

Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач

Практическое занятие



Правила комбинаторики

- ▣ **Правило сложения:** Пусть в множестве A имеется m элементов, а в множестве B – n элементов. Если у множеств A и B нет общих элементов, то в их объединении число элементов равно $m+n$.

$$|A \cup B| = |A| + |B|, \text{ если } A \cap B = \emptyset$$

Пример 1. На подносе лежат 5 яблок и 3 груши. Сколькими способами можно выбрать фрукт с подноса?

Решение. Яблоко можно выбрать пятью способами. Грушу можно выбрать тремя способами. Стало быть, один из этих фруктов можно выбрать $5 + 3 = 8$ способами.

Правила комбинаторики

Правило включения-исключения: Пусть у множества A - m элементов, а у множества B - n элементов. A также у множеств A и B есть общая часть, которая насчитывает k элементов. Тогда в объединении множеств A и B число элементов равно $m+n-k$.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Пример 2. Каждый студент группы в новогодние каникулы катался на коньках или лыжах. На коньках катались 22 человека. На лыжах катались 15 человек. И на коньках, и на лыжах катались 7 человек. Сколько студентов в группе?

Решение:

$$A = \{\text{студенты катались на лыжах}\}, |A| = 15$$

$$B = \{\text{студенты катались на коньках}\}, |B| = 22$$

$$A \cap B = \{\text{студенты катались на лыжах и коньках}\},$$

$$|A \cap B| = 7$$

$$A \cup B = \{\text{Студенты группы}\}$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 15 + 22 - 7 = 30$$

Ответ: В группе 30 студентов.

Правила комбинаторики

Правило умножения: Число пар, составленных из элементов множеств A и B равно произведению элементов этих множеств.

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

Пример 3. У Димы четыре разных футболки и три разных пары кроссовок. Собираясь на тренировку, он думает, что бы ему надеть. Сколько всего у Димы вариантов?

Решение: Предположим, что футболку Дима уже выбрал. К этой футболке он может надеть любую из трёх пар кроссовок. Таким образом, существует 3 набора «футболка - кроссовки», содержащих фиксированную футболку. Поскольку футболок имеется 4, то у Димы возникает $4 \cdot 3 = 12$ вариантов выбора одежды на тренировку.

Ответ: У Димы 12 вариантов выбора одежды на тренировку.

Практическая часть:

Задача №1. Идя на соревнования, спортсмен надевает либо майку, либо футболку. Маек в его гардеробе 7, а футболок 5. Сколько вариантов выбора майки или футболки у него существует?

Задача №2. Каждый ученик класса побывал в театре или в кино. В театр ходили 15 человека. В кино были 14 человек. И в театре, и в кино были 7 человек. Сколько учеников в классе?

Задача №3. В магазине есть 7 видов пиджаков, 5 видов брюк и 4 вида галстуков. Сколькими способами можно купить комплект из пиджака, брюк и галстука?

Задача №4. В роте 3 офицера, 7 сержантов и 50 рядовых. Каким количеством способов может быть выбран наряд из одного офицера, двух сержантов и трех рядовых?

Задача №5. Каждый из трех человек выбирает себе из буфета чашку, блюдце и чайную ложку. Каким количеством способов они могут вместе накрыть чайный стол, если всего в буфете 7 чашек, 5 блюдец и 6 ложек?

Критерии оценки:

На «3» - №1, №2, №3;

На «4» - №1, №2, №3, №4;

На «3» - №1, №2, №3; №4, №5.