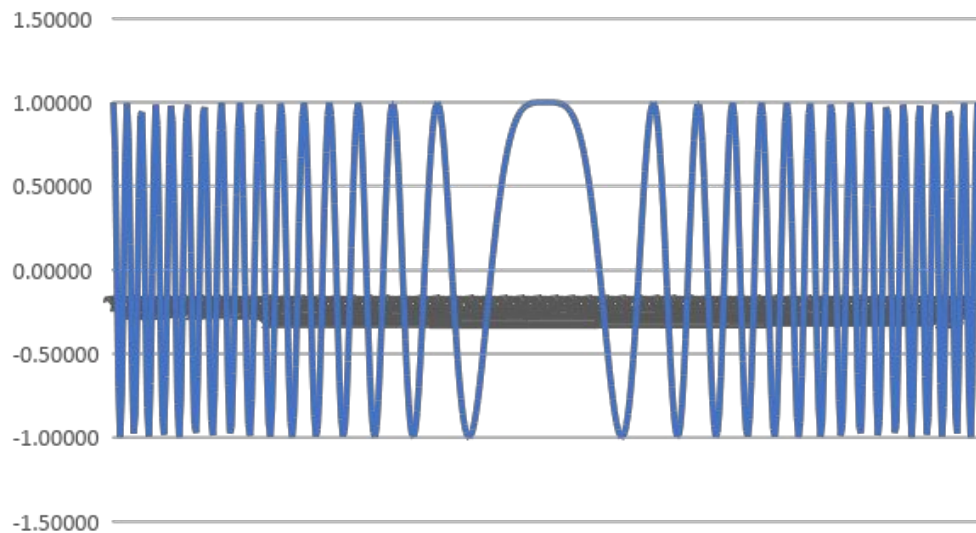


нач=450

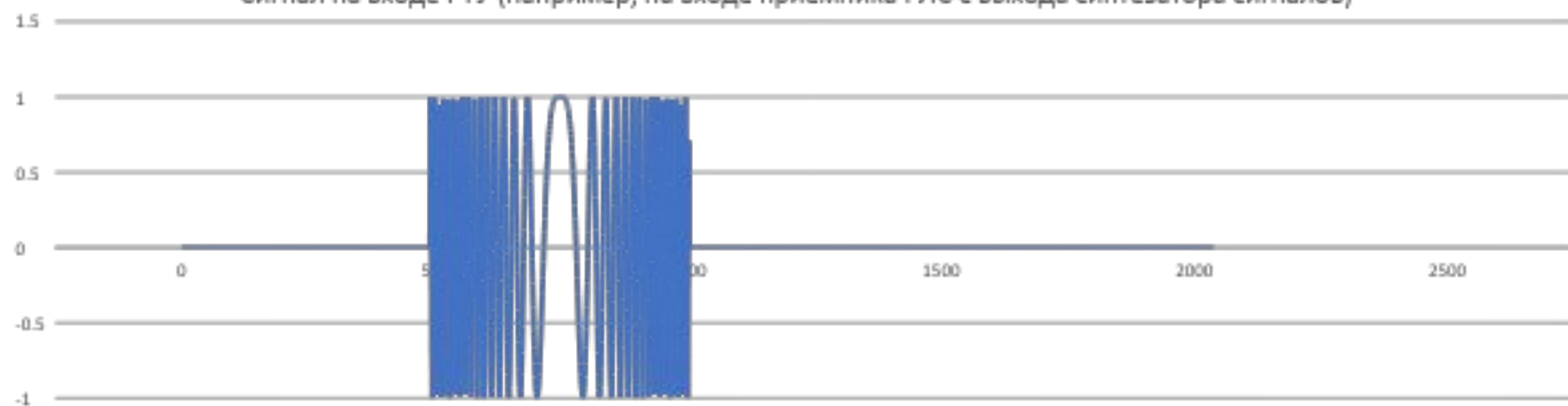
опорный сигнал для канала SIN



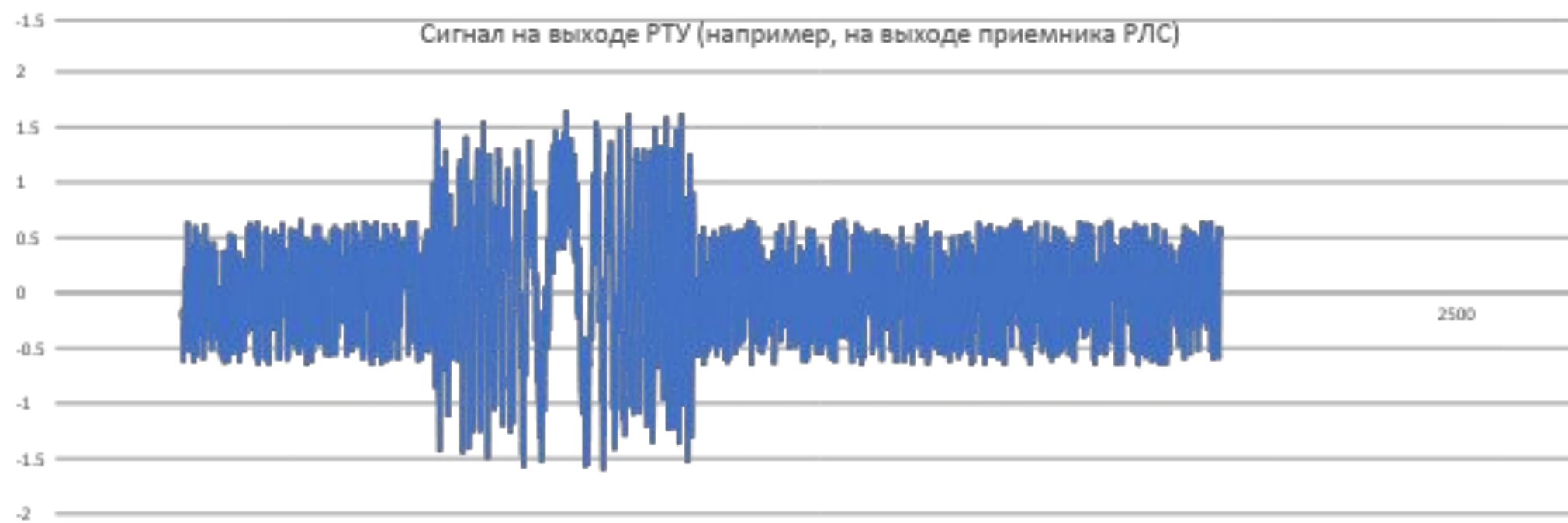
нач=450



Сигнал на входе РТУ (например, на входе приемника РЛС с выхода синтезатора сигналов)



Сигнал на выходе РТУ (например, на выходе приемника РЛС)



Сигнал на выходе СФ при лчм на входе

