3.5. СОВЕРШЕННАЯ ДИЗЪЮНКТИВНАЯ НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА (СДНФ) и СОВЕРШЕННАЯ КОНЪЮНКТИВНАЯ НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА (СКНФ)

СДНФ и СКНФ — это два представления булевой функции. Конъюнкция или дизъюнкция называются элементарными, если каждая переменная встречается в них не более 1 раза. Количество переменных в них называется рангом.

СДНФ	СКНФ
Записывается на единичных наборах булевой функции.	*Записывается на нулевых наборах булевой функции.*
Содержит элементарные конъюнкции, соединенные дизъюнкциями.	*Содержит элементарные дизъюнкции, соединенные конъюнкциями.*
Каждая конъюнкция содержит все переменные по одному разу.	*Каждая дизъюнкция содержит все переменные по одному разу.*

Алгоритм построения:

СДНФ

Выделить в таблице истинности все строки, в которых функция равна 1.

Для каждого выбранного набора записать конъюнкции:
Если переменная равна 0, то записывается ее инверсия, а если она равна 1, то пишут без изменения .

Соединяют все конъюнкции знаком дизъюнкции.

СКНФ

Выделить в таблице истинности все строки, в которых функция равна 0.

Для каждого выбранного набора записать дизъюнкции:
Если переменная равна 0, то ее пишут без изменения, а если она равна 1, то пишут ее инверсию.

Соединяют все дизъюнкции знаком конъюнкции.

ПРИМЕР.

Записать СДНФ и СКНФ функции трёх переменных:

$$f = \overline{x_1 \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \cdot (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)}$$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

СДНФ:

$$f=\overline{x_1\cdot(\overline{x_1}\vee\overline{x_2})\cdot(x_1\vee\overline{x_2}\vee x_3)}=$$

$$=\overline{x}_1\cdot\overline{x}_2\cdot\overline{x}_3\vee\overline{x}_1\cdot\overline{x}_2\cdot x_3\vee\overline{x}_1\cdot x_2\cdot\overline{x}_3\vee$$

$$\vee\,\overline{x}_1\cdot x_2\cdot x_3\vee x_1\cdot x_2\cdot\overline{x}_3\vee x_1\cdot x_2\cdot x_3$$

СДНФ можно записывать не только на единичных, но и на нулевых значениях аргументов:

$$f=\overline{x_1\cdot(\overline{x_1}\vee\overline{x_2})\cdot(x_1\vee\overline{x_2}\vee x_3)}=$$

$$=\overline{x_1\cdot\overline{x}_2\cdot\overline{x}_3\vee x_1\cdot\overline{x}_2\cdot x_3}$$

С помощью элементарных преобразований можно доказать равносильность функции на единичных и нулевых наборах:

$$f = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee$$

$$\vee\, x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot x_2 = \bar{x}_1 \vee x_1 \cdot x_2 = \bar{x}_1 \vee x_2$$

$$f = \overline{x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3} = \overline{x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot (\bar{x}_3 \vee x_3)} = \overline{x_1 \cdot \bar{x}_2} = \bar{x}_1 \vee x_2$$