

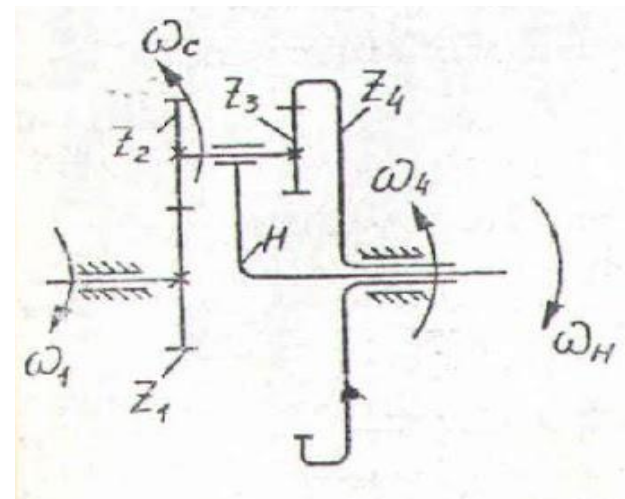
# Тема 6

## 6.4.2. Метод обращения движения

Планетарному механизму сообщается скорость, численно равная скорости водила и противоположная по направлению. При этом получается новый механизм, эквивалентный в относительном движении исходному, у которого водило неподвижно. Таким образом, имеем механизм *с неподвижными осями*, у которого угловые скорости звеньев равны:  $w_1 - w_H$ ;  $w_2 - w_H$ ,  $w_3 - w_H$ .

Для этого механизма можно применить формулу для передаточного отношения механизмов с неподвижными осями:

$$i_{14}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_2 - w_H} * \frac{w_2 - w_H}{w_4 - w_H} = \frac{w_1 - w_H}{w_4 - w_H} =$$
$$= (-1)^1 \frac{z_2}{z_1} * \frac{z_4}{z_3} = - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$



В общем случае для  $n$  колес *формула Виллиса* принимает вид:

$$i_{1n}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_n - w_H} = i_1 i_2 i_3 \dots i_n (-1)^k.$$

Здесь *верхний* индекс обозначает неподвижный элемент, а *нижний* – от какого входного и к какому выходному колесу передается движение.

# Тема 6

- Используя формулу Виллиса, можно получить необходимое передаточное отношение.

Предположим, что колесо  $n$  неподвижно, т.е.  $n = 0$ . Тогда

$$\frac{w_1 - w_H}{0 - w_H} = i_{1n}^H; \quad \frac{w_1}{w_H} = 1 - i_{1n}^H,$$

откуда

$$i_{1H}^n = 1 - i_{1n}^H.$$

Если за входное колесо взять водило, то получим:

$$i_{H1}^n = \frac{1}{i_{1H}^n}.$$

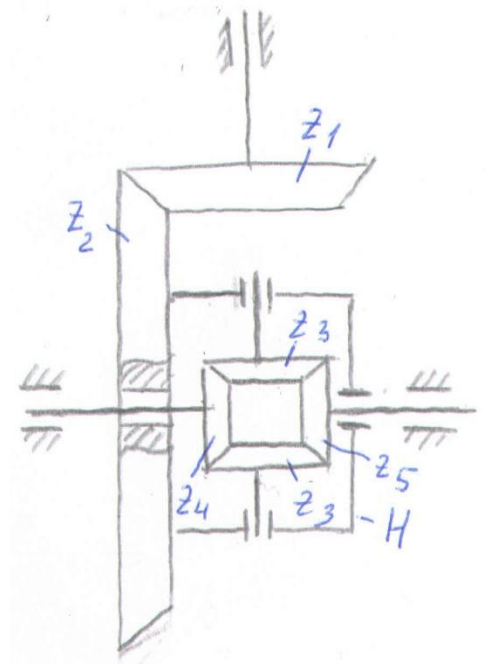
В качестве примера рассмотрим редуктор автомобильного моста.

Передаточное отношение между полуосями

$$i_{45}^H = \frac{w_4 - w_H}{w_5 - w_H} = -\frac{z_3 z_5}{z_4 z_3} = -\frac{z_5}{z_4} = -1.$$

откуда  $w_4 - w_H = w_H - w_5$ , а  $w_H = (w_4 + w_5)/2$ .

Если остановить одно из колес (например, 4), то  $i_{5H}^4 = 1 + (-1) = 2$ , а  $w_H = w_5/2$ . При остановленном водиле ( $z_2$ ):  $w_4 = -w_5$  (в разные стороны).



# Тема 6

## ● 6.4.3. Подбор чисел зубьев планетарных механизмов

При выборе чисел зубьев планетарных механизмов, необходимо обеспечить выполнение множество условий. Из них обязательные: обеспечение требуемого передаточного отношения; соблюдение условий соосности; выполнение условия соседства; выполнение условия зацепления или сборки. Помимо этих условий необходимо обеспечить высокий КПД, минимальные габариты и массу, высокую прочность зубьев, максимальную точность работы и т.д. Рассмотрим выполнение основных условий.

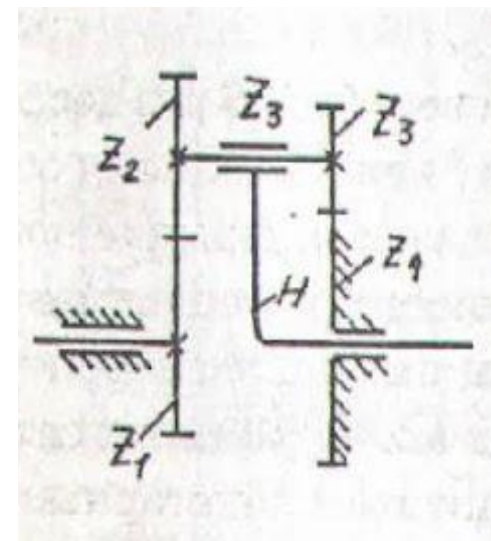
### 1) Обеспечение *передаточных отношений*

Это условие определяется формулой Виллиса:

$$i_{1n}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_n - w_H} = i_1 i_2 i_3 \dots i_n (-1)^k.$$

$$i_{14}^n = 1 - i_{1n}^H = 1 - (-1)^2 \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{z_1 z_3 - z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$i_{H1}^4 = \frac{1}{i_{1H}^4} = \frac{z_1 z_3}{z_1 z_3 - z_2 z_4}.$$



Подбором зубьев знаменатель можно сделать сколь угодно малым и получить *большое передаточное отношение*.

## Тема 6

- 2) Соблюдение условия *соосности*.

Для планетарного механизма, рассмотренного выше, это условие ( $a_{wI} = a_{wII}$ ) примет вид

$$\frac{m_I(z_1 + z_2)}{2 \cos \alpha_{wI}} = \frac{m_{II}(z_3 + z_4)}{2 \cos \alpha_{wII}},$$

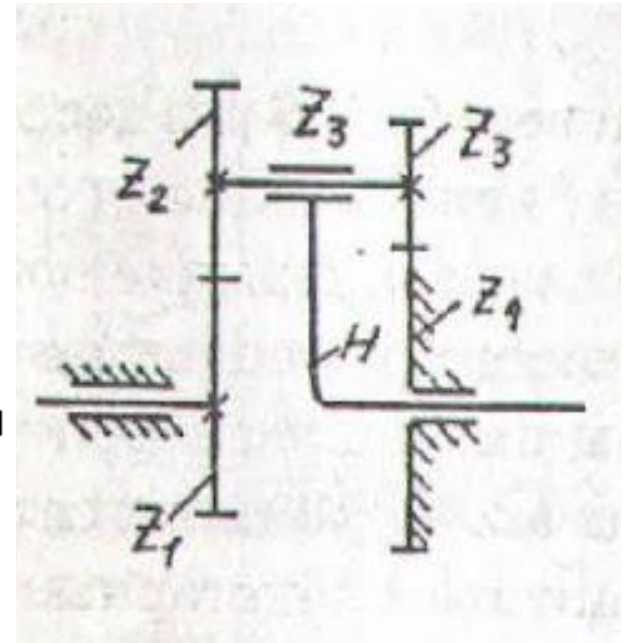
где:  $m_I, m_{II}$  – модули зацепления;  $\alpha_{wI}, \alpha_{wII}$  – углы зацепления;  $\alpha$  – угол профиля рейки.

При равенстве модулей, в случае нулевых зубчатых колес, когда угол профиля рейки равен углам зацепления, получим  $(z_1 + z_2) = (z_3 + z_4)$ .

- 3) Соблюдение условия *соседства*.

Условие соседства – это условие равномерного размещения сателлитов по траектории движения подвижной оси.

Применяется при числе сателлитов  $k \geq 3$ .





## Тема 6

- Для механизма, показанного на рис., необходимо, чтобы  $BC > r_{a2}$ , где  $r_{a2}$  – радиус окружности выступов сателлитов. В этом случае сателлиты не будут соприкасаться.

Величина

$$BC = OB \sin \beta = OB \sin \frac{\pi}{K},$$

где  $OB$  – межцентровое расстояние колес  $z_1$  и  $z_2$ .

Межцентровое расстояние

$$OB = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

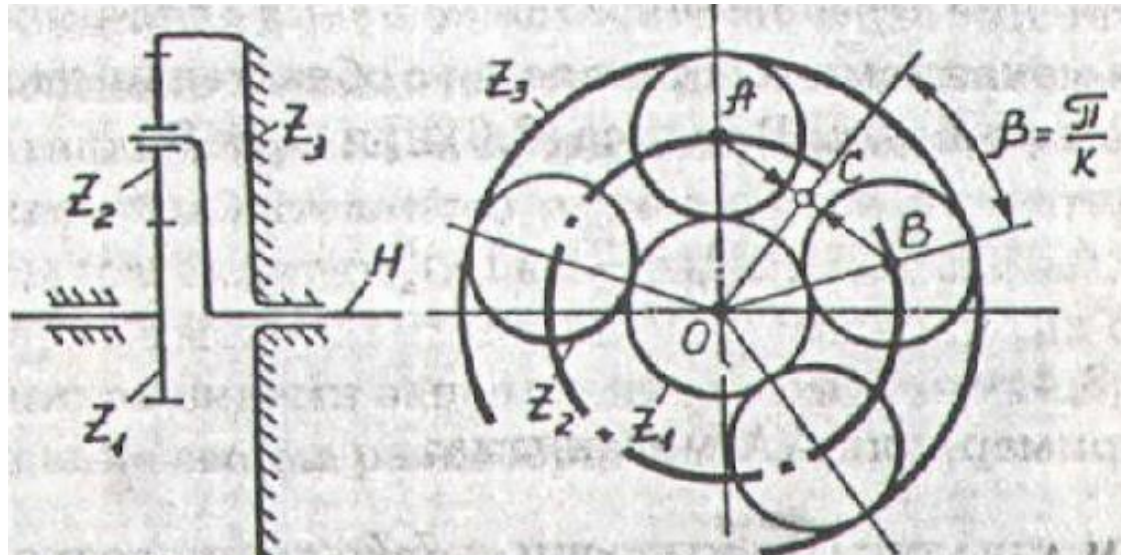
Радиус окружности выступов сателлитов

$$r_{a2} = \frac{m}{2} (z_2 + 2h_a^* + 2x_2),$$

где:  $x_2$  – коэффициент смещения 2-ого колеса.

В случае **нулевых** колес:  $BC = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \sin \frac{\pi}{K}$ ;  $r_{a2} = \frac{m(z_2 + 2h_a^*)}{2}$ .

**Условие соседства:**  $(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{K} \geq (z_2 + 2h_a^*)$ .



## Тема 6

### 4) Соблюдение условия *сборки*

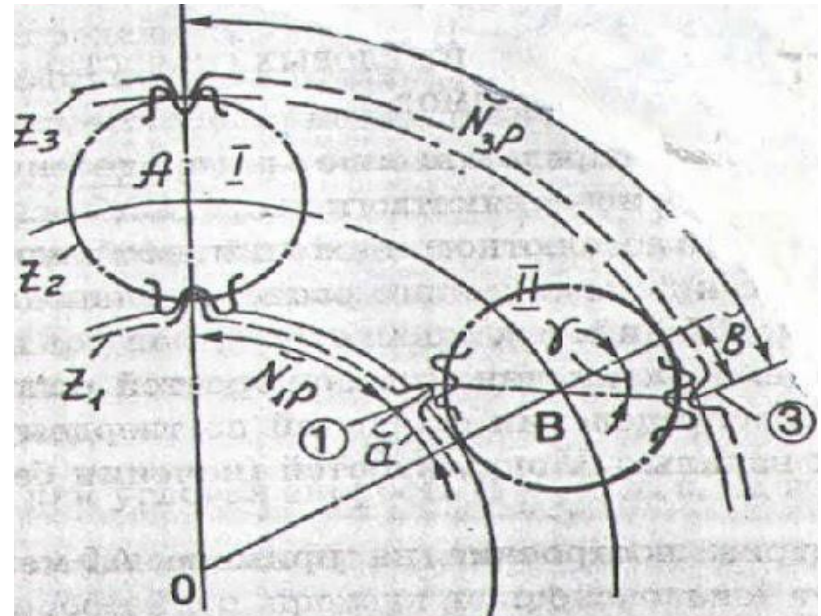
Условие сборки или зацепляемости устанавливает соотношение между числами зубьев колес, обеспечивающее совпадение зубьев сателлитов со впадинами центральных колес.

Выполнение этого условия необходимо при числе сателлитов  $k \geq 2$ .

После установки сателлита *I* центральное колесо *1* принимает строго определенное положение и нужно обеспечить условие, при котором *зубья* следующих сателлитов точно вошли бы во *впадины* центральных колес.

Примем для определенности, что сателлит имеет четное число зубьев  $z_2$ .

Пусть сателлит *I* собран с центральными колесами так, что оси симметрии зубьев этих колес расположились на линии центров *OA*. Если числа зубьев  $z_1$  и  $z_3$  не будут кратны числу сателлитов  $k$ , то оси симметрии зубьев колес сместятся от линии центров *OB* второго сателлита *II*.



## Тема 6

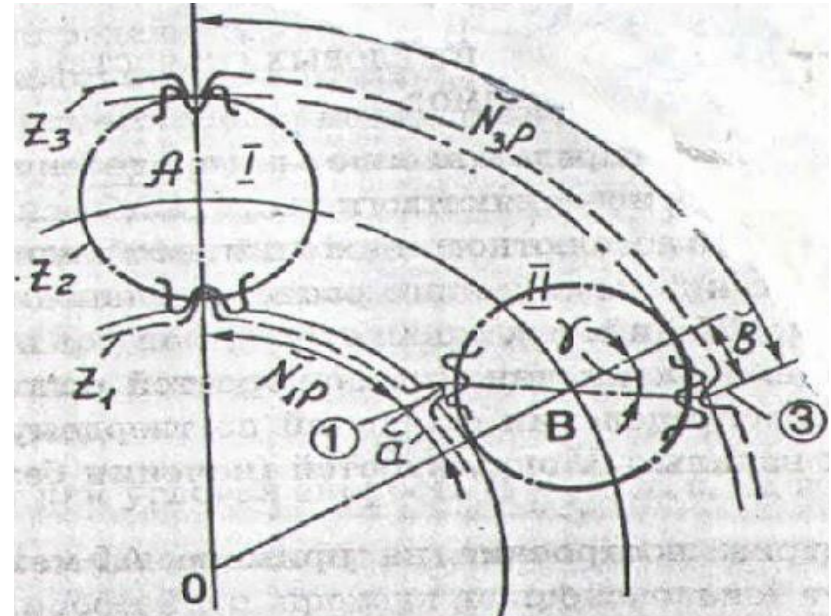
- Ось симметрии ближайшего зуба 1 будет отстоять на дугу  $\overset{\frown}{a}$ , а зуба 3 – на дугу  $\overset{\frown}{b}$ .

Тогда центральные дуги между двумя сателлитами будут равны

$$z_1 p / k = N_1 \overset{\frown}{p} + \overset{\frown}{a}; \quad z_3 p / k = N_3 \overset{\frown}{p} - \overset{\frown}{b},$$

где  $N_1, N_3$  – целые числа шагов;

$p$  – шаг по рассматриваемой дуге.



Для введения впадин второго сателлита в зацепление необходимо, чтобы общая ось впадин отклонилась от линии центров на угол  $\gamma$ . В этом случае  $\overset{\frown}{a} = \overset{\frown}{b}$ . Тогда, на основе предыдущего равенства можно записать

$$z_1 p / k - N_1 \overset{\frown}{p} = - z_3 p / k + N_3 \overset{\frown}{p},$$

откуда  $(z_1 + z_3) / k = N_1 + N_3 = N$ , где  $N$  – любое целое число.

Таким образом, сборка этого редуктора выполняема, если **сумма зубьев центральных колес кратна числу сателлитов**.

## Тема 6

- В наиболее общем виде условие сборки записывается следующим образом

$$\frac{z_1 i_{1H}^n}{k} = N_0,$$

где  $z_1$  – число зубьев  $1^{Г0}$  колеса;

$i_{1H}^n$  – передаточное отношение от  $1^{Г0}$  колеса к водилу;

$k$  – число сателлитов;  $N_0$  – некоторое целое число.

*Произведение числа зубьев первого колеса на передаточное отношение от этого колеса к водилу, при неподвижном колесе  $n$ , должно быть кратно числу сателлитов.*

В силу того, что условие соседства представляет собой неравенство, а условие сборки дает новые неизвестные целые числа, приведенных 4-х условий недостаточно для нахождения чисел зубьев планетарных редукторов. Поэтому задача по определению чисел зубьев, как правило решается методом подбора.





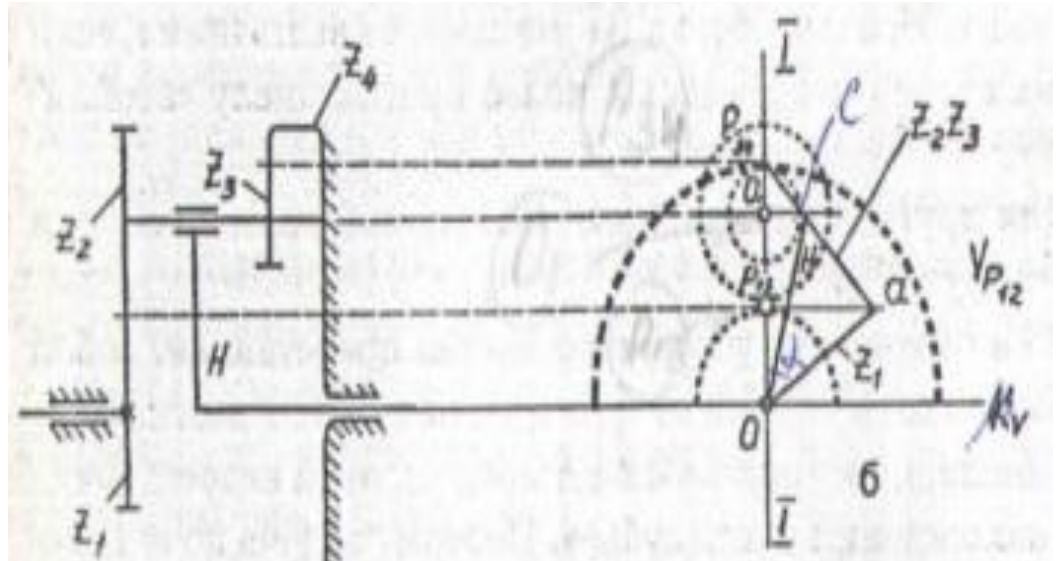


# Тема 6

● В выбранном масштабе длин строится схема механизма и его **вторая проекция**. На этой проекции выбирается прямая  $I-I$ , представляющая собой линию центров зубчатых колес.

Определяется скорость точки  $P_{12}$ , лежащей на начальной окружности первого колеса:

$$V_{P_{12}} = w_1 r_1.$$



Принимая за полюс т.  $O$ , скорость которой равна нулю, откладываем отрезок  $P_{12}a$  произвольной длины, представляющий собой вектор скорости первого колеса, и определяем масштабный коэффициент  $\mu_v = \frac{V_{P_{12}}}{P_{12}a}$ .

Соединяем т.  $O$  и  $a$  и получаем прямую  $OA$ , дающую **закон распределения скоростей по первому** колесу ( $z_1$ ).

Для сателлита  $z_2-z_3$  известны скорости т.  $P_{12}$  и т.  $P_{34}$  (она неподвижна и  $v_{P_{34}} = 0$ ). Соединяя ее с т.  $a$ , получаем **закон распределения скоростей по сателлиту** ( $z_2z_3$ ).

# Тема 6

- Отмечаем на этой прямой т. С и находим скорость оси сателлита, т.е. водила Н:  $V_{O_1} = O_1 C \mu_v$ .

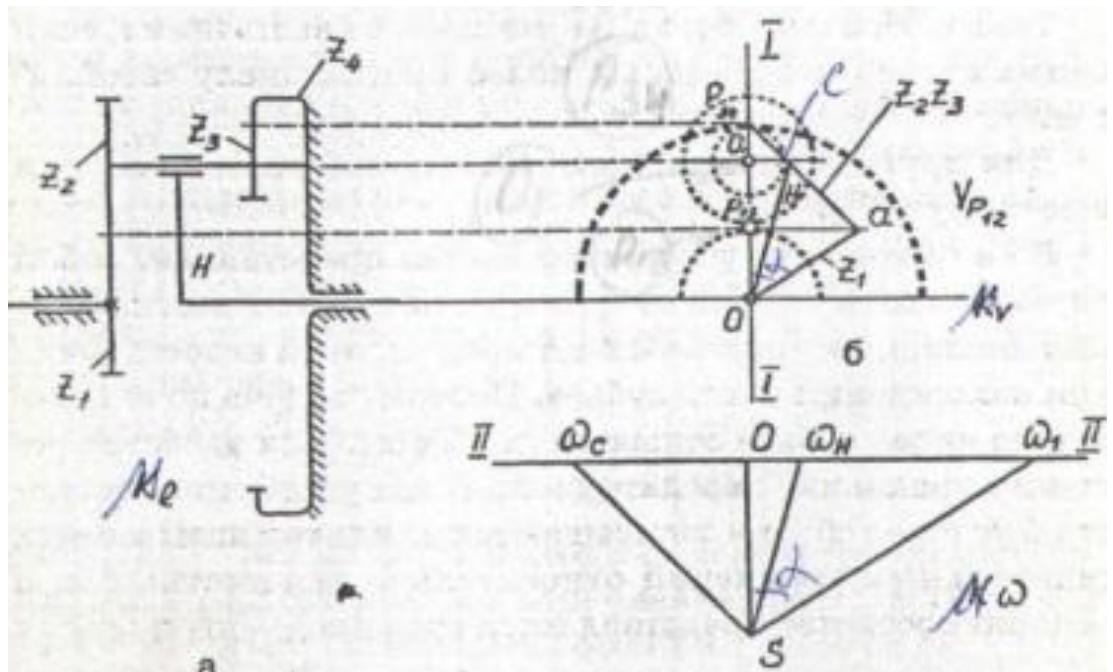
Соединяя т. С с полюсом О получим прямую, представляющую собой **закон распределения скоростей по водилу (Н)**.

С помощью этого плана строим **план угловых скоростей**, используя зависимость  $w = \frac{V}{r}$ . Это отношение равно

$$w_1 = \frac{P_{12} a \mu_v}{P_{12} O \mu_l} = \tan \frac{\mu_v}{\mu_l} \quad (1)$$

Проводим прямую II-II, перпендикулярную I-I, и

на ней, задавшись полюсным расстоянием OS, выбираем т. S – полюс плана угловых скоростей. Задавшись полюсным расстоянием OS, проводим через т. S прямую, параллельную Oa. Тогда получим, что



$$Ow_1 = OS \tan \alpha \quad (2)$$

# Тема 6

• Деля (1) на (2), будем иметь

$$\frac{w_1}{Ow_1} = \frac{\tan \alpha \mu_v}{OS \mu_l \tan \alpha} = \frac{\mu_v}{OS \mu_l},$$

откуда

$$w_1 = \frac{Ow_1 \mu_v}{OS \mu_l}.$$

Обозначив масштабный коэффициент плана угловых скоростей через

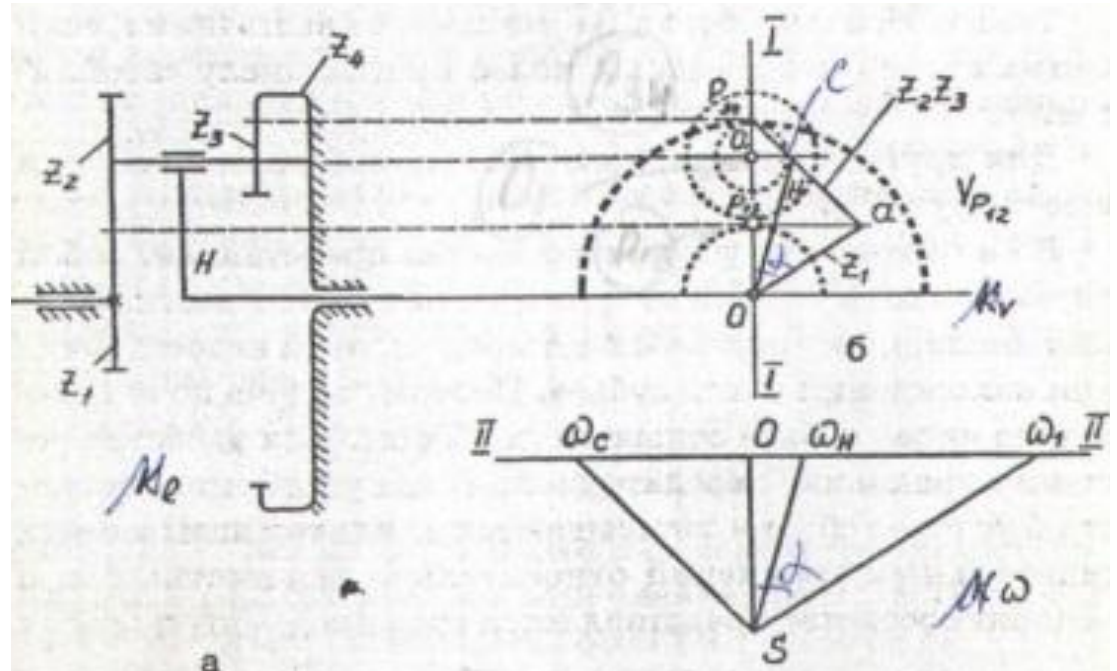
$$\mu_w = \frac{\mu_v}{OS \mu_l},$$

будем иметь

$$w_1 = Ow_1 \mu_w.$$

Проводя из т.  $S$  прямые, параллельные  $OC$  и  $aP_{34}$ , на прямой  $II-II$  получим отрезки, дающие значения угловых скоростей водила и сателлита:  $w_H = Ow_H \mu_w$ ;  $w_c = Ow_c \mu_w$ .

Откуда можно найти передаточное отношение:  $i_{1H}^H = \frac{w_1}{w_H} = \frac{Ow_1}{Ow_H}$ .



# Тема 6

## 6.5. Синтез кулачковых механизмов

### 6.5.1. Общая характеристика кулачковых механизмов

**Кулачковый механизм** – механизм, содержащий, по крайней мере, один кулачок.

Кулачковые механизмы предназначены для воспроизведения ведомым звеном *неравномерного* движения по определенному закону, с *остановками* необходимой продолжительности.

Получили широкое применение в приборах (счетно-решающие устройства, самописцы) и в рабочих машинах и автоматических линиях (двигатели внутреннего сгорания, машины-автоматы и полуавтоматы, трикотажные и полиграфические машины, прессы, металлорежущие станки, роторные и роторно-конвейерные линии и т.д.).

Основными *достоинствами* кулачковых механизмов является возможность получения заранее заданного закона движения ведомого звена с помощью кулачка, простота, компактность и надежность.

К *недостаткам* следует отнести большое удельное давление в точке контакта кулачка с толкателем, а также сложность изготовления

## Тема 6

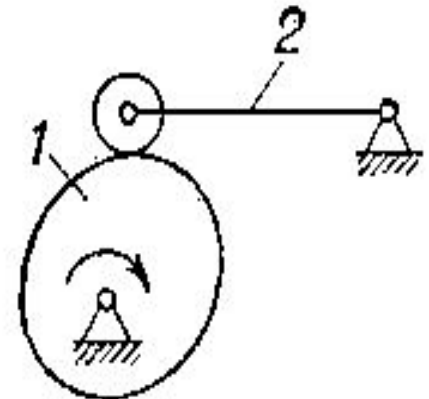
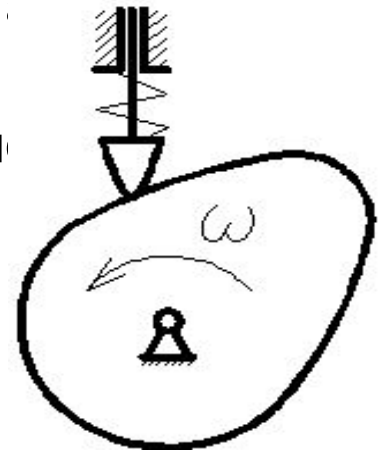
Кинематическая цепь простейшего кулачкового механизма состоит из двух подвижных звеньев – кулачка и толкателя, образующих высшую кинематическую пару, и стойки, с которой каждое из этих звеньев входит в низшую кинематическую пару. В некоторых случаях для уменьшения сил трения в суставе механизма вводят ролик.

**Ведущим** звеном механизма обычно является кулачок, а **ведомым** – толкатель (коромысловый толкатель).

**Кулачок** – звено, сопрягаемый элемент которого выполнен в виде криволинейной поверхности. Кулачок имеет сложный профиль, форма которого зависит от заданной схемы механизма и закона движения вала.

**Толкатель** – звено, получающее прямолинейно-поступательное движение от кулачка.

**Коромысловый толкатель** – звено, совершающее неполный оборот, один конец которого соединен со стойкой.





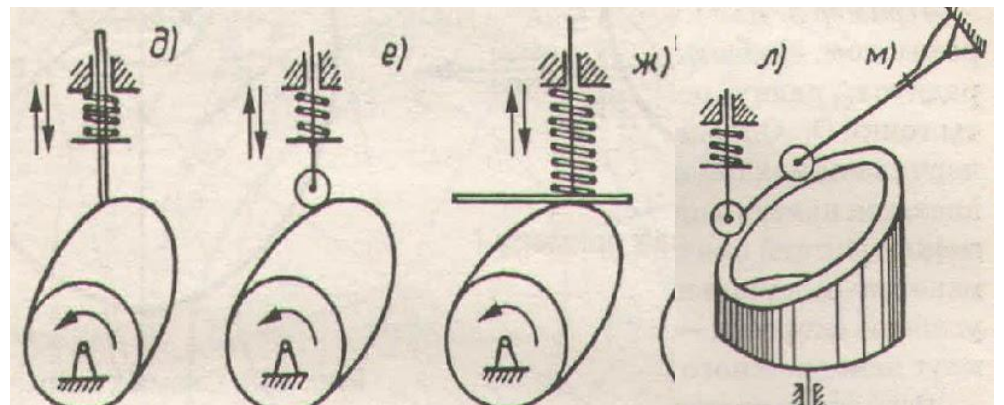
# Тема 6

1. По **назначению** кулачковые механизмы подразделяют на:

- 1) Механизмы, реализующие только заданные величины перемещений ведомого звена без учета характера этих перемещений (клапаны, выключатели);
- 2) Механизмы, реализующие заданный закон движения ведомого звена (технологические, полиграфические машины).

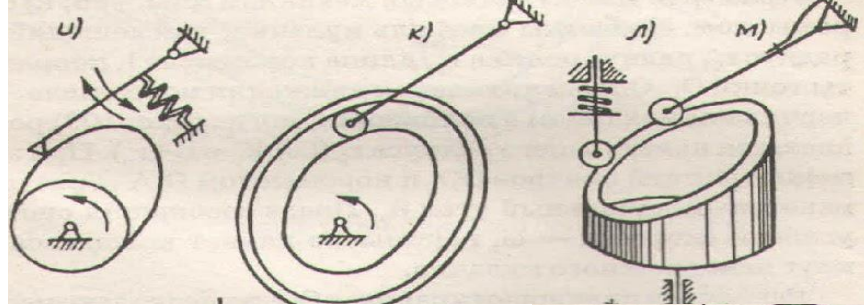
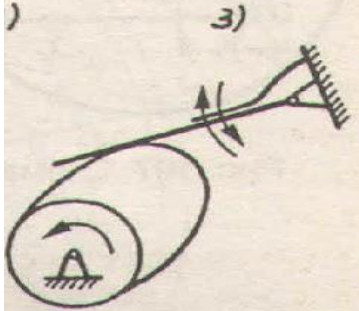
2. По **виду движения** входных и выходных звеньев соответственно:

- поступательное движение в поступательное (рис. а, б);
- поступательное движение в качательное (рис. в, г);
- вращательное движение в возвратно-поступательное (рис. д, е, ж, л);



## Тема 6

– вращательное движение в качательное (рис. 3, и, к, м);

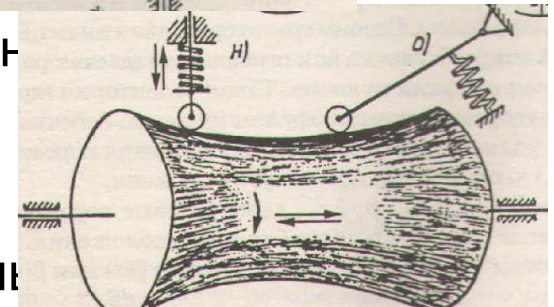


– сложное движение двух независимых переменных в поступательное или качательное (рис. н, о).

3. По **способу замыкания** высшей пары:

– с силовым замыканием (дополнительные гидравлический или пневматический приводы);

– с геометрическим замыканием (посредством конструктивных элементов) (рис. а, б, г, д, е, ж, л, и, н).



4. По **виду элемента** высшей кинематической пары: с **остроконечным** толкателем (обладают высокой точностью воспроизведения движения, однако имеют быстрый износ места контакта кулачка и толкателя); **плоским** или **криволинейным** толкателями и с толкателем, снабженным **роликом**.

# Тема 6

## Основные геометрические параметры кулачкового механизма

Основные параметры кулачкового механизма с толкателем приведены на рис. На этом рисунке приняты следующие обозначения:

1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – ролик;

$n-n$  – нормаль к точке касания;

$\varphi_1$  – **угол поворота** кулачка;

$\alpha$  – **угол давления**;

$R$  – **максимальный радиус** кулачка;

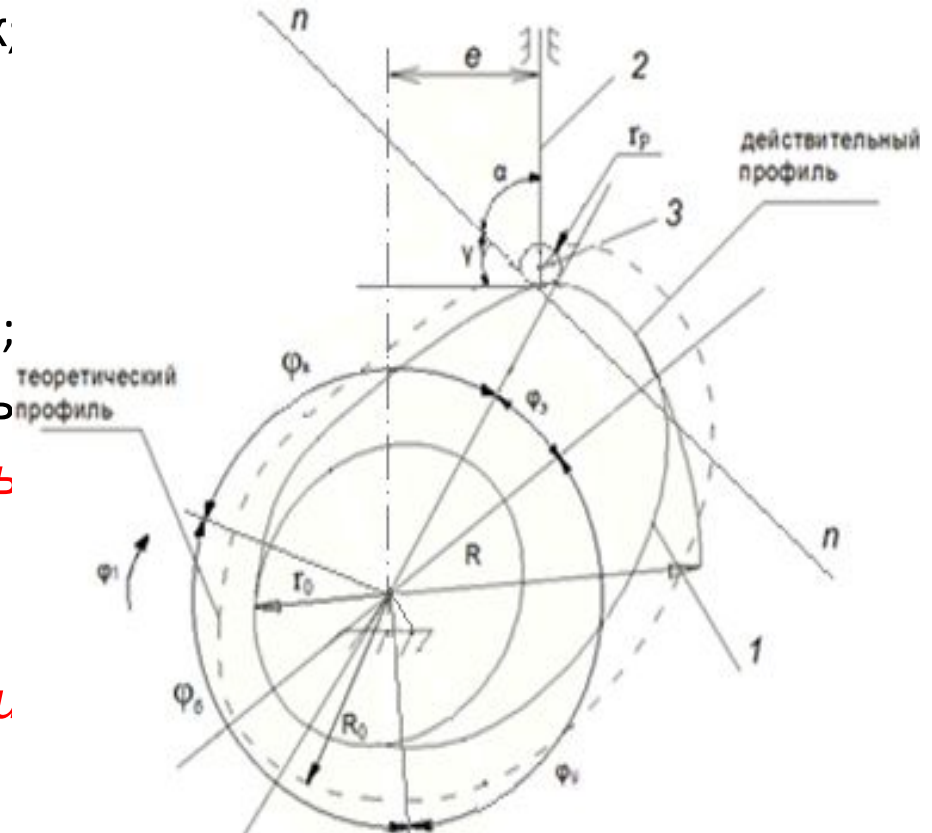
$r_0$  – **минимальный радиус** кривизны кулачка (**радиус кулачковой шайбы**);

$r_p$  – **радиус ролика**;

$\gamma = 90^\circ - \alpha$  – **угол передачи**;

$R_0$  – **радиус начальной окружности** кулачка ( $R_0 = r_0 + r_p$ );

$e$  – **эксцентриситет** (расстояние между осью толкателя и осью вращения кулачка);



# Тема 6

$\varphi_6$  – угол *ближнего стояния*;

$\varphi_v$  – угол *удаления*;

$\varphi_d$  – угол *дальнего стояния*;

$\varphi_e$  – угол *возвращения*;

*теоретический профиль* –  
траектория движения ролика;

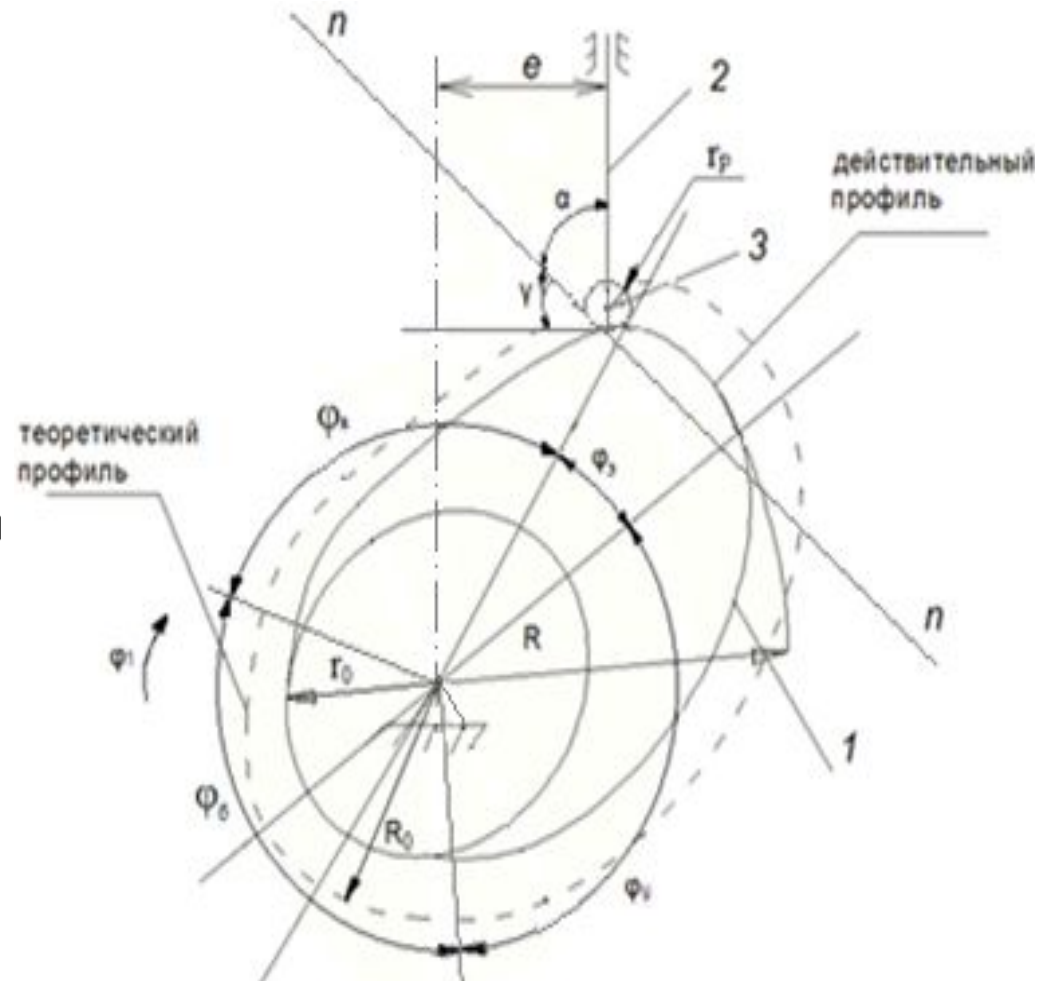
*действительный профиль* –  
кривая, эквидистантно отстоящая  
от теоретического профиля на  
радиус ролика .

*Углом давления* называется  
угол между нормалью  $n-n$  и  
вектором скорости движения  
ведомого звена в точке контакта.

*Углом передачи* называется угол, дополняющий угол давления до  $90^\circ$ .

Полный угол поворота кулачка

$$\varphi_1 = \varphi_6 + \varphi_v + \varphi_d + \varphi_e = 2\pi.$$

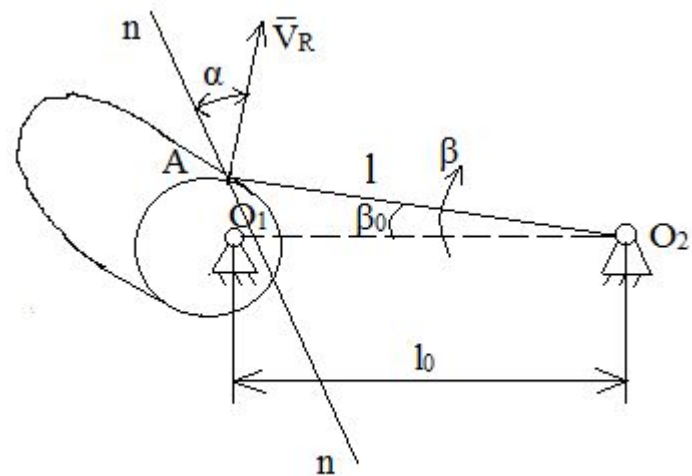


# Тема 6

● Угол ближнего стояния ( $\varphi_6$ ) соответствует участку профиля кулачка с минимальным радиусом  $r_0$ ; угол удаления ( $\varphi_7$ ) – участку профиля кулачка, приводящего к подъему толкателя; угол дальнего стояния ( $\varphi_8$ ) – участку профиля кулачка с максимальным радиусом  $R$ ; угол возвращения ( $\varphi_9$ ) – участку профиля кулачка, приводящего к опусканию толкателя.

В механизмах с **коромысловым толкателем** (коромыслом) помимо фазовых углов и радиусов кулачка используются следующие параметры: длина коромысла ( $l = O_2A$ ); межосевое расстояние ( $l_0 = O_1O_2$ ) и начальный угол ( $\beta_0$ ).

Здесь  $\beta$  – угол поворота коромысла.





# Тема 6

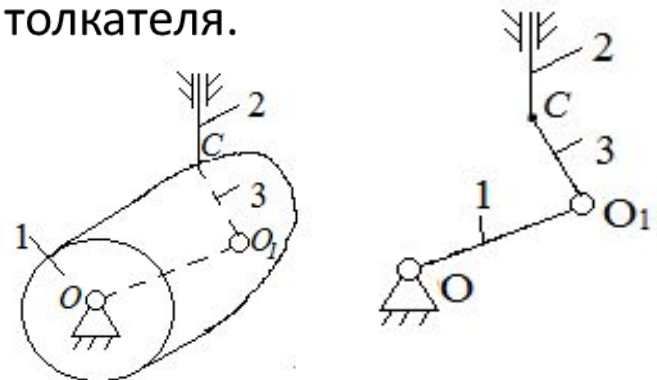
## ● 6.5.2. Кинематическое исследование кулачковых механизмов

При кинематическом исследовании кулачковых механизмов считаются известными **основные размеры** механизма:  $r_0, l, r_p, l_0, e$ , **координаты положения** кинематических пар, а также **координаты профиля** кулачка. При этом профиль задается в виде аналитических зависимостей или графически, с помощью графиков или таблиц

Требуется сначала решить задачу о положениях, т.е. **определить закон движения ведомого звена**, а затем найти его **скорости** и **ускорения**.

Задача кинематического исследования кулачковых механизмов может быть сведена к задаче исследования эквивалентных рычажных механизмов, например, кривошипно-ползунных, если воспользоваться заменой высшей КП в т. контакта кулачка и толкателя.

Высшая КП может быть заменена двумя вращательными парами 5-го класса, одна из которых расположится в точке контакта звеньев (т.  $C$ ), а вторая – в центре кривизны (т.  $O_1$ ) кулачка, и дополнительным звеном – шатуном 3.



# Тема 6

- *Задача о положениях* в кулачковых механизмов может быть решена аналитическими или графическими методами.

*Аналитическое* решение, как правило, используется в тех случаях, когда уравнение профиля кулачка задано в аналитическом виде (специальные кулачки). Рассмотрим примеры таких механизмов.

Пример 1. *Эксцентрик* кулачковый механизм.

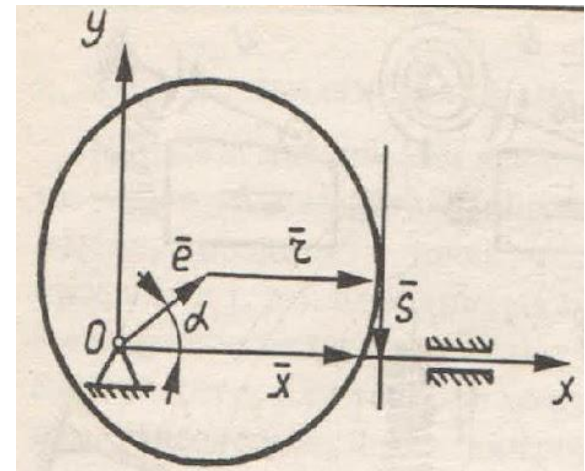
В этом механизме с плоским толкателем кулачок выполнен в виде эксцентрика, т.е. кругового цилиндра радиуса  $r$ , вращающегося вокруг оси, смещенной относительно оси симметрии на величину  $e$ .

Для решения задачи воспользуемся методом замкнутого векторного контура.

$$\bar{x} = \bar{e} + \bar{r} + \bar{s}.$$

Проектируя это уравнение на ось  $x$ , получим

$$x = e \cos \alpha + r.$$



## Тема 6

- Пример 2. Механизм с кулачком в виде *архимедовой спирали*.

Кулачок выполнен по участкам архимедовой спирали с уравнением

$$r = r_0 + r_0 \alpha,$$

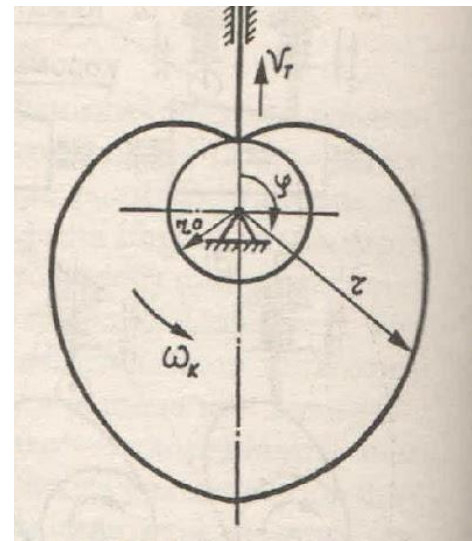
где  $r_0$  – наименьший радиус-вектор его тела.

При повороте кулачка на угол  $\alpha = \varphi$  толкатель переместится на величину

$$s = r - r_0 = r_0 \varphi.$$

Скорость толкателя на участке подъема

$$v = ds/dt = r_0 \frac{d\varphi}{dt} = r_0 \omega_1.$$



## Тема 6

- В тех случаях, когда профиль кулачка задан в виде графика или таблицы, задача кинематического анализа решается графически с помощью *метода обращения движения* или *инверсии (метод Виллиса)*.

Всему механизму сообщается дополнительное вращение с угловой скоростью, равной угловой скорости кулачка и направленной в противоположную сторону. В этом случае кулачок как бы останавливается, а ведомое звено будет вращаться вокруг кулачка с угловой скоростью равной  $-w_1$  и одновременно перемещаться в направляющих. Замеряя в заранее заданных положениях перемещение ведомого звена, строятся графики перемещений:

$s = f(t)$  – если ведомое звено толкатель;

$v = f(t)$  – если ведомое звено коромысло.

Задачи определения скоростей и ускорений в этом случае решаются методом графического дифференцирования графиков перемещений.

Рассмотрим пример получения графика перемещений коромыслового толкателя. Пусть известны основные размеры механизма:  $r_0, l, r_p, l_0$ , положение оси вращения толкателя, а также действительный профиль кулачка.

# Тема 6

Требуется определить закон движения толкателя  $\beta(\omega)$

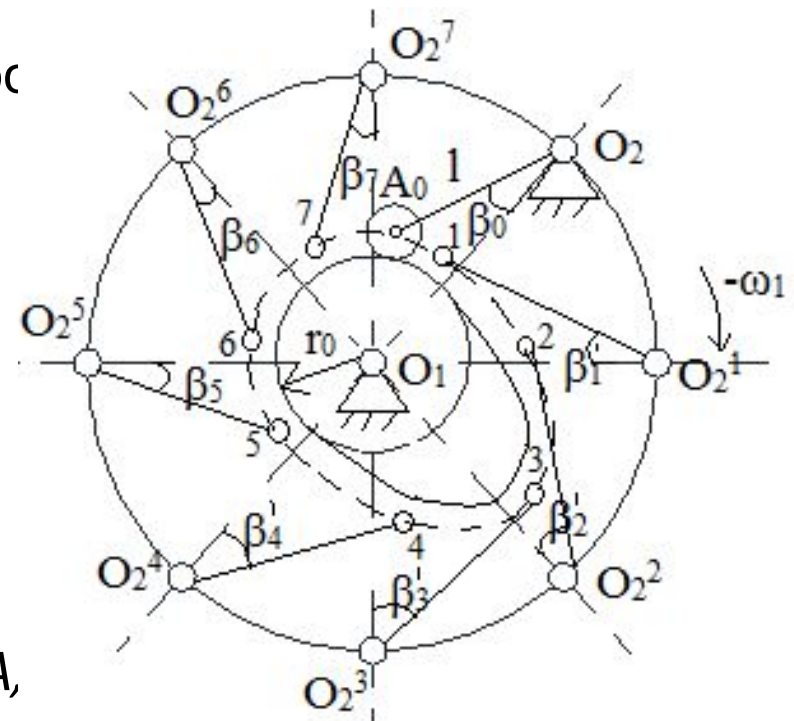
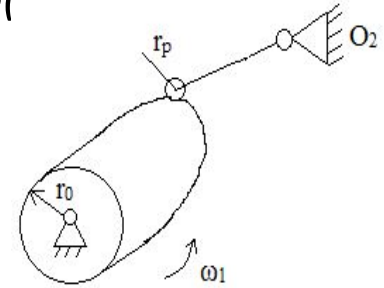
*Порядок решения:*

1. Задаем масштабным коэффициентом  $\mu_l$  и вычерчиваем механизм в положении, когда ролик касается наименьшего радиуса  $r_0$ , определяем начальный угол  $\beta_0$ ;

2. Сообщаем механизму угловую скорость равную  $-\omega_1$ . Описываем окружность радиусом  $OO_1$  и разделяем её на 8 (12, 24 и т.д.) равных частей;

3. Засечками радиусом  $r_p$  из точек действительного профиля кулачка вычерчиваем теоретический профиль кулачка;

4. Засечками из точек  $O_1^i$ , радиусом  $O_1A_i$ , отмечаем положение центра ролика на теоретическом профиле;





# Тема 6

5. Измеряем соответствующие углы  $\beta^i$  и вычисляем разности:

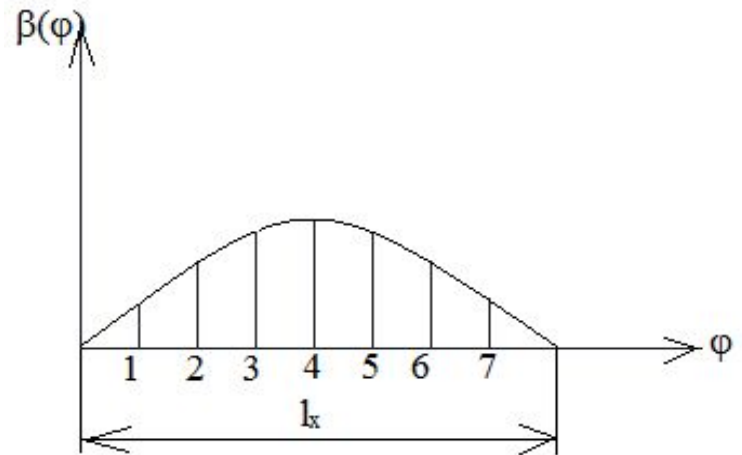
$$\beta_1 = \beta_1' - \beta_0; \beta_2 = \beta_2' - \beta_0; \beta_3 = \beta_3' - \beta_0 \text{ и т.д.}$$

6. Строим график  $\beta(\varphi)$ .

5. Измеряем соответствующие углы  $\beta^i$  и вычисляем разности:

$$\beta_1 = \beta_1' - \beta_0; \beta_2 = \beta_2' - \beta_0; \beta_3 = \beta_3' - \beta_0 \text{ и т.д.}$$

6. Строим график  $\beta(\varphi)$ .



## Тема 6

### 6.5.3. Основные задачи синтеза кулачковых механизмов

Конечной целью синтеза кулачковых механизмов является *проектирование профиля* кулачка. Для её решения предварительно необходимо решить следующие задачи:

1. Выбор кинематической схемы кулачкового механизма;
2. Определение законы движения ведомого звена;
3. Выбор основных размеров механизма.

Выбор *кинематической схемы* определяется, в первую очередь, из конструктивных соображений, исходя из условий применения кулачкового механизма.

*Законы движения* ведомого звена определяются кинематическими, динамическими, конструктивными и технологическими требованиями, главные из которых – динамические.

На выбор *основных размеров* кулачкового механизма оказывает влияние конструктивные, кинематические и динамические требования: обеспечение минимальных размеров кулачкового механизма; обеспечение заданных законов движения; обеспечение высокого КПД и отсутствие заклинивания кулачкового механизма

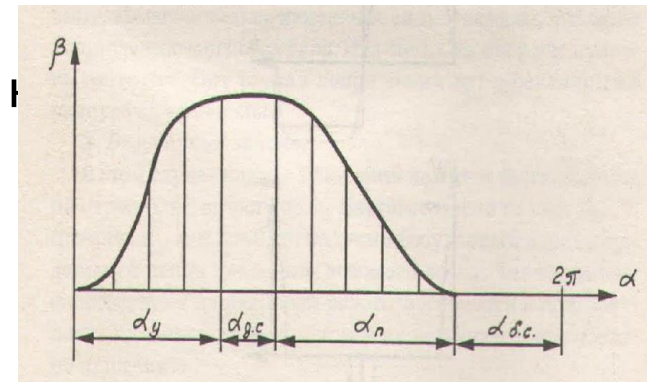
# Тема 6

## 6.5.4. Выбор закона движения ведомого звена

Закон движения ведомого звена определяется величиной хода толкателя, либо выполняемой технологической операцией. Основное требование – обеспечение минимальных динамических нагрузок. Это требование относится, прежде всего, к фазам удаления и возвращения ведомого звена.

По характеру динамического воздействия на ведомое звено различают три вида законов движения:

- законы, приводящие к жесткому удару;
- законы, приводящие к мягкому удару;
- безударные законы.



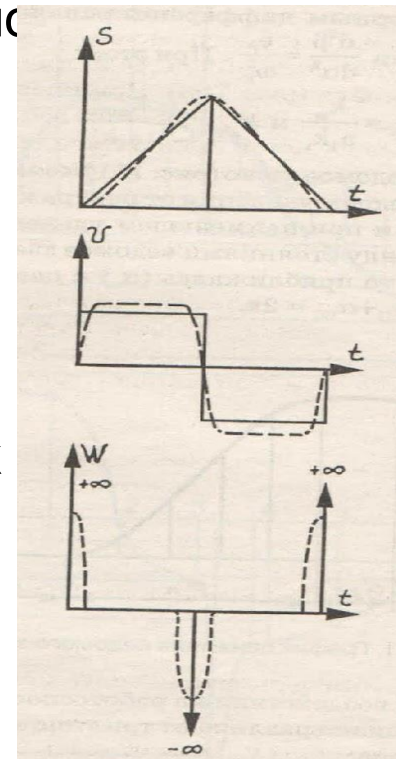
# Тема 6

## Законы жесткого удара

Скорость ведомого звена имеет разрывы I рода (**законы постоянной скорости**). В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке возникают бесконечно большие ускорения, приводящие к появлению бесконечно больших сил инерции и жестким ударам кулачка о толкатель. Эти удары приводят к износу рабочей поверхности, нарушают точность и долговечность.

Закон постоянства скорости позволяет получить кулачковый механизм, профиль которого представляет собой спираль Архимеда.

Эти законы применяются при малых скоростях движения ведомого звена и в несилowych кулачковых механизмах (приборах и т. п.)



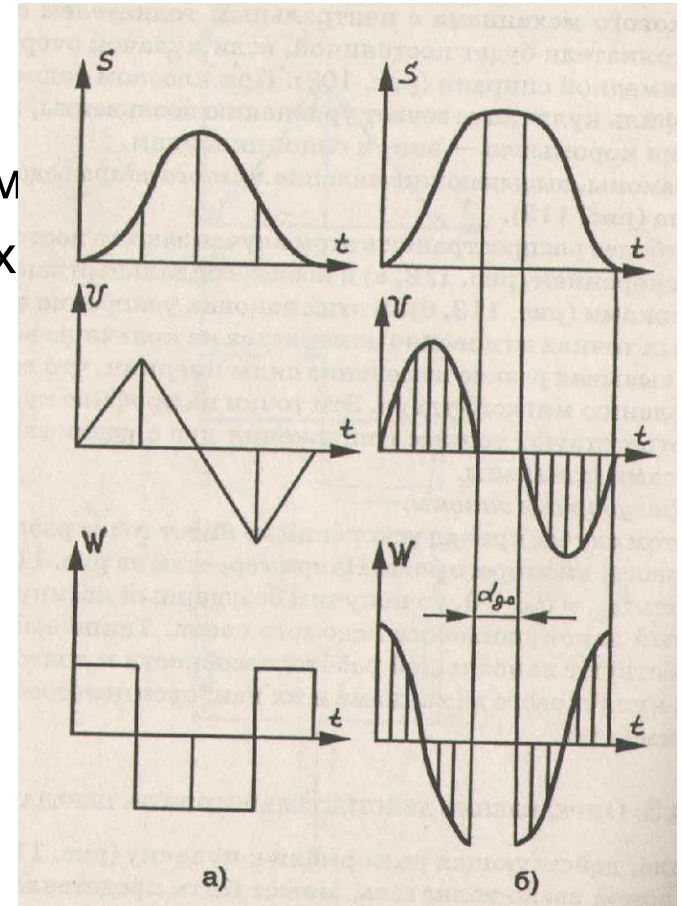
# Тема 6

## Законы мягкого удара

Скорость при этих законах изменяется непрерывно, а ускорение имеет точки разрыва // рода.

В точках разрыва возникает резкое изменение ускорений и сил инерции, что приводит к мягкому удару, вибрациям, шуму

Эти законы используются в механизмах движущихся с умеренными скоростями и имеющих умеренные нагрузки.

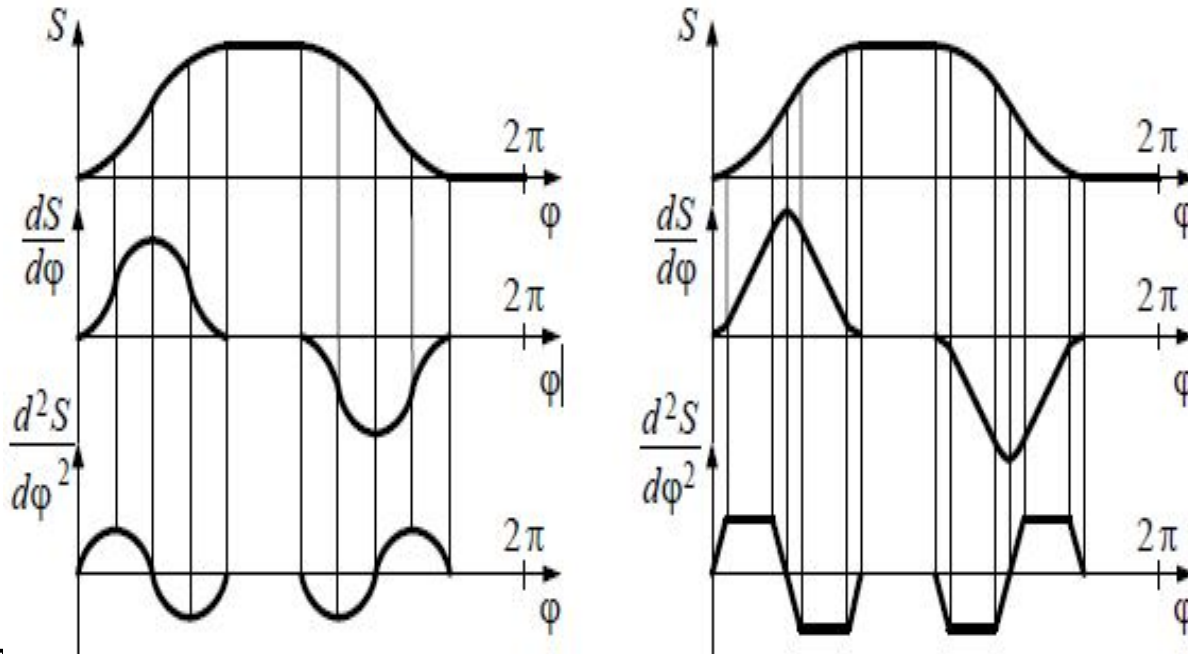




# Тема 6

## Безударные законы

При этих законах ускорение является непрерывной функцией времени и может меняться по закону трапециевидальному или синусоидальному закону.



В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке ускорения, а, следовательно, и силы инерции равны нулю. В результате происходит безударное взаимодействие кулачка и толкателя.

Эти законы применяются в механизмах, движущихся со значительными скоростями и испытывающих значительные

## Тема 6

### 6.5.5. Определение основных размеров кулачковых механизмов

К числу основных размеров относятся:

$r_0$  – минимальный радиус кулачка (радиус кулачковой шайбы);

$e$  – величина эксцентриситета кулачка и толкателя;

$r_p$  – радиус ролика;

$l$  – длина коромысла;

$l_0$  – межосевое расстояние;

$\beta_0$  – начальный угол коромысла;

$A_0$  – начальное положение толкателя.

На выбор размеров кулачковых механизмов оказывают влияние конструктивные, кинематические и динамические требования. К числу последних относятся: обеспечение высокого КПД при минимальных габаритах и отсутствие заклинивания кулачка.

# Тема 6

## 1. Кулачковый механизм с остроконечным толкателем

Покажем внешние силы, действующие на механизм.

Здесь обозначено:

$\bar{F}$  – равнодействующая сил, приложенных к толкателю: силы полезного сопротивления, силы тяжести толкателя, силы инерции толкателя, силы упругости возвратной пружины;

$\bar{F}_{12}$  – реакция со стороны толкателя, без учета силы трения;

$\bar{F}_{02}$  – реакция со стороны стойки на толкатель 2.

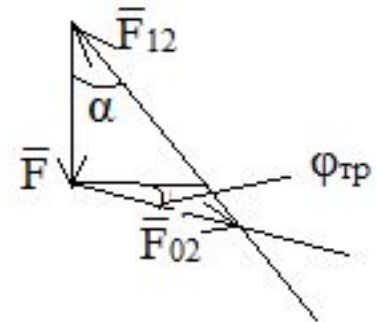
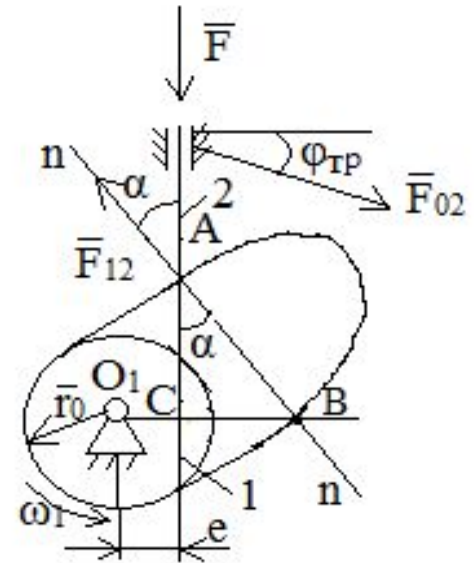
Векторное уравнение равновесия

$$\bar{F} + \bar{F}_{02} + \bar{F}_{12} = 0.$$

Решим его графически

$$\frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{\text{тр}})}{\sin[90^\circ - (\alpha + \varphi_{\text{тр}})]} = \frac{\cos \varphi_{\text{тр}}}{\cos(\alpha + \varphi_{\text{тр}})} = \delta,$$

где  $\delta$  – коэффициент возрастания усилия.



## Тема 6

- Если  $\alpha + \varphi_{\text{тр}} = 90^\circ$ , то  $\delta = \infty$  и механизм **заклинится**.

Угол заклинивания  $\alpha_3 = 90^\circ - \varphi_{\text{тр}}$ . Чтобы не было заклинивания, угол  $\alpha$  делают меньше угла заклинивания. Если  $\alpha \rightarrow \alpha_3$ , то  $\delta \rightarrow \infty$ , что повлечет за собой увеличение силы трения и снижение КПД. С другой стороны, если  $\alpha \rightarrow 0$ , то увеличатся размеры механизма, так как при этом увеличиваются эксцентриситет  $e$  и ход толкателя  $S_A$ :

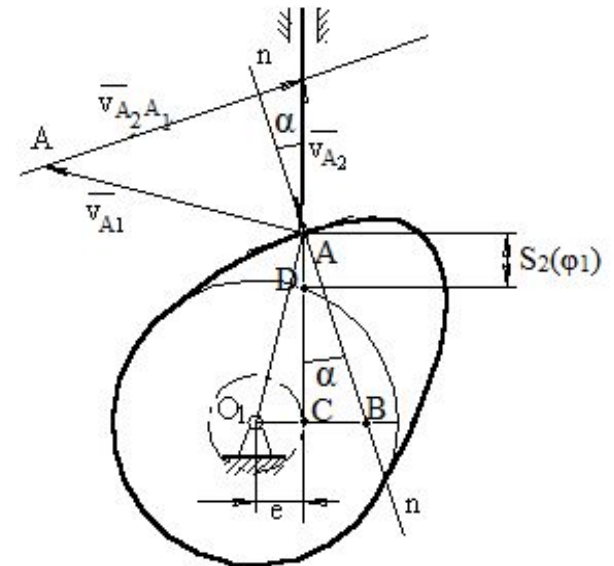
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - e}{S_A}$$

Обычно принимают  $\alpha_{\text{max}} = (30-40)^\circ$  – для механизмов с толкателем и  $\alpha_{\text{max}} = (45-50)^\circ$  – для механизмов с коромыслом.

Выразим угол давления через основные размеры механизма. Скорость толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где  $V_{A_2} = \frac{ds_2}{dt}$ ;  $V_{A_1} = \omega_1 O_1A$ ;  $\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$ .



Так как  $\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$ , то  $\frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = \frac{O_1B}{O_1A}$ , или  $\frac{\frac{ds_2}{dt}}{\omega_1 O_1A} = \frac{O_1B}{O_1A}$ .

# Тема 6

- Откуда  $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = O_1B$ .

Выражение  $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = \frac{ds_2}{d\varphi_1}$  будет являться *аналогом скорости* толкателя.

Таким образом

$$O_1B = \frac{ds_2}{d\varphi_1}.$$

Из  $\Delta ABC$ :

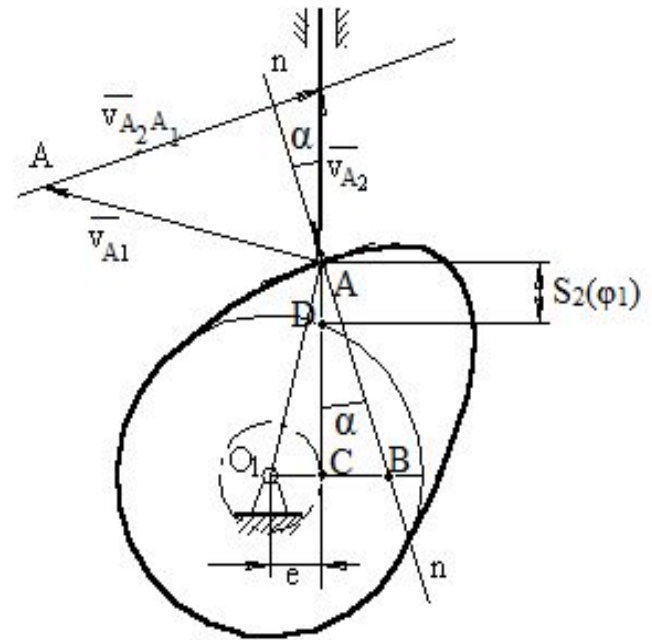
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - O_1C}{DC + AD},$$

где  $O_1C = e$ ;  $DC = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ ;  $AD = S_2(\varphi_1)$ .

$$\text{Тогда } \tan \alpha = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

где  $S_2(\varphi_1)$  – функция положения, зависящая от угла давления.

Таким образом, угол давления связывает между собой основные размеры кулачкового механизма.





# Тема 6

- Если известны аналитические зависимости для функции положения, с помощью полученной формулы можно найти угол давления.

Например, для кулачка в виде *архимедовой спирали*

$$s_2 = r_0(1 + \varphi_1) - r_0 = r_0 \varphi_1.$$

Угол давления

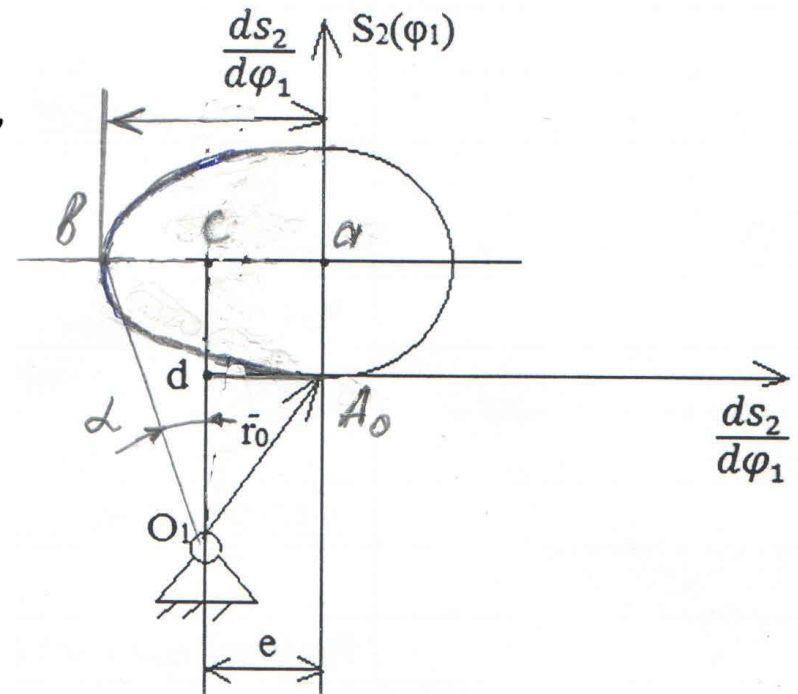
$$\tan \alpha = r_0 / r_0(1 + \varphi_1) = 1 / (1 + \varphi_1).$$

Для механизма с *плоским* толкателем  $\alpha = 0$ .

Если функция положения толкателя и аналог его скорости заданы графически, то величину угла давления можно определить графическим путем.

Для этого необходимо построить зависимость аналога скорости толкателя от его перемещения

$$\frac{ds_2}{d\varphi_1} = f(S_2).$$



## Тема 6

- Угол  $\alpha$  на этом рис. будет совпадать с углом давления. Действительно

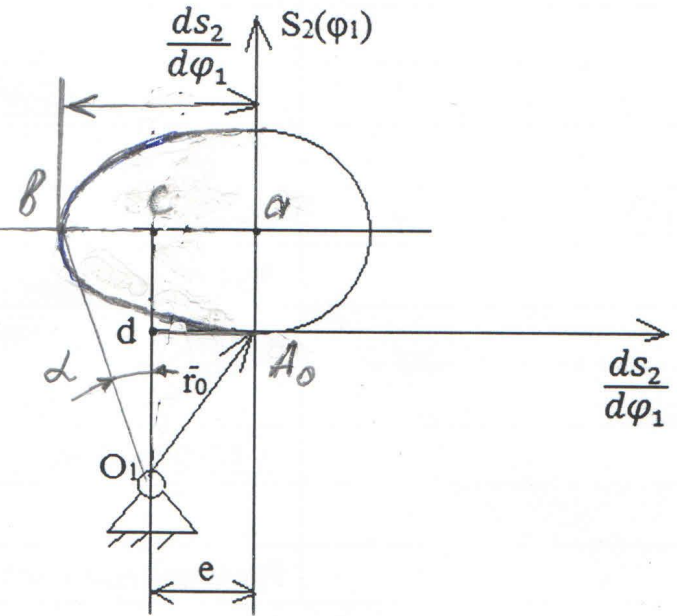
$$\tan \alpha = \frac{bc}{O_1c} = \frac{ab-ac}{O_1d+dc} = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

С другой стороны, с помощью полученной зависимости можно решить и **обратную задачу** по определению радиуса кулачковой шайбы  $r_0$  при задании функции положения  $S_2(\varphi_1)$ , эксцентриситета  $e$  и максимального значения  $\alpha_{max}$  угла давления.

С этой целью строится **передаточная диаграмма**, представляющая собой зависимость

$$S_2(\varphi_1) = f\left(\frac{ds_2}{d\varphi_1}\right),$$

как для фазы удаления, так и для возвращения, в масштабе  $\mu_{S_2} = \mu(ds_2 / d\varphi_1)$ .



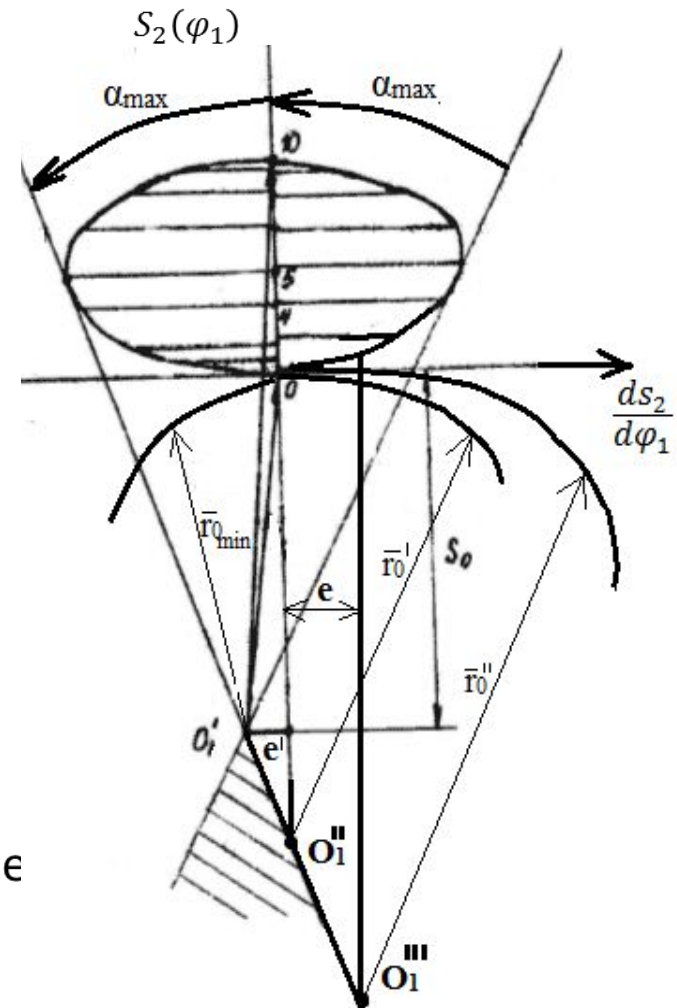
# Тема 6

- Отрезки, изображающие аналоги скоростей толкателя, откладываются с той стороны диаграммы, в которую будет повернут, по направлению угловой скорости кулачка, вектор линейной скорости толкателя.

Если вращение кулачка происходит против часовой стрелки, то фазе удаления будет соответствовать левая ветвь диаграммы, а фазе возвращения – правая ветвь, и наоборот.

Каждой то передаточной диаграммы соответствует определенный угол поворота кулачка, а, следовательно, и угол давления.

Если к правой и левой частям диаграммы провести касательные под углом  $\alpha_{max}$ , то точка их пересечения ( $O_1'$ ) определит положение оси вращения кулачка и радиус  $r_{0min}$ .



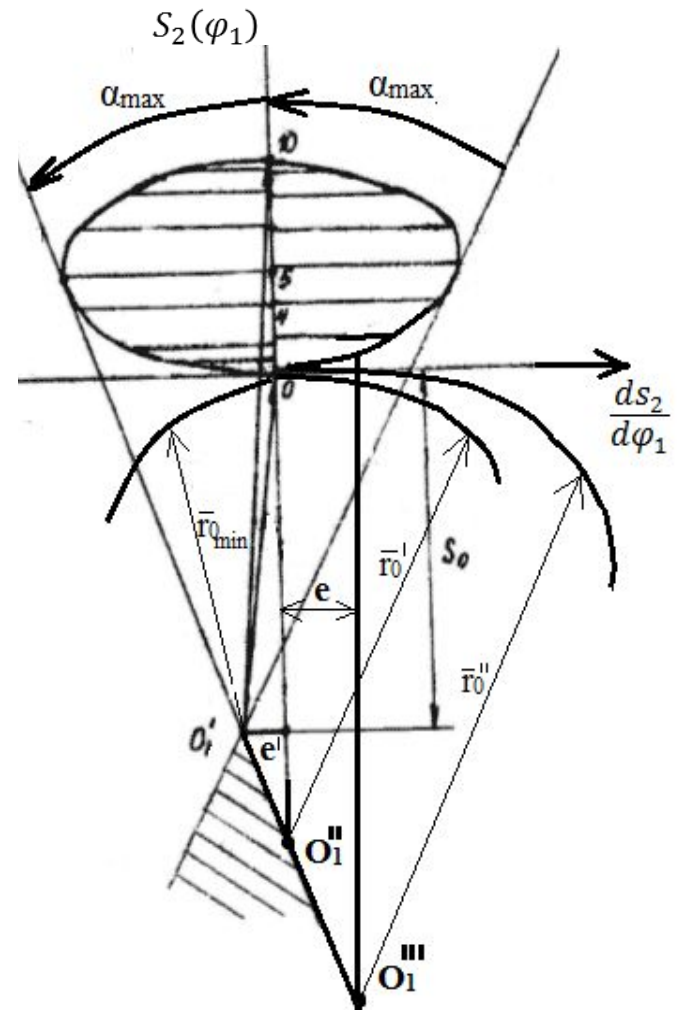
# Тема 6

- При этом получится некоторый эксцентриситет, равный  $e'$ . Если выбрать за ось вращения кулачка т.  $O_1''$ , то эксцентриситет будет равен нулю, а радиус кулачковой шайбы –  $r_0'$ .

Если эксцентриситет задан, то на расстоянии  $e$  от оси  $S_2(\varphi_1)$  проводится параллельная ей прямая, на которой можно выбрать т.  $O_1'''$

В этом случае радиус кулачковой шайбы будет равен  $r_0''$ .

Если расположить ось вращения кулачка ниже касательных, в заштрихованной области, то угол давления всегда будет меньше допустимого значения.



# Тема 6

## 2. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем

В этом случае угол давления будет измеряться между направлением т. А коромысла и нормалью  $n - n$  (см. рис.).

Скорость т. А толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где  $V_{A_1} = \omega_1 O_1 A$ ;  $V_{A_2} = \omega_2 O_2 A$ ;

$\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$ .

Проведем через т.  $O_1$  прямую, параллельную нормали и отметим на ней т.  $B$ .

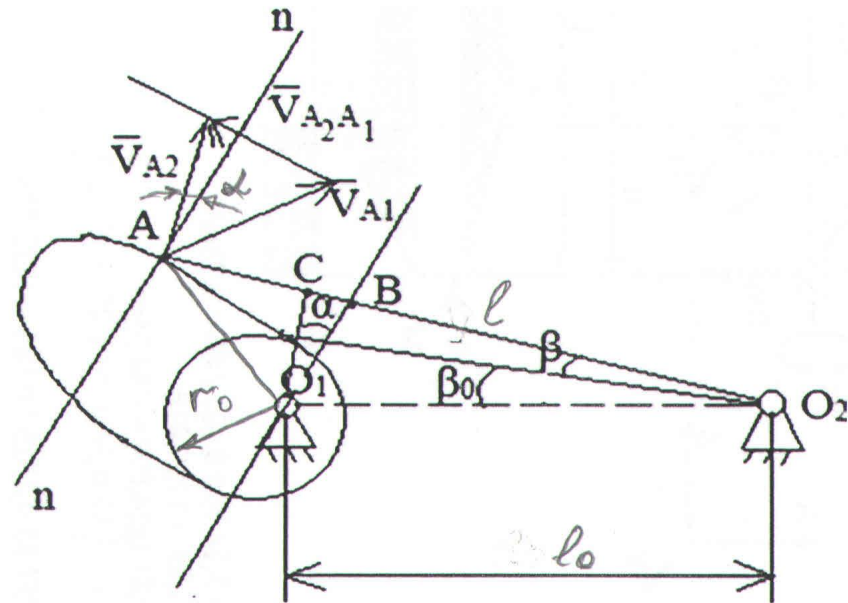
$\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$ , откуда

$$\frac{O_1A}{AB} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{\omega_1 O_1A}{\omega_2 O_2A} \text{ или } O_2A/AB = \omega_1/\omega_2.$$

Откуда

$$AB = \frac{\omega_2}{\omega_1} O_2A = \frac{\omega_2}{\omega_1} l = \frac{d\beta}{d\varphi_1} l,$$

где  $\frac{d\beta}{d\varphi_1}$  – *аналог угловой скорости* коромысла;  $l$  – длина коромысла.





## Тема 6

● Найдем угол давления. Опустим из т.  $O_1$  перпендикуляр  $O_1 C$  на коромысло. Угол  $\angle BO_1C = \alpha$  – угол давления.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{O_1C} = \frac{AB-AC}{O_1C}.$$

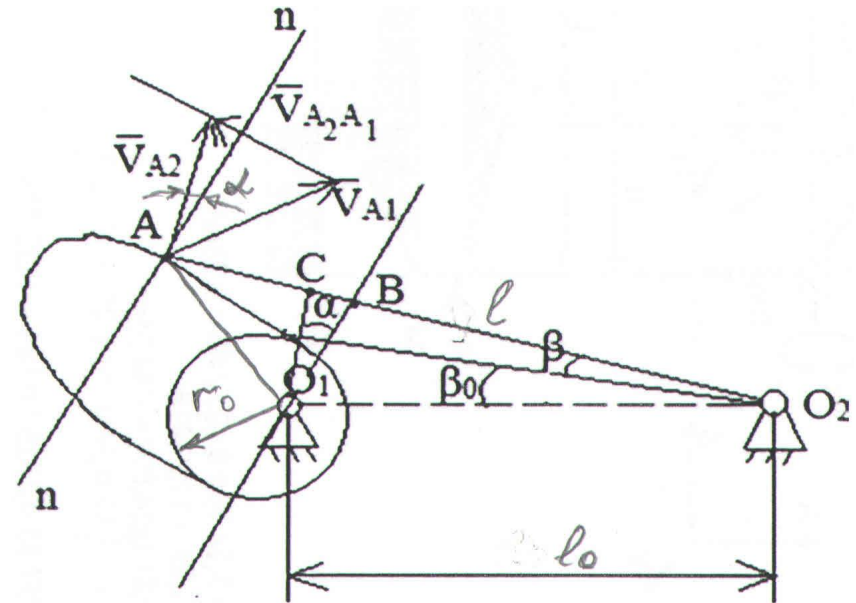
Здесь

$$AC = O_2A - O_2C = l - l_0 \cos(\beta + \beta_0);$$

$$O_1C = l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0).$$

Тогда

$$\tan \alpha = \frac{\pm \frac{d\beta}{d\varphi_1} l - [l - l_0 \cos(\beta + \beta_0)]}{l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0)}.$$



Знак ( $\pm$ ) берется потому, что угловая скорость коромысла  $\omega_2$  имеет различное направление на фазах удаления и возвращения коромысла.

С увеличением межосевого расстояния  $l_0$  угол давления уменьшается, а габариты механизма увеличиваются. Радиус кулачковой шайбы

$$r_0 = (l^2 - l_0^2 - 2 l l_0 \cos \beta_0)^{1/2}.$$

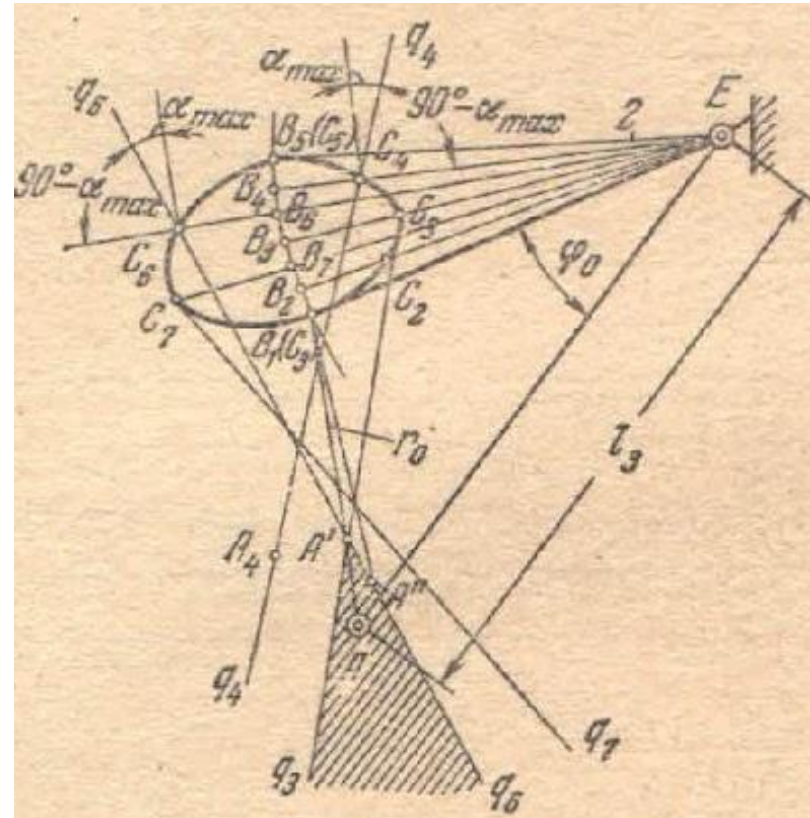
## Тема 6

- Определим положение оси вращения коромысла (см. рис.).

Для этого по заданному закону движения коромыслового толкателя производим разметку положений конечной точки коромысла (т.  $B$ ).

После этого на лучах, проведенных через эти точки, откладываем отрезки, равные  $(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})l$ . При этом эти отрезки, откладываются с той стороны диаграммы, в которую будет повернут, по направлению угловой скорости кулачка, вектор линейной скорости т.  $B$  толкателя.

Зона допустимых положений оси вращения кулачка будет находиться в заштрихованной области, между прямыми, проведенными под углами  $(90^\circ - \alpha_{max})$  из точек  $C_i$ , имеющими **наиболее удаленную от диаграммы точку пересечения** (т.  $A'$ ).



# Тема 6

## 3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

У механизмов этого типа угол давления постоянен и равен:  $\alpha = 0$ . Введение эксцентриситета в этих механизмах *нецелесообразно*. В основе определения величины радиуса кулачковой шайбы лежит условие *выпуклости профиля* ( $\rho \geq 0$ ) кулачка (для исключения двоякой кривизны).

Заменяем высшую кинематическую пару в т. А. Точка  $O_1$  – центр кривизны профиля.

Тогда условие выпуклости

$$\rho_k = S_2(\varphi_1) + r_0 + x \geq 0, \quad (1)$$

где  $x$  – неизвестная величина.

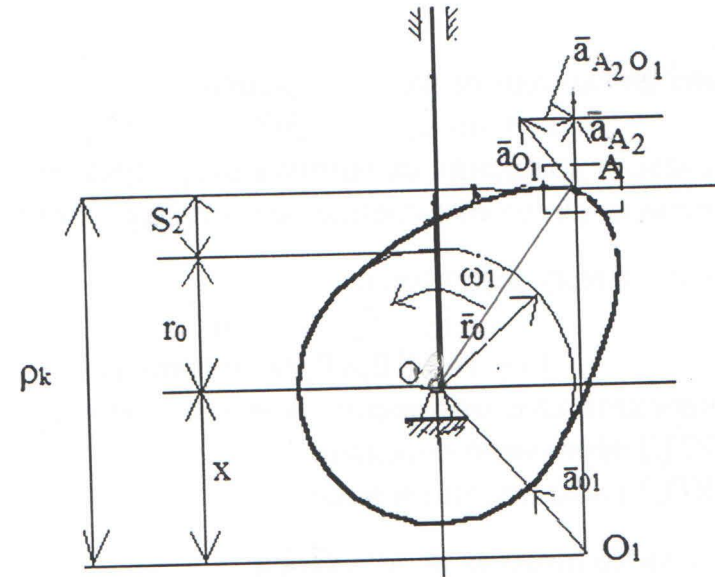
Определим абсолютное ускорение т.  $A_2$

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{A_2O_1}^n + \bar{a}_{A_2O_1}^t,$$

где  $a_{A_2} = \frac{d^2 s_2}{dt^2} = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2$ ;  $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$ ;  $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$ ;  $a_{A_2O_1}^n = 0$ ;

$\bar{a}_{A_2O_1}^t \perp AO_1$ .

Строим план ускорений (см. рис.).



## Тема 6

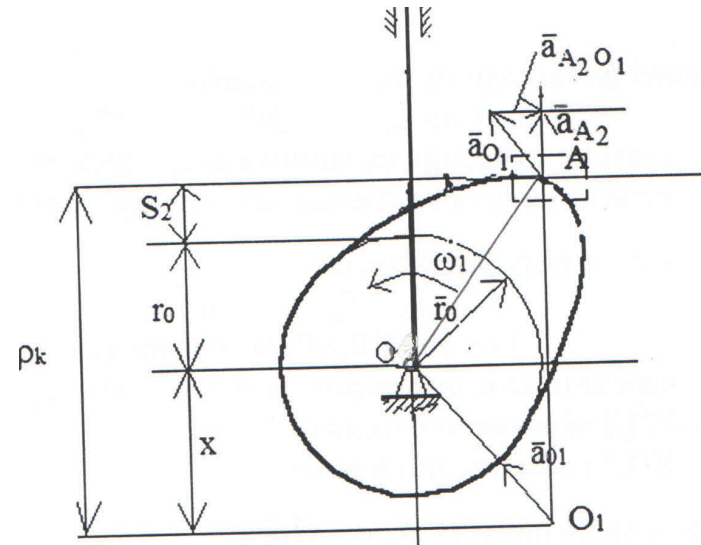
- $\Delta OO_1C \sim Aa_{O_1}a_{A_2}$ .

Из подобия следует

$$\frac{a_{A_2}}{a_{O_1}} = \frac{O_1C}{OO_1} = \frac{\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2}{\omega_1^2} \cdot OO_1,$$

Откуда

$$x = O_1C = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}. \quad (2)$$



Это – *аналог ускорения* толкателя. Подставляя (2) в (1), будем иметь

$$s_2(\varphi_1) + r_0 + \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \geq 0,$$

откуда  $\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[s_2(\varphi_1) + r_0]} \leq 1$ . Подставляя в правую часть  $\tan 45^\circ = 1$ , получим

$$\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[s_2(\varphi_1) + r_0]} \leq \tan 45^\circ.$$

# Тема 6

- Последнее уравнение удобно для графического решения. Для этого строим передаточную диаграмму

$$\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} = f[S_2(\varphi_1)].$$

Из т.  $b$  (максимального отрицательного значения оси абсцисс) под углом  $45^\circ$  к оси ординат графика проводится прямая.

Для кулачковых механизмов, снабженных роликом, необходимо определять не радиус кулачковой шайбы  $r_0$ , а радиус начальной окружности кулачка, равный  $R_0 = r_0 + r_p$ .

При этом радиус ролика принимается равным  $r_p \leq 0,4 R_0$ .

