

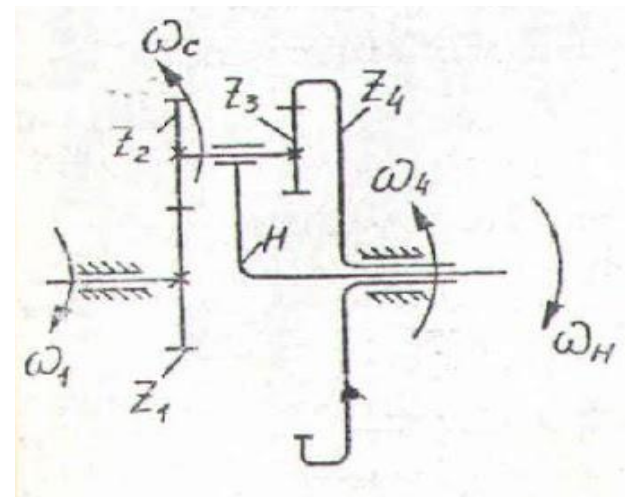
Тема 6

6.4.2. Метод обращения движения

Планетарному механизму сообщается скорость, численно равная скорости водила и противоположная по направлению. При этом получается новый механизм, эквивалентный в относительном движении исходному, у которого водило неподвижно. Таким образом, имеем механизм *с неподвижными осями*, у которого угловые скорости звеньев равны: $w_1 - w_H$; $w_2 - w_H$, $w_3 - w_H$.

Для этого механизма можно применить формулу для передаточного отношения механизмов с неподвижными осями:

$$i_{14}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_2 - w_H} * \frac{w_2 - w_H}{w_4 - w_H} = \frac{w_1 - w_H}{w_4 - w_H} =$$
$$= (-1)^1 \frac{z_2}{z_1} * \frac{z_4}{z_3} = - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$



В общем случае для n колес *формула Виллиса* принимает вид:

$$i_{1n}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_n - w_H} = i_1 i_2 i_3 \dots i_n (-1)^k.$$

Здесь *верхний* индекс обозначает неподвижный элемент, а *нижний* – от какого входного и к какому выходному колесу передается движение.

Тема 6

- Используя формулу Виллиса, можно получить необходимое передаточное отношение.

Предположим, что колесо n неподвижно, т.е. $n = 0$. Тогда

$$\frac{w_1 - w_H}{0 - w_H} = i_{1n}^H; \quad \frac{w_1}{w_H} = 1 - i_{1n}^H,$$

откуда

$$i_{1H}^n = 1 - i_{1n}^H.$$

Если за входное колесо взять водило, то получим:

$$i_{H1}^n = \frac{1}{i_{1H}^n}.$$

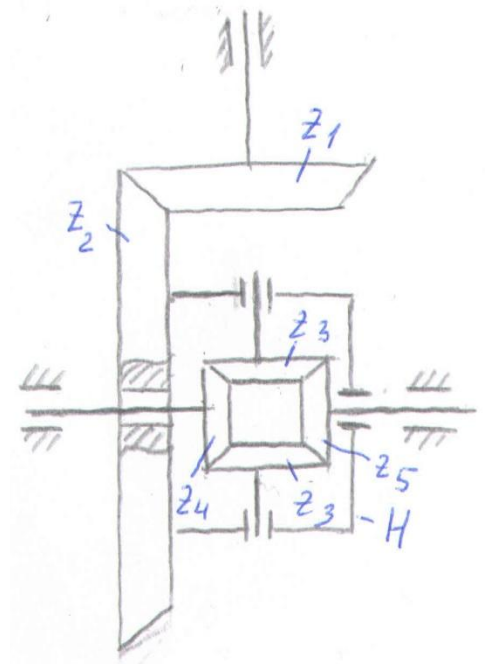
В качестве примера рассмотрим редуктор автомобильного моста.

Передаточное отношение между полуосями

$$i_{45}^H = \frac{w_4 - w_H}{w_5 - w_H} = -\frac{z_3 z_5}{z_4 z_3} = -\frac{z_5}{z_4} = -1.$$

откуда $w_4 - w_H = w_H - w_5$, а $w_H = (w_4 + w_5)/2$.

Если остановить одно из колес (например, 4), то $i_{5H}^4 = 1 + (-1) = 2$, а $w_H = w_5/2$. При остановленном водиле (z_2): $w_4 = -w_5$ (в разные стороны).



Тема 6

● 6.4.3. Подбор чисел зубьев планетарных механизмов

При выборе чисел зубьев планетарных механизмов, необходимо обеспечить выполнение множество условий. Из них обязательные: обеспечение требуемого передаточного отношения; соблюдение условий соосности; выполнение условия соседства; выполнение условия зацепления или сборки. Помимо этих условий необходимо обеспечить высокий КПД, минимальные габариты и массу, высокую прочность зубьев, максимальную точность работы и т.д. Рассмотрим выполнение основных условий.

1) Обеспечение *передаточных отношений*

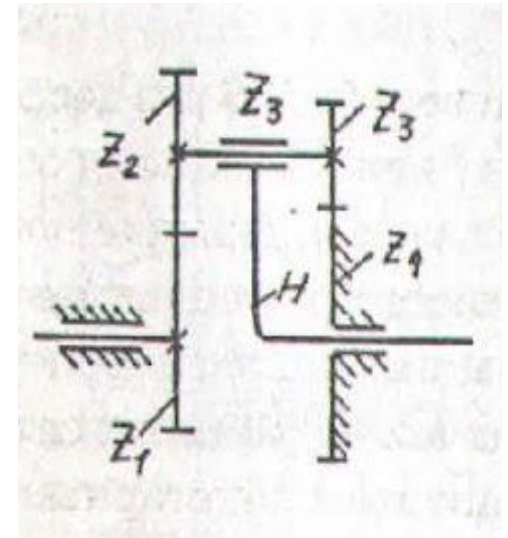
Это условие определяется формулой Виллиса:

$$i_{1n}^H = \frac{w_1 - w_H}{w_n - w_H} = i_1 i_2 i_3 \dots i_n (-1)^k.$$

$$i_{14}^n = 1 - i_{1n}^H = 1 - (-1)^2 \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{z_1 z_3 - z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$i_{H1}^4 = \frac{1}{i_{1H}^4} = \frac{z_1 z_3}{z_1 z_3 - z_2 z_4}.$$

Подбором зубьев знаменатель можно сделать сколь угодно малым и получить *большое передаточное отношение*.



Тема 6

- 2) Соблюдение условия *соосности*.

Для планетарного механизма, рассмотренного выше, это условие ($a_{wI} = a_{wII}$) примет вид

$$\frac{m_I(z_1 + z_2)}{2 \cos \alpha_{wI}} = \frac{m_{II}(z_3 + z_4)}{2 \cos \alpha_{wII}},$$

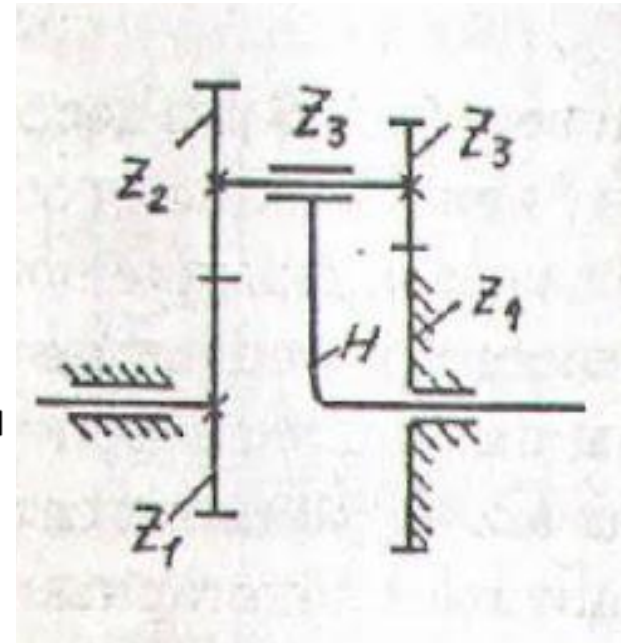
где: m_I, m_{II} – модули зацепления; $\alpha_{wI}, \alpha_{wII}$ – углы зацепления; α – угол профиля рейки.

При равенстве модулей, в случае нулевых зубчатых колес, когда угол профиля рейки равен углам зацепления, получим $(z_1 + z_2) = (z_3 + z_4)$.

- 3) Соблюдение условия *соседства*.

Условие соседства – это условие равномерного размещения сателлитов по траектории движения подвижной оси.

Применяется при числе сателлитов $k \geq 3$.



Тема 6

- Для механизма, показанного на рис., необходимо, чтобы $BC > r_{a2}$, где r_{a2} – радиус окружности выступов сателлитов. В этом случае сателлиты не будут соприкасаться.

Величина

$$BC = OB \sin \beta = OB \sin \frac{\pi}{K},$$

где OB – межцентровое расстояние колес z_1 и z_2 .

Межцентровое расстояние

$$OB = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

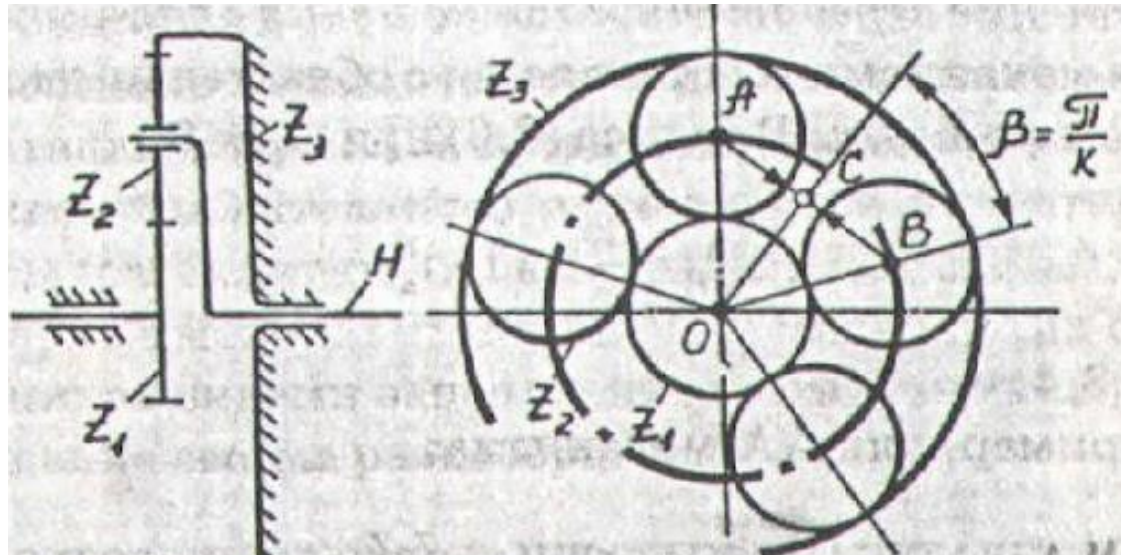
Радиус окружности выступов сателлитов

$$r_{a2} = \frac{m}{2} (z_2 + 2h_a^* + 2x_2),$$

где: x_2 – коэффициент смещения 2 – ого колеса.

В случае **нулевых** колес: $BC = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \sin \frac{\pi}{K}; \quad r_{a2} = \frac{m(z_2 + 2h_a^*)}{2}.$

Условие соседства: $(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{K} \geq (z_2 + 2h_a^*).$



Тема 6

4) Соблюдение условия *сборки*

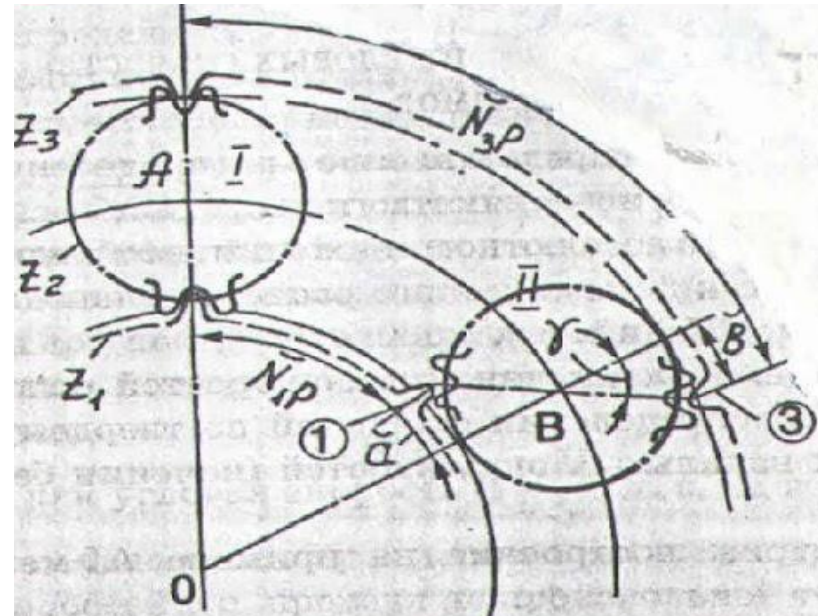
Условие сборки или зацепляемости устанавливает соотношение между числами зубьев колес, обеспечивающее совпадение зубьев сателлитов со впадинами центральных колес.

Выполнение этого условия необходимо при числе сателлитов $k \geq 2$.

После установки сателлита *I* центральное колесо *1* принимает строго определенное положение и нужно обеспечить условие, при котором *зубья* следующих сателлитов точно вошли бы во *впадины* центральных колес.

Примем для определенности, что сателлит имеет четное число зубьев z_2 .

Пусть сателлит *I* собран с центральными колесами так, что оси симметрии зубьев этих колес расположились на линии центров *OA*. Если числа зубьев z_1 и z_3 не будут кратны числу сателлитов k , то оси симметрии зубьев колес сместятся от линии центров *OB* второго сателлита *II*.



Тема 6

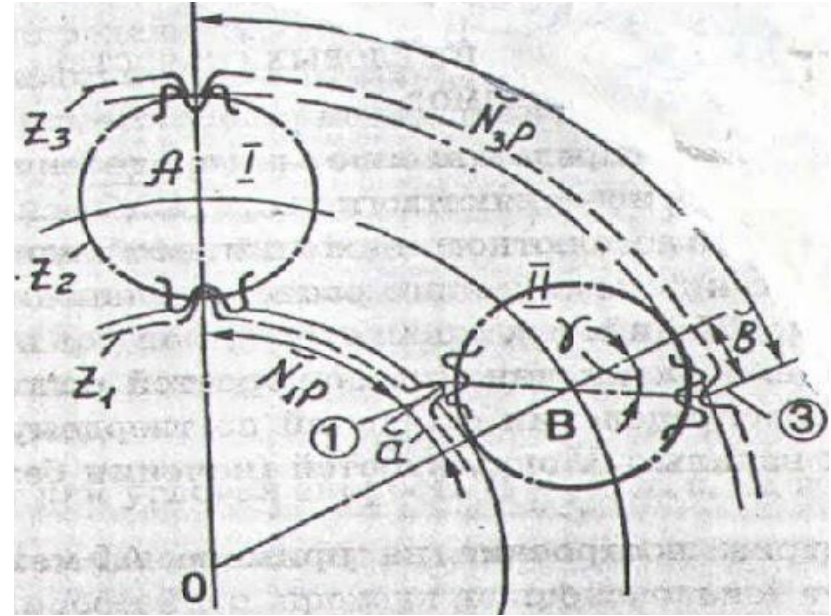
- Ось симметрии ближайшего зуба 1 будет отстоять на дугу $\overset{\frown}{a}$, а зуба 3 – на дугу $\overset{\frown}{b}$.

Тогда центральные дуги между двумя сателлитами будут равны

$$z_1 p / k = N_1 \overset{\frown}{p} + \overset{\frown}{a}; \quad z_3 p / k = N_3 \overset{\frown}{p} - \overset{\frown}{b},$$

где N_1, N_3 – целые числа шагов;

p – шаг по рассматриваемой дуге.



Для введения впадин второго сателлита в зацепление необходимо, чтобы общая ось впадин отклонилась от линии центров на угол γ . В этом случае $\overset{\frown}{a} = \overset{\frown}{b}$. Тогда, на основе предыдущего равенства можно записать

$$z_1 p / k - N_1 \overset{\frown}{p} = - z_3 p / k + N_3 \overset{\frown}{p},$$

откуда $(z_1 + z_3) / k = N_1 + N_3 = N$, где N – любое целое число.

Таким образом, сборка этого редуктора выполняма, если **сумма зубьев центральных колес кратна числу сателлитов.**

Тема 6

- В наиболее общем виде условие сборки записывается следующим образом

$$\frac{z_1 i_{1H}^n}{k} = N_0,$$

где z_1 – число зубьев $1^{Г0}$ колеса;

i_{1H}^n – передаточное отношение от $1^{Г0}$ колеса к водилу;

k – число сателлитов; N_0 – некоторое целое число.

Произведение числа зубьев первого колеса на передаточное отношение от этого колеса к водилу, при неподвижном колесе n , должно быть кратно числу сателлитов.

В силу того, что условие соседства представляет собой неравенство, а условие сборки дает новые неизвестные целые числа, приведенных 4-х условий недостаточно для нахождения чисел зубьев планетарных редукторов. Поэтому задача по определению чисел зубьев, как правило решается методом подбора.

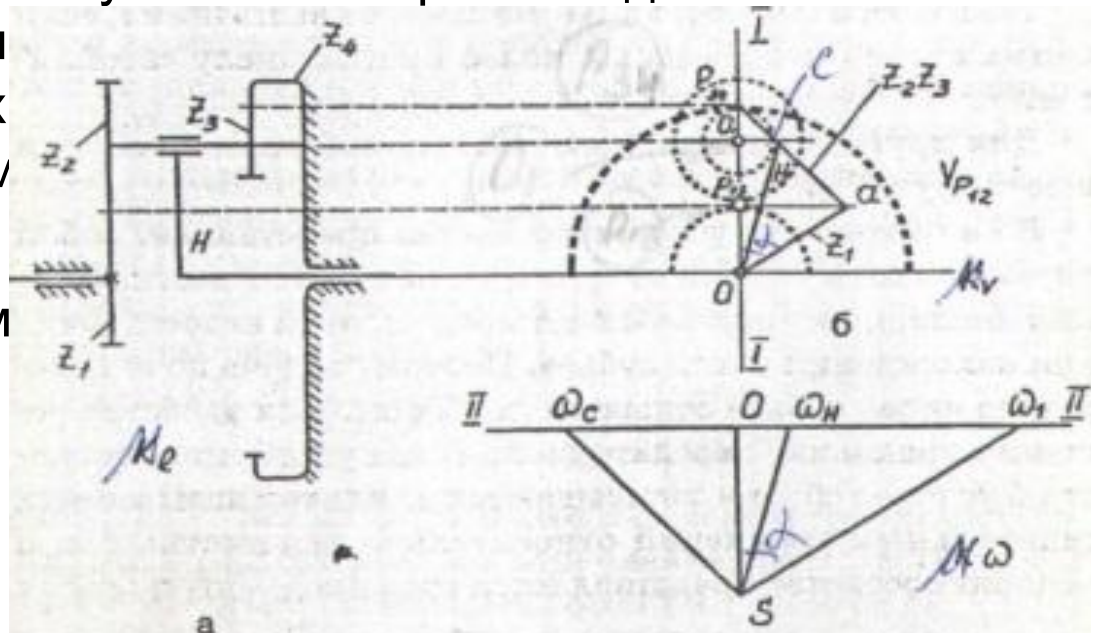
Тема 6

6.4.4. Планы линейных и угловых скоростей планетарных механизмов

При кинематическом анализе и синтезе планетарных механизмов наряду с аналитическими используется и графоаналитические методы, основанные на построении *планов угловых и линейных скоростей*.

Планы линейных и угловых скоростей дают *наглядное* представление картины нахождения абсолютных отношений планетарных механизмов. Выполним построение этих планов для механизма показанного на рисунке.

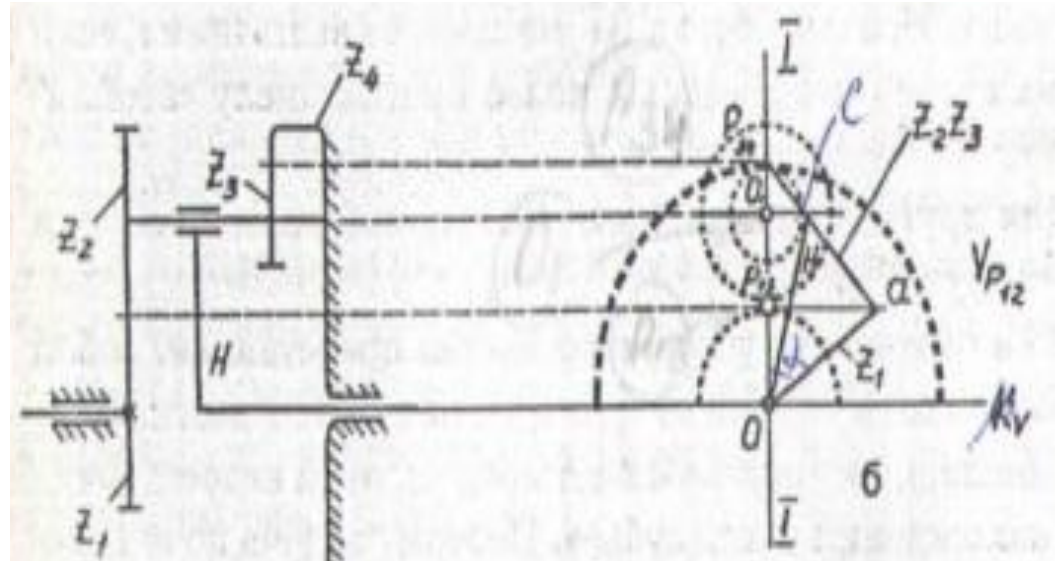
Пусть известны числа зубьев, размеры колес и угловая скорость первого колеса.



Построим сначала *план линейных скоростей* этого механизма.

Тема 6

● В выбранном масштабе длин строится схема механизма и его **вторая проекция**. На этой проекции выбирается прямая $I-I$, представляющая собой линию центров зубчатых колес.



Определяется скорость точки P_{12} , лежащей на начальной окружности первого колеса:

$$V_{P_{12}} = w_1 r_1.$$

Принимая за полюс т. O , скорость которой равна нулю, откладываем отрезок $P_{12}a$ произвольной длины, представляющий собой вектор скорости первого колеса, и определяем масштабный коэффициент $\mu_v = \frac{V_{P_{12}}}{P_{12}a}$.

Соединяем т. O и a и получаем прямую OA , дающую **закон распределения скоростей по первому** колесу (z_1).

Для сателлита z_2-z_3 известны скорости т. P_{12} и т. P_{34} (она неподвижна и $v_{P_{34}} = 0$). Соединяя ее с т. a , получаем **закон распределения скоростей по сателлиту** (z_2z_3).

Тема 6

- Отмечаем на этой прямой т. С и находим скорость оси сателлита, т.е. водила Н: $V_{O_1} = O_1 C \mu_v$.

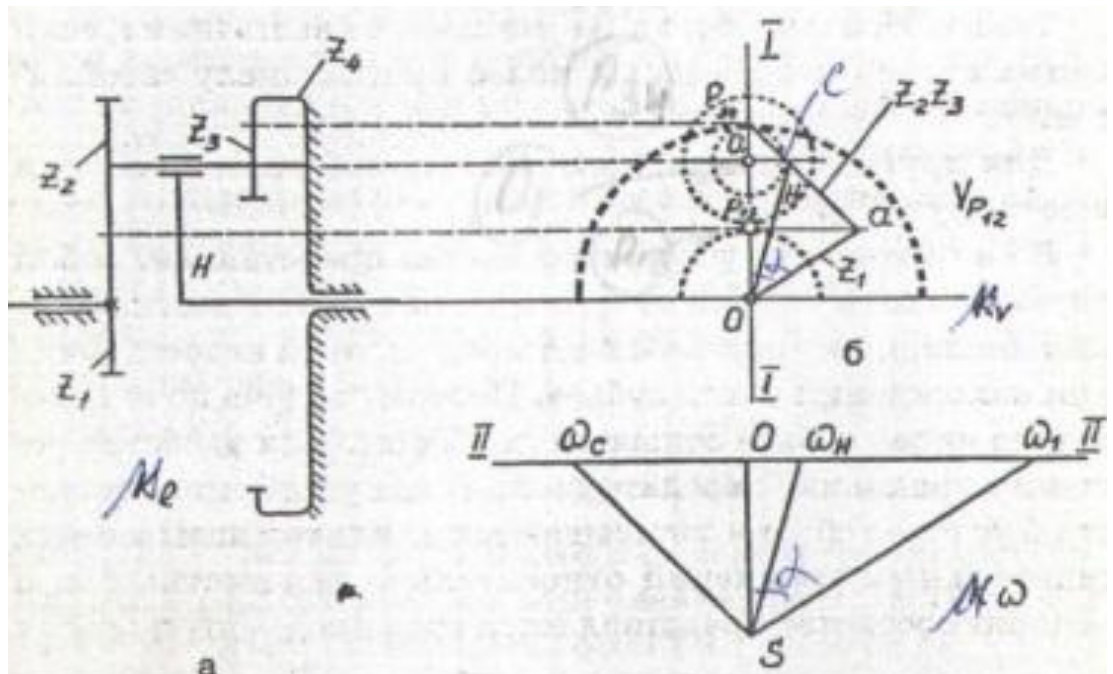
Соединяя т. С с полюсом О получим прямую, представляющую собой **закон распределения скоростей по водилу (Н)**.

С помощью этого плана строим **план угловых скоростей**, используя зависимость $w = \frac{V}{r}$. Это отношение равно

$$w_1 = \frac{P_{12} a \mu_v}{P_{12} O \mu_l} = \tan \frac{\mu_v}{\mu_l} \quad (1)$$

Проводим прямую II-II, перпендикулярную I-I, и

на ней, задавшись полюсным расстоянием OS, выбираем т. S – полюс плана угловых скоростей. Задавшись полюсным расстоянием OS, проводим через т. S прямую, параллельную Oa. Тогда получим, что



$$Ow_1 = OS \tan \alpha \quad (2)$$

Тема 6

• Деля (1) на (2), будем иметь

$$\frac{w_1}{Ow_1} = \frac{\tan \alpha \mu_v}{OS \mu_l \tan \alpha} = \frac{\mu_v}{OS \mu_l},$$

откуда

$$w_1 = \frac{Ow_1 \mu_v}{OS \mu_l}.$$

Обозначив масштабный коэффициент плана угловых скоростей через

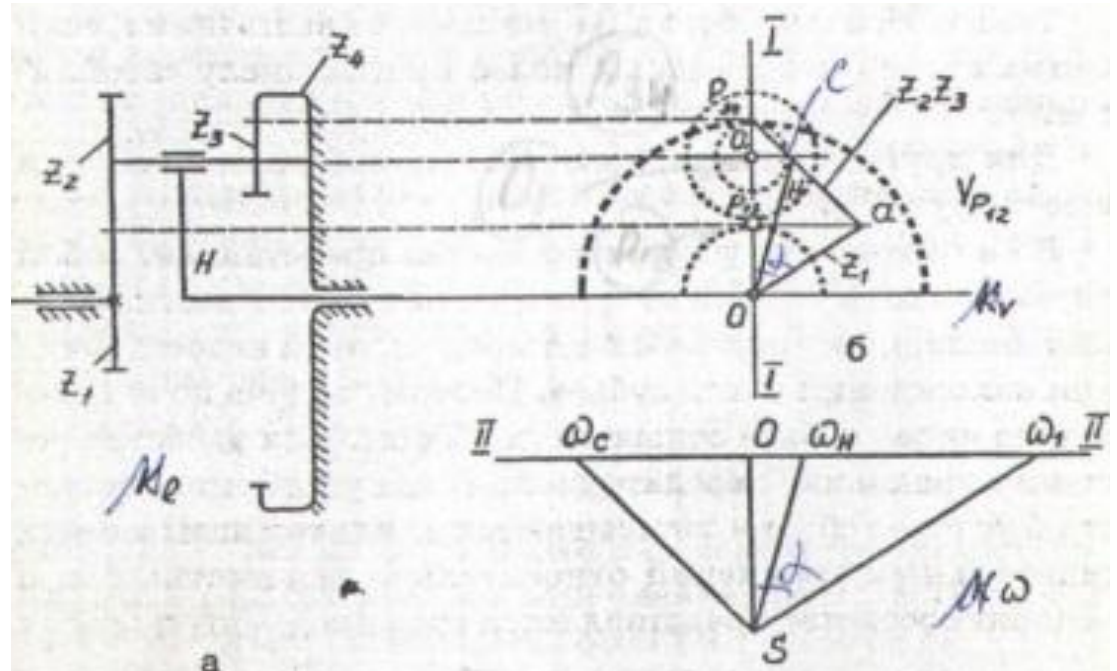
$$\mu_w = \frac{\mu_v}{OS \mu_l},$$

будем иметь

$$w_1 = Ow_1 \mu_w.$$

Проводя из т. S прямые, параллельные OC и aP_{34} , на прямой $II-II$ получим отрезки, дающие значения угловых скоростей водила и сателлита: $w_H = Ow_H \mu_w$; $w_c = Ow_c \mu_w$.

Откуда можно найти передаточное отношение: $i_{1H}^H = \frac{w_1}{w_H} = \frac{Ow_1}{Ow_H}$.



Тема 6

6.5. Синтез кулачковых механизмов

6.5.1. Общая характеристика кулачковых механизмов

Кулачковый механизм – механизм, содержащий, по крайней мере, один кулачок.

Кулачковые механизмы предназначены для воспроизведения ведомым звеном *неравномерного* движения по определенному закону, с *остановками* необходимой продолжительности.

Получили широкое применение в приборах (счетно-решающие устройства, самописцы) и в рабочих машинах и автоматических линиях (двигатели внутреннего сгорания, машины-автоматы и полуавтоматы, трикотажные и полиграфические машины, прессы, металлорежущие станки, роторные и роторно-конвейерные линии и т.д.).

Основными *достоинствами* кулачковых механизмов является возможность получения заранее заданного закона движения ведомого звена с помощью кулачка, простота, компактность и надежность.

К *недостаткам* следует отнести большое удельное давление в точке контакта кулачка с толкателем, а также сложность изготовления

Тема 6

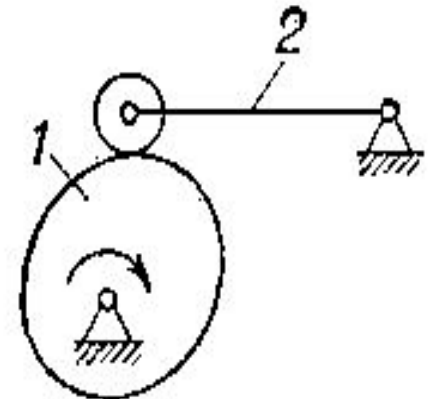
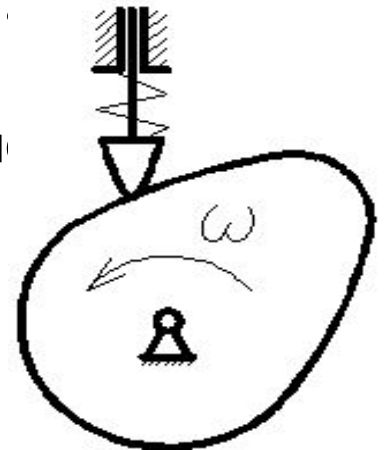
Кинематическая цепь простейшего кулачкового механизма состоит из двух подвижных звеньев – кулачка и толкателя, образующих высшую кинематическую пару, и стойки, с которой каждое из этих звеньев входит в низшую кинематическую пару. В некоторых случаях для уменьшения сил трения в суставе механизма вводят ролик.

Ведущим звеном механизма обычно является кулачок, а **ведомым** – толкатель (коромысловый толкатель).

Кулачок – звено, сопрягаемый элемент которого выполнен в виде криволинейной поверхности. Кулачок имеет сложный профиль, форма которого зависит от заданной схемы механизма и закона движения вала.

Толкатель – звено, получающее прямолинейно-поступательное движение от кулачка.

Коромысловый толкатель – звено, совершающее неполный оборот, один конец которого соединен со стойкой.



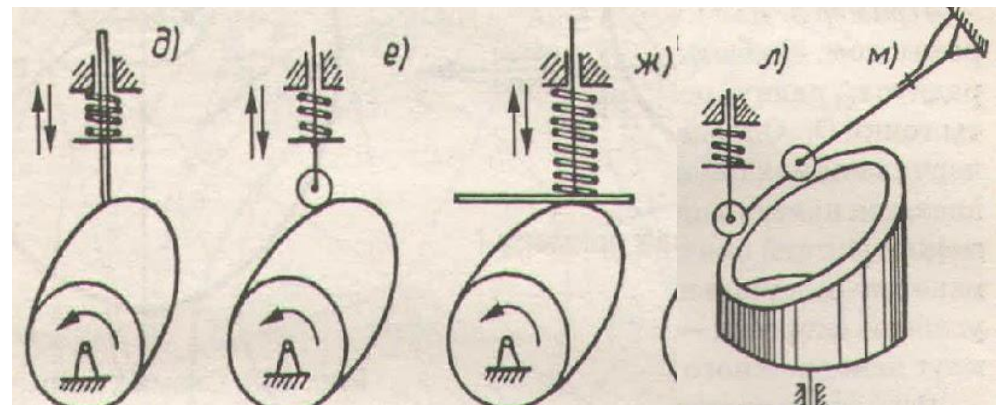
Тема 6

1. По **назначению** кулачковые механизмы подразделяют на:

- 1) Механизмы, реализующие только заданные величины перемещений ведомого звена без учета характера этих перемещений (клапаны, выключатели);
- 2) Механизмы, реализующие заданный закон движения ведомого звена (технологические, полиграфические машины).

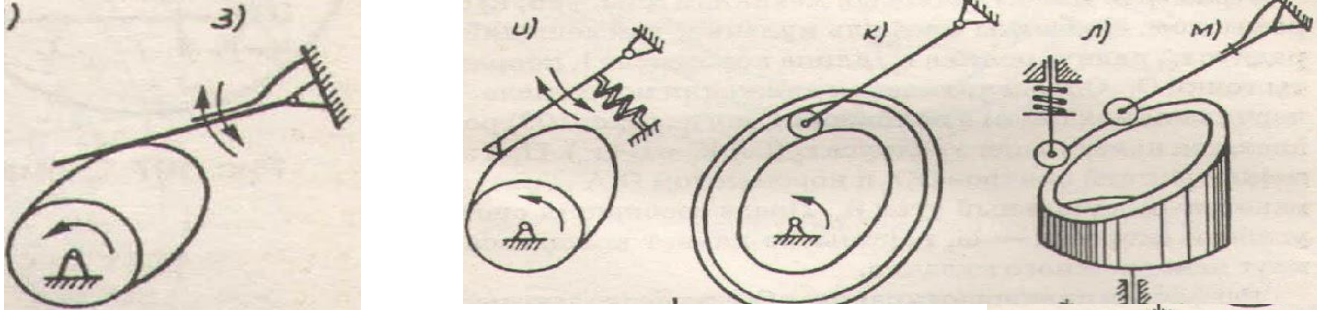
2. По **виду движения** входных и выходных звеньев соответственно:

- поступательное движение в поступательное (рис. а, б);
- поступательное движение в качательное (рис. в, г);
- вращательное движение в возвратно-поступательное (рис. д, е, ж, л);



Тема 6

– вращательное движение в качательное (рис. 3, и, к, м);

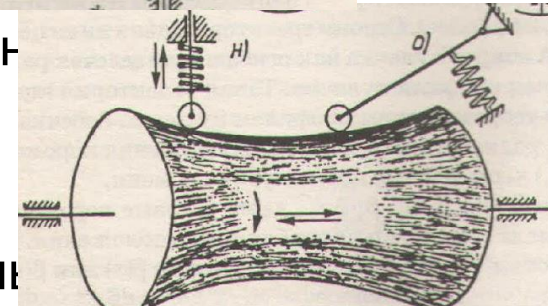


– сложное движение двух независимых переменных в поступательное или качательное (рис. н, о).

3. По **способу замыкания** высшей пары:

– с силовым замыканием (дополнительные гидравлический или пневматический приводы);

– с геометрическим замыканием (посредством конструктивных элементов) (рис. а, б, г, д, е, ж, л, и, н).



4. По **виду элемента** высшей кинематической пары: с **остроконечным** толкателем (обладают высокой точностью воспроизведения движения, однако имеют быстрый износ места контакта кулачка и толкателя); **плоским** или **криволинейным** толкателями и с толкателем, снабженным **роликом**.

Тема 6

Основные геометрические параметры кулачкового механизма

Основные параметры кулачкового механизма с толкателем приведены на рис. На этом рисунке приняты следующие обозначения:

1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – ролик;

$n-n$ – нормаль к точке касания;

φ_1 – **угол поворота** кулачка;

α – **угол давления**;

R – **максимальный радиус** кулачка;

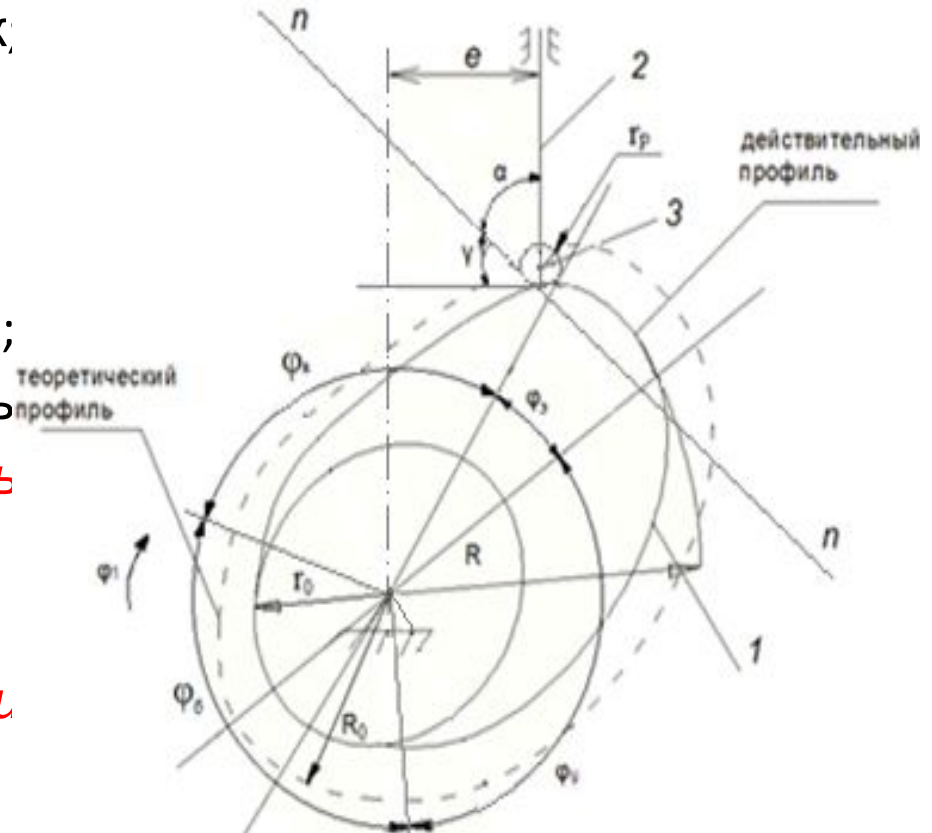
r_0 – **минимальный радиус** кривизны кулачка (**радиус кулачковой шайбы**);

r_p – **радиус ролика**;

$\gamma = 90^\circ - \alpha$ – **угол передачи**;

R_0 – **радиус начальной окружности** кулачка ($R_0 = r_0 + r_p$);

e – **эксцентриситет** (расстояние между осью толкателя и осью вращения кулачка);



Тема 6

$\varphi_{\text{б}}$ – угол *ближнего стояния*;

$\varphi_{\text{у}}$ – угол *удаления*;

$\varphi_{\text{д}}$ – угол *дальнего стояния*;

$\varphi_{\text{в}}$ – угол *возвращения*;

теоретический профиль – траектория движения ролика;

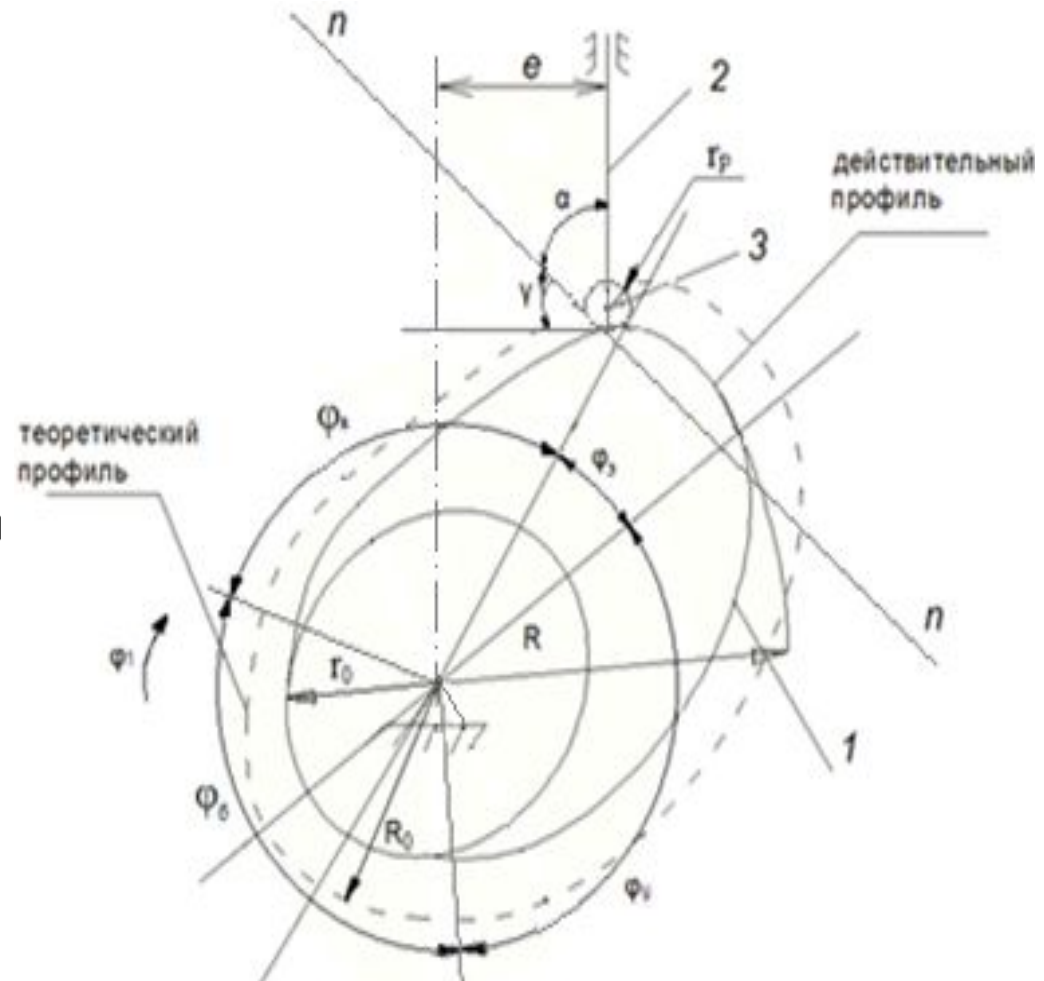
действительный профиль – кривая, эквидистантно отстоящая от теоретического профиля на радиус ролика .

Углом давления называется угол между нормалью $n-n$ и вектором скорости движения ведомого звена в точке контакта.

Углом передачи называется угол, дополняющий угол давления до 90° .

Полный угол поворота кулачка

$$\varphi_1 = \varphi_{\text{б}} + \varphi_{\text{у}} + \varphi_{\text{д}} + \varphi_{\text{в}} = 2\pi.$$

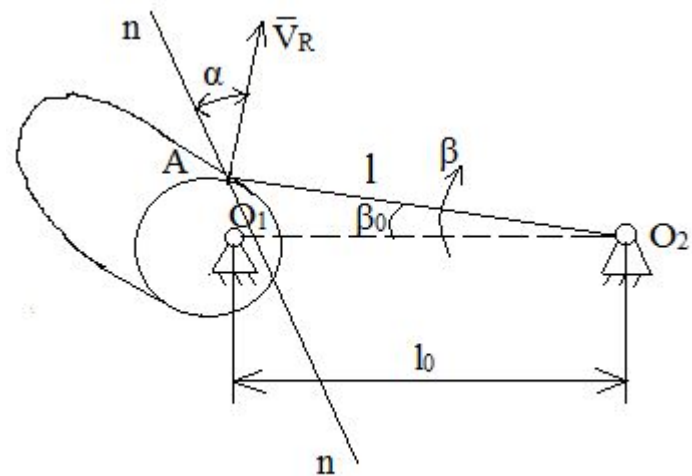


Тема 6

● Угол ближнего стояния (φ_6) соответствует участку профиля кулачка с минимальным радиусом r_0 ; угол удаления ($\varphi_у$) – участку профиля кулачка, приводящего к подъему толкателя; угол дальнего стояния ($\varphi_д$) – участку профиля кулачка с максимальным радиусом R ; угол возвращения ($\varphi_в$) – участку профиля кулачка, приводящего к опусканию толкателя.

В механизмах с **коромысловым толкателем** (коромыслом) помимо фазовых углов и радиусов кулачка используются следующие параметры: длина коромысла ($l = O_2A$); межосевое расстояние ($l_0 = O_1O_2$) и начальный угол (β_0).

Здесь β – угол поворота коромысла.



Тема 6

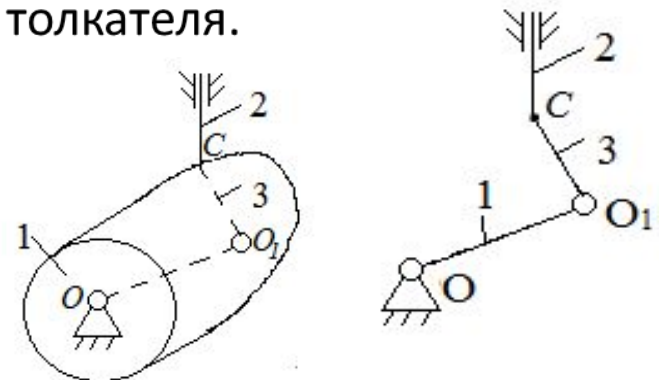
● 6.5.2. Кинематическое исследование кулачковых механизмов

При кинематическом исследовании кулачковых механизмов считаются известными **основные размеры** механизма: r_0, l, r_p, l_0, e , **координаты положения** кинематических пар, а также **координаты профиля** кулачка. При этом профиль задается в виде аналитических зависимостей или графически, с помощью графиков или таблиц

Требуется сначала решить задачу о положениях, т.е. **определить закон движения ведомого звена**, а затем найти его **скорости** и **ускорения**.

Задача кинематического исследования кулачковых механизмов может быть сведена к задаче исследования эквивалентных рычажных механизмов, например, кривошипно-ползунных, если воспользоваться заменой высшей КП в т. контакта кулачка и толкателя.

Высшая КП может быть заменена двумя вращательными парами 5-го класса, одна из которых расположится в точке контакта звеньев (т. C), а вторая – в центре кривизны (т. O_1) кулачка, и дополнительным звеном – шатуном 3.



Тема 6

- *Задача о положениях* в кулачковых механизмов может быть решена аналитическими или графическими методами.

Аналитическое решение, как правило, используется в тех случаях, когда уравнение профиля кулачка задано в аналитическом виде (специальные кулачки). Рассмотрим примеры таких механизмов.

Пример 1. *Эксцентрик* кулачковый механизм.

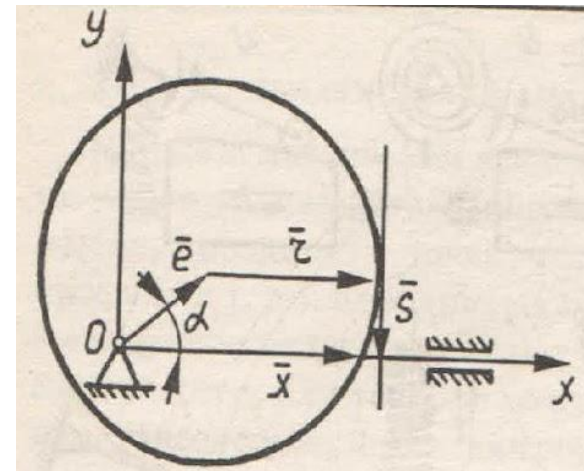
В этом механизме с плоским толкателем кулачок выполнен в виде эксцентрика, т.е. кругового цилиндра радиуса r , вращающегося вокруг оси, смещенной относительно оси симметрии на величину e .

Для решения задачи воспользуемся методом замкнутого векторного контура.

$$\bar{x} = \bar{e} + \bar{r} + \bar{s}.$$

Проектируя это уравнение на ось x , получим

$$x = e \cos \alpha + r.$$



Тема 6

- Пример 2. Механизм с кулачком в виде *архимедовой спирали*.

Кулачок выполнен по участкам архимедовой спирали с уравнением

$$r = r_0 + r_0 \alpha,$$

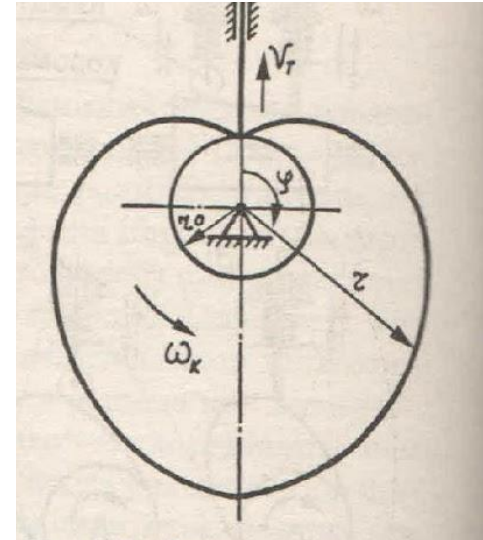
где r_0 – наименьший радиус-вектор его тела.

При повороте кулачка на угол $\alpha = \varphi$ толкатель переместится на величину

$$s = r - r_0 = r_0 \varphi.$$

Скорость толкателя на участке подъема

$$v = ds/dt = r_0 \frac{d\varphi}{dt} = r_0 \omega_1.$$



Тема 6

- В тех случаях, когда профиль кулачка задан в виде графика или таблицы, задача кинематического анализа решается графически с помощью *метода обращения движения* или *инверсии (метод Виллиса)*.

Всему механизму сообщается дополнительное вращение с угловой скоростью, равной угловой скорости кулачка и направленной в противоположную сторону. В этом случае кулачок как бы останавливается, а ведомое звено будет вращаться вокруг кулачка с угловой скоростью равной $-w_1$ и одновременно перемещаться в направляющих. Замеряя в заранее заданных положениях перемещение ведомого звена, строятся графики перемещений:

$s = f(t)$ – если ведомое звено толкатель;

$v = f(t)$ – если ведомое звено коромысло.

Задачи определения скоростей и ускорений в этом случае решаются методом графического дифференцирования графиков перемещений.

Рассмотрим пример получения графика перемещений коромыслового толкателя. Пусть известны основные размеры механизма: r_0, l, r_p, l_0 , положение оси вращения толкателя, а также действительный профиль кулачка.

Тема 6

Требуется определить закон движения толкателя $\beta(\omega)$

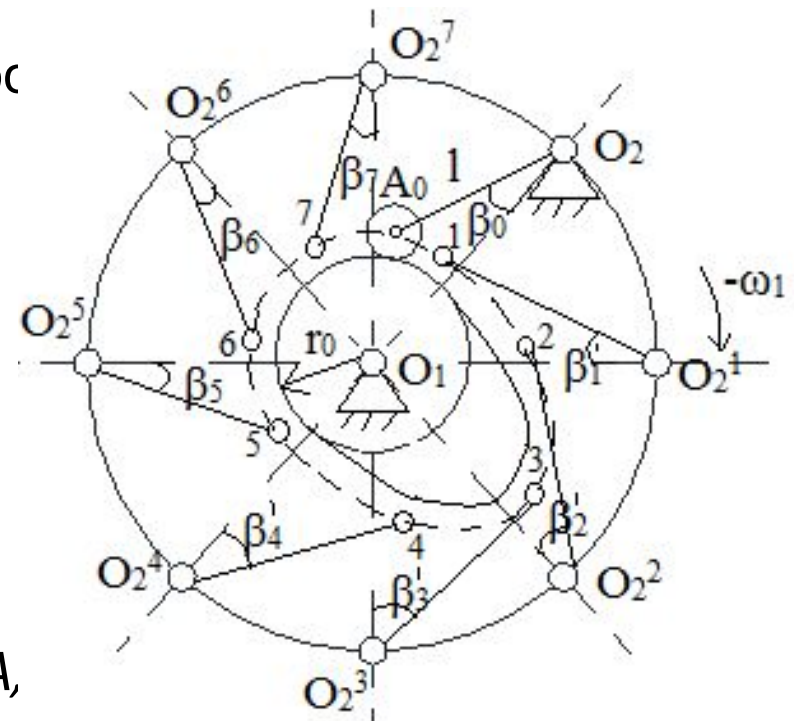
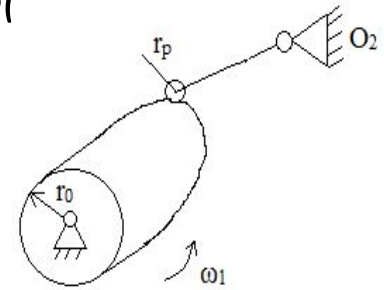
Порядок решения:

1. Задаем масштабным коэффициентом μ_l и вычерчиваем механизм в положении, когда ролик касается наименьшего радиуса r_0 , определяем начальный угол β_0 ;

2. Сообщаем механизму угловую скорость равную $-\omega_1$. Описываем окружность радиусом OO_1 и разделяем её на 8 (12, 24 и т.д.) равных частей;

3. Засечками радиусом r_p из точек действительного профиля кулачка вычерчиваем теоретический профиль кулачка;

4. Засечками из точек O_1^i , радиусом O_1A_i , отмечаем положение центра ролика на теоретическом профиле;



Тема 6

5. Измеряем соответствующие углы β^i и вычисляем разности:

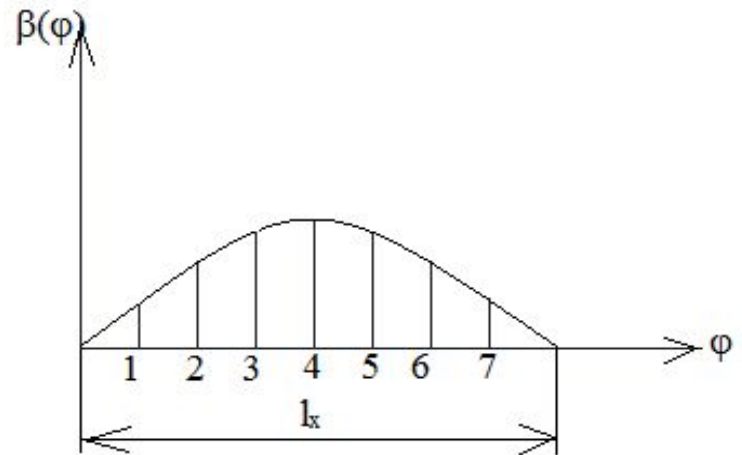
$$\beta_1 = \beta_1' - \beta_0; \beta_2 = \beta_2' - \beta_0; \beta_3 = \beta_3' - \beta_0 \text{ и т.д.}$$

6. Строим график $\beta(\varphi)$.

5. Измеряем соответствующие углы β^i и вычисляем разности:

$$\beta_1 = \beta_1' - \beta_0; \beta_2 = \beta_2' - \beta_0; \beta_3 = \beta_3' - \beta_0 \text{ и т.д.}$$

6. Строим график $\beta(\varphi)$.



Тема 6

6.5.3. Основные задачи синтеза кулачковых механизмов

Конечной целью синтеза кулачковых механизмов является *проектирование профиля* кулачка. Для её решения предварительно необходимо решить следующие задачи:

1. Выбор кинематической схемы кулачкового механизма;
2. Определение законы движения ведомого звена;
3. Выбор основных размеров механизма.

Выбор *кинематической схемы* определяется, в первую очередь, из конструктивных соображений, исходя из условий применения кулачкового механизма.

Законы движения ведомого звена определяются кинематическими, динамическими, конструктивными и технологическими требованиями, главные из которых – динамические.

На выбор *основных размеров* кулачкового механизма оказывает влияние конструктивные, кинематические и динамические требования: обеспечение минимальных размеров кулачкового механизма; обеспечение заданных законов движения; обеспечение высокого КПД и отсутствие заклинивания кулачкового механизма

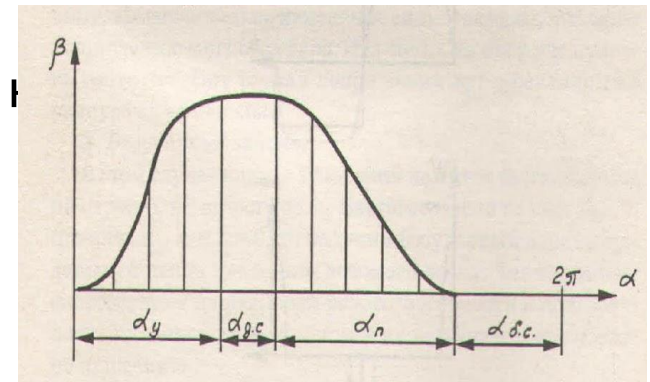
Тема 6

6.5.4. Выбор закона движения ведомого звена

Закон движения ведомого звена определяется величиной хода толкателя, либо выполняемой технологической операцией. Основное требование – обеспечение минимальных динамических нагрузок. Это требование относится, прежде всего, к фазам удаления и возвращения ведомого звена.

По характеру динамического воздействия на ведомое звено различают три вида законов движения:

- законы, приводящие к жесткому удару;
- законы, приводящие к мягкому удару;
- безударные законы.



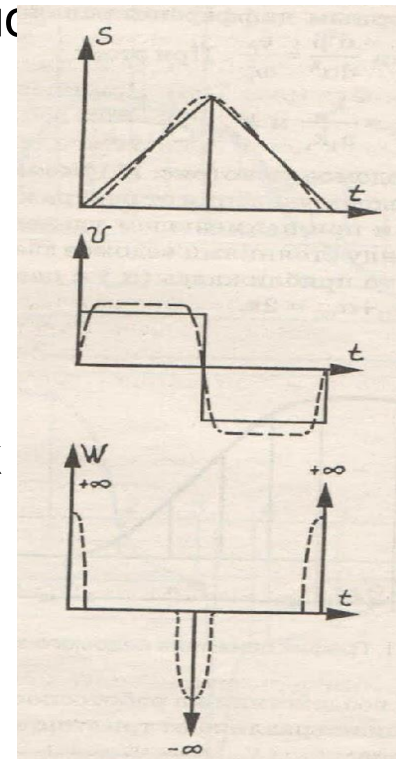
Тема 6

Законы жесткого удара

Скорость ведомого звена имеет разрывы I рода (**законы постоянной скорости**). В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке возникают бесконечно большие ускорения, приводящие к появлению бесконечно больших сил инерции и жестким ударам кулачка о толкатель. Эти удары приводят к износу рабочей поверхности, нарушают точность и долговечность.

Закон постоянства скорости позволяет получить кулачковый механизм, профиль которого представляет собой спираль Архимеда.

Эти законы применяются при малых скоростях движения ведомого звена и в несилowych кулачковых механизмах (приборах и т. п.)



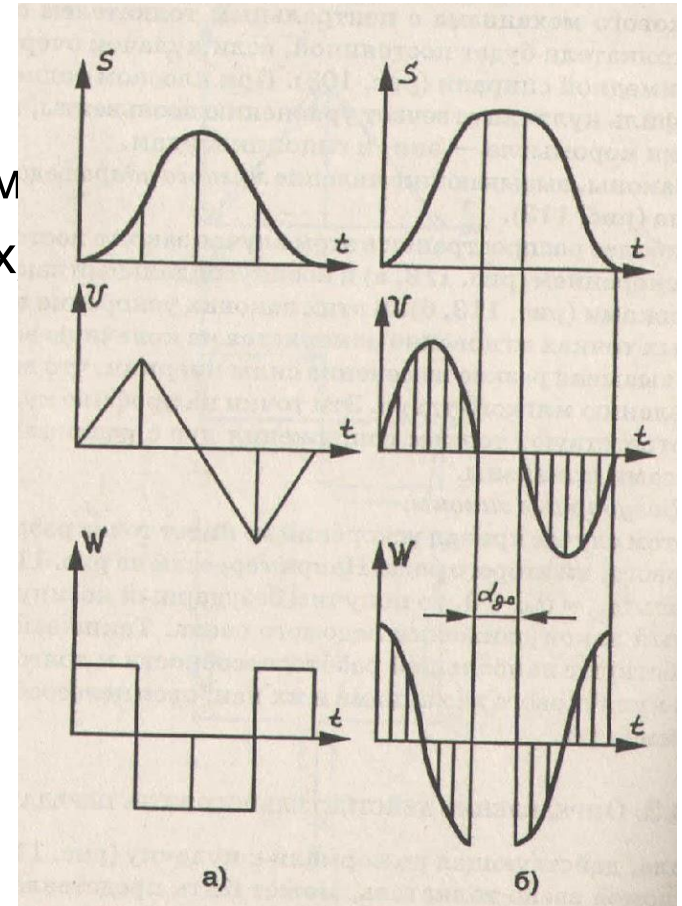
Тема 6

Законы мягкого удара

Скорость при этих законах изменяется непрерывно, а ускорение имеет точки разрыва // рода.

В точках разрыва возникает резкое изменение ускорений и сил инерции, что приводит к мягкому удару, вибрациям, шуму

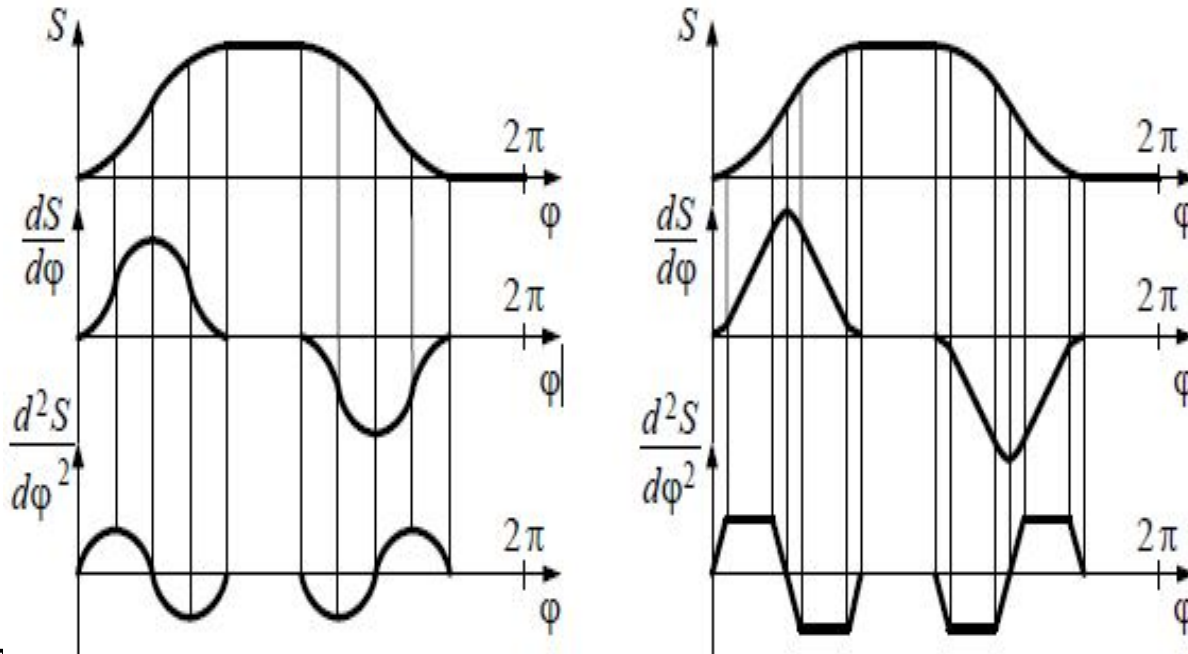
Эти законы используются в механизмах движущихся с умеренными скоростями и имеющих умеренные нагрузки.



Тема 6

Безударные законы

При этих законах ускорение является непрерывной функцией времени и может меняться по закону трапециевидальному или синусоидальному закону.



В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке ускорения, а, следовательно, и силы инерции равны нулю. В результате происходит безударное взаимодействие кулачка и толкателя.

Эти законы применяются в механизмах, движущихся со значительными скоростями и испытывающих значительные

Тема 6

6.5.5. Определение основных размеров кулачковых механизмов

К числу основных размеров относятся:

r_0 – минимальный радиус кулачка (радиус кулачковой шайбы);

e – величина эксцентриситета кулачка и толкателя;

r_p – радиус ролика;

l – длина коромысла;

l_0 – межосевое расстояние;

β_0 – начальный угол коромысла;

A_0 – начальное положение толкателя.

На выбор размеров кулачковых механизмов оказывают влияние конструктивные, кинематические и динамические требования. К числу последних относятся: обеспечение высокого КПД при минимальных габаритах и отсутствие заклинивания кулачка.

Тема 6

1. Кулачковый механизм с остроконечным толкателем

Покажем внешние силы, действующие на механизм.

Здесь обозначено:

\bar{F} – равнодействующая сил, приложенных к толкателю: силы полезного сопротивления, силы тяжести толкателя, силы инерции толкателя, силы упругости возвратной пружины;

\bar{F}_{12} – реакция со стороны толкателя, без учета силы трения;

\bar{F}_{02} – реакция со стороны стойки на толкатель 2.

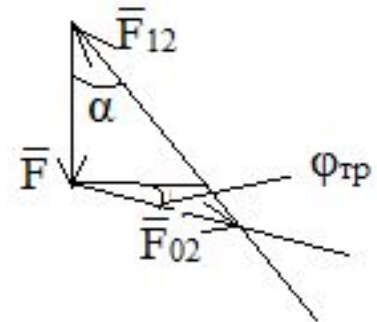
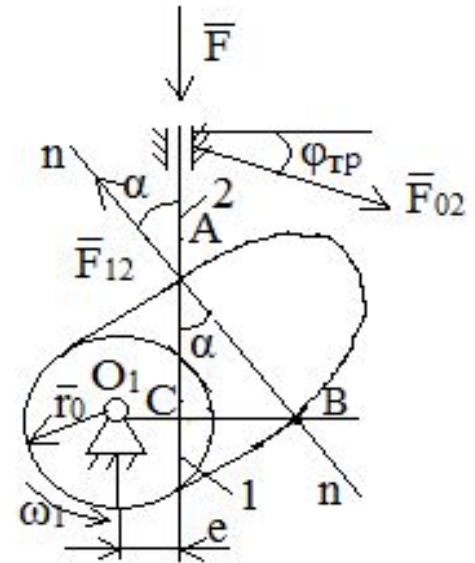
Векторное уравнение равновесия

$$\bar{F} + \bar{F}_{02} + \bar{F}_{12} = 0.$$

Решим его графически

$$\frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{\text{тр}})}{\sin[90^\circ - (\alpha + \varphi_{\text{тр}})]} = \frac{\cos \varphi_{\text{тр}}}{\cos(\alpha + \varphi_{\text{тр}})} = \delta,$$

где δ – коэффициент возрастания усилия.



Тема 6

- Если $\alpha + \varphi_{\text{тр}} = 90^\circ$, то $\delta = \infty$ и механизм **заклинится**.

Угол заклинивания $\alpha_3 = 90^\circ - \varphi_{\text{тр}}$. Чтобы не было заклинивания, угол α делают меньше угла заклинивания. Если $\alpha \rightarrow \alpha_3$, то $\delta \rightarrow \infty$, что повлечет за собой увеличение силы трения и снижение КПД. С другой стороны, если $\alpha \rightarrow 0$, то увеличатся размеры механизма, так как при этом увеличиваются эксцентриситет e и ход толкателя S_A :

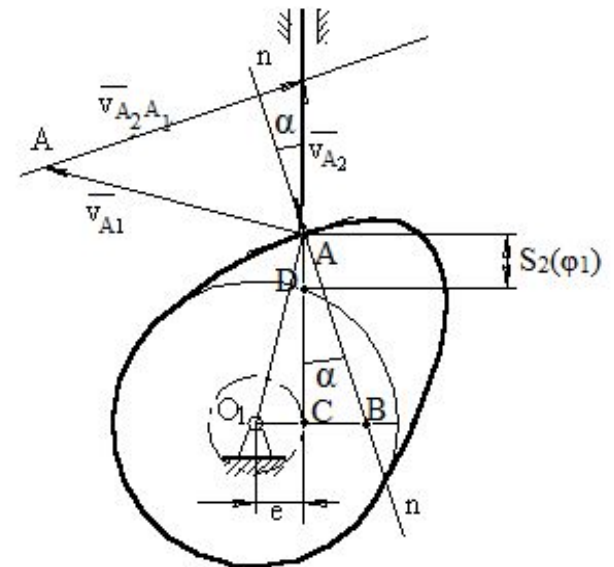
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - e}{S_A}$$

Обычно принимают $\alpha_{\text{max}} = (30-40)^\circ$ – для механизмов с толкателем и $\alpha_{\text{max}} = (45-50)^\circ$ – для механизмов с коромыслом.

Выразим угол давления через основные размеры механизма. Скорость толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где $V_{A_2} = \frac{ds_2}{dt}$; $V_{A_1} = \omega_1 O_1A$; $\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$.



Так как $\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$, то $\frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = \frac{O_1B}{O_1A}$, или $\frac{\frac{ds_2}{dt}}{\omega_1 O_1A} = \frac{O_1B}{O_1A}$.

Тема 6

- Откуда $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = O_1B$.

Выражение $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = \frac{ds_2}{d\varphi_1}$ будет являться *аналогом скорости* толкателя.

Таким образом

$$O_1B = \frac{ds_2}{d\varphi_1}.$$

Из ΔABC :

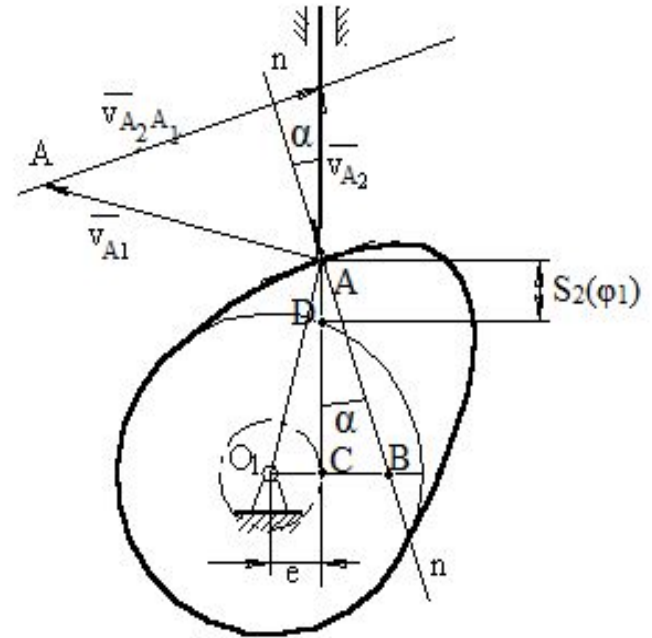
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - O_1C}{DC + AD},$$

где $O_1C = e$; $DC = \sqrt{r_0^2 - e^2}$; $AD = S_2(\varphi_1)$.

$$\text{Тогда } \tan \alpha = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

где $S_2(\varphi_1)$ – функция положения, зависящая от угла давления.

Таким образом, угол давления связывает между собой основные размеры кулачкового механизма.



Тема 6

- Если известны аналитические зависимости для функции положения, с помощью полученной формулы можно найти угол давления.

Например, для кулачка в виде *архимедовой спирали*

$$s_2 = r_0(1 + \varphi_1) - r_0 = r_0 \varphi_1.$$

Угол давления

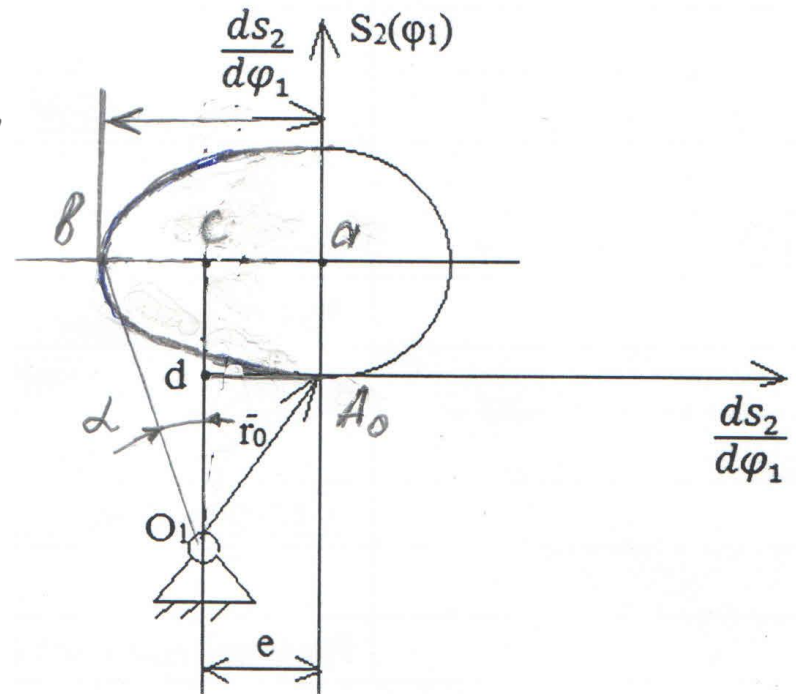
$$\tan \alpha = r_0 / r_0(1 + \varphi_1) = 1 / (1 + \varphi_1).$$

Для механизма с *плоским* толкателем $\alpha = 0$.

Если функция положения толкателя и аналог его скорости заданы графически, то величину угла давления можно определить графическим путем.

Для этого необходимо построить зависимость аналога скорости толкателя от его перемещения

$$\frac{ds_2}{d\varphi_1} = f(S_2).$$



Тема 6

- Угол α на этом рис. будет совпадать с углом давления. Действительно

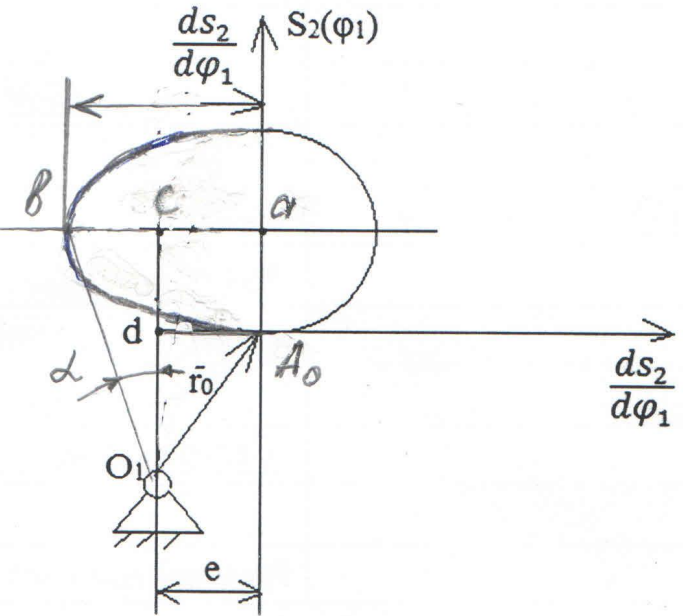
$$\tan \alpha = \frac{bc}{O_1c} = \frac{ab-ac}{O_1d+dc} = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

С другой стороны, с помощью полученной зависимости можно решить и **обратную задачу** по определению радиуса кулачковой шайбы r_0 при задании функции положения $S_2(\varphi_1)$, эксцентриситета e и максимального значения α_{max} угла давления.

С этой целью строится **передаточная диаграмма**, представляющая собой зависимость

$$S_2(\varphi_1) = f\left(\frac{ds_2}{d\varphi_1}\right),$$

как для фазы удаления, так и для возвращения, в масштабе $\mu_{S_2} = \mu(ds_2 / d\varphi_1)$.



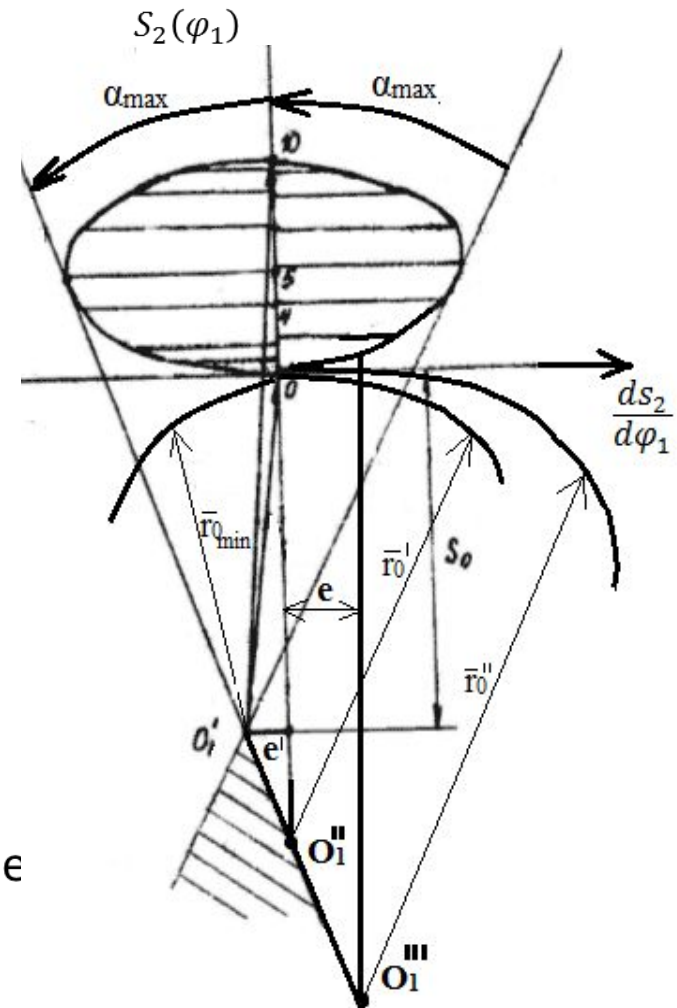
Тема 6

- Отрезки, изображающие аналоги скоростей толкателя, откладываются с той стороны диаграммы, в которую будет повернут, по направлению угловой скорости кулачка, вектор линейной скорости толкателя.

Если вращение кулачка происходит против часовой стрелки, то фазе удаления будет соответствовать левая ветвь диаграммы, а фазе возвращения – правая ветвь, и наоборот.

Каждой то передаточной диаграммы соответствует определенный угол поворота кулачка, а, следовательно, и угол давления.

Если к правой и левой частям диаграммы провести касательные под углом α_{max} , то точка их пересечения (O_1') определит положение оси вращения кулачка и радиус r_{0min} .



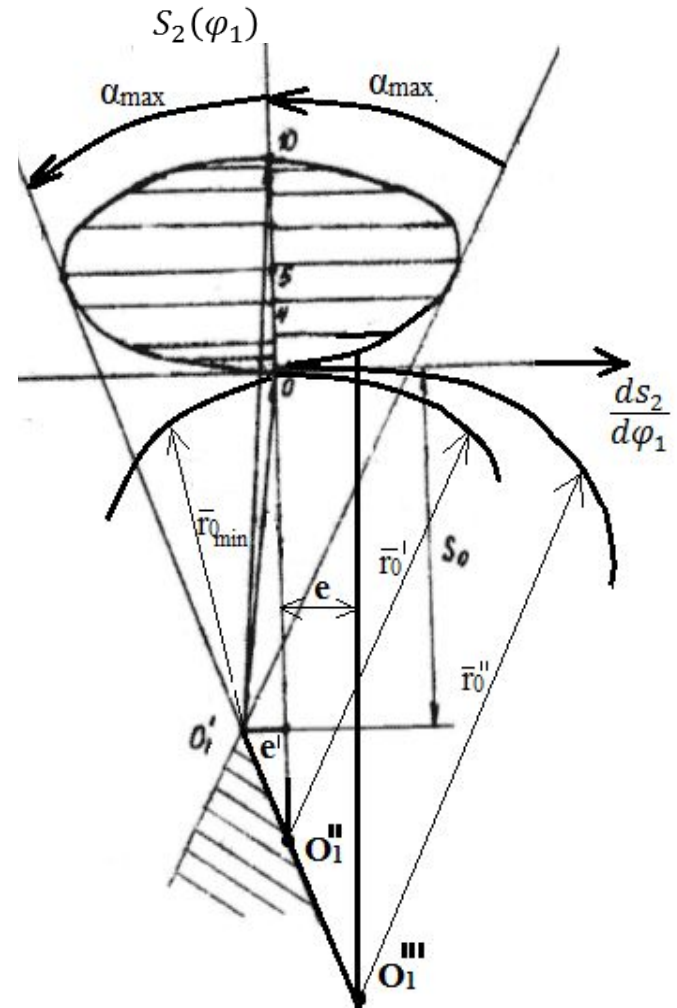
Тема 6

- При этом получится некоторый эксцентриситет, равный e' . Если выбрать за ось вращения кулачка т. O_1'' , то эксцентриситет будет равен нулю, а радиус кулачковой шайбы – r_0' .

Если эксцентриситет задан, то на расстоянии e от оси $S_2(\varphi_1)$ проводится параллельная ей прямая, на которой можно выбрать т. O_1'''

В этом случае радиус кулачковой шайбы будет равен r_0'' .

Если расположить ось вращения кулачка ниже касательных, в заштрихованной области, то угол давления всегда будет меньше допустимого значения.



Тема 6

2. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем

В этом случае угол давления будет измеряться между направлением т. А коромысла и нормалью $n - n$ (см. рис.).

Скорость т. А толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где $V_{A_1} = \omega_1 O_1 A$; $V_{A_2} = \omega_2 O_2 A$;

$\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$.

Проведем через т. O_1 прямую, параллельную нормали и отметим на ней т. B .

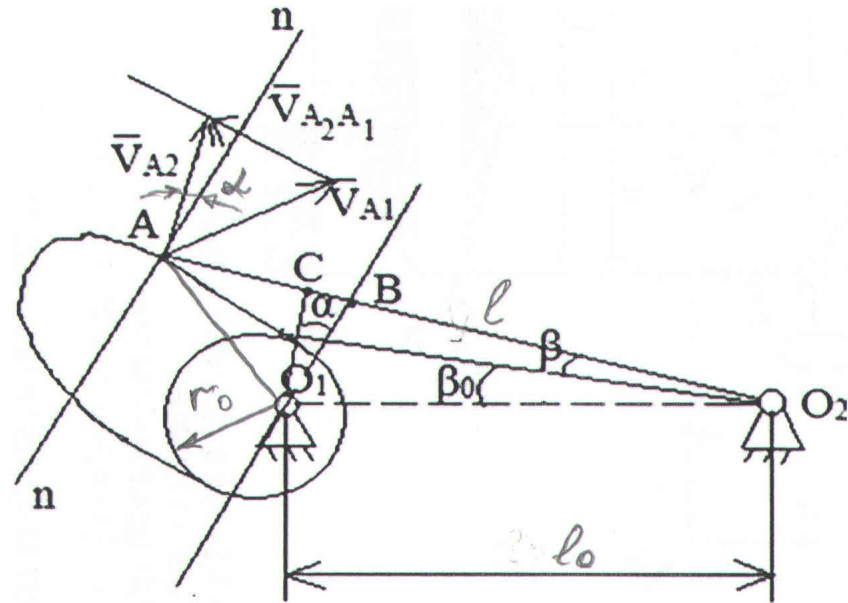
$\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$, откуда

$$\frac{O_1A}{AB} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{\omega_1 O_1A}{\omega_2 O_2A} \text{ или } O_2A/AB = \omega_1/\omega_2.$$

Откуда

$$AB = \frac{\omega_2}{\omega_1} O_2A = \frac{\omega_2}{\omega_1} l = \frac{d\beta}{d\varphi_1} l,$$

где $\frac{d\beta}{d\varphi_1}$ – *аналог угловой скорости* коромысла; l – длина коромысла.



Тема 6

● Найдем угол давления. Опустим из т. O_1 перпендикуляр $O_1 C$ на коромысло. Угол $\angle BO_1C = \alpha$ – угол давления.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{O_1C} = \frac{AB-AC}{O_1C}.$$

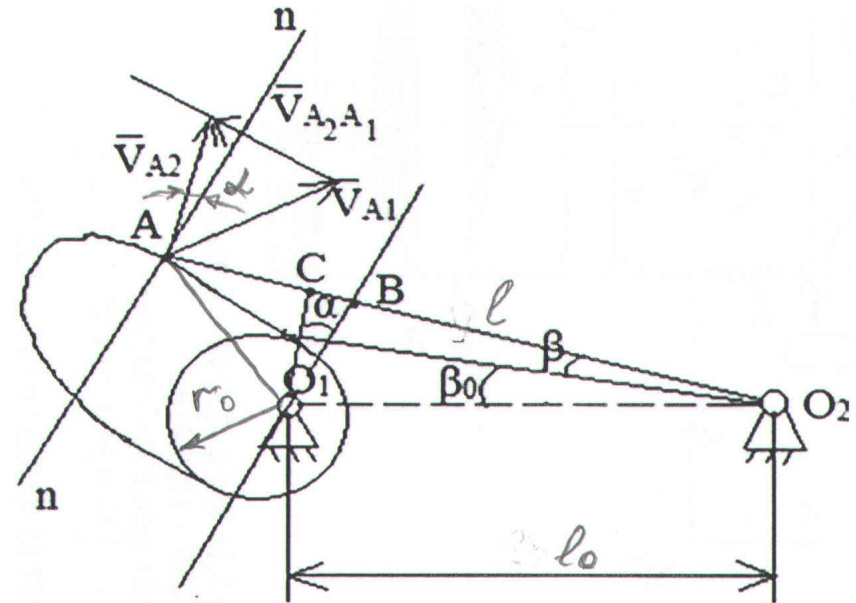
Здесь

$$AC = O_2A - O_2C = l - l_0 \cos(\beta + \beta_0);$$

$$O_1C = l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0).$$

Тогда

$$\tan \alpha = \frac{\pm \frac{d\beta}{d\varphi_1} l - [l - l_0 \cos(\beta + \beta_0)]}{l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0)}.$$



Знак (\pm) берется потому, что угловая скорость коромысла ω_2 имеет различное направление на фазах удаления и возвращения коромысла.

С увеличением межосевого расстояния l_0 угол давления уменьшается, а габариты механизма увеличиваются. Радиус кулачковой шайбы

$$r_0 = (l^2 - l_0^2 - 2l l_0 \cos \beta_0)^{1/2}.$$

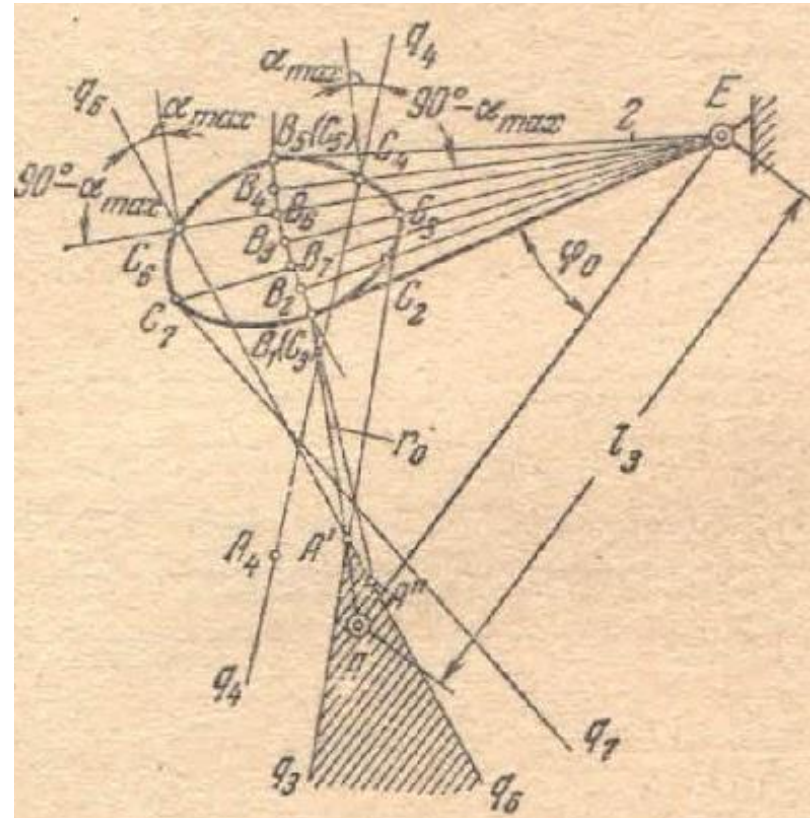
Тема 6

- Определим положение оси вращения коромысла (см. рис.).

Для этого по заданному закону движения коромыслового толкателя производим разметку положений конечной точки коромысла (т. B).

После этого на лучах, проведенных через эти точки, откладываем отрезки, равные $(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})l$. При этом эти отрезки, откладываются с той стороны диаграммы, в которую будет повернут, по направлению угловой скорости кулачка, вектор линейной скорости т. B толкателя.

Зона допустимых положений оси вращения кулачка будет находиться в заштрихованной области, между прямыми, проведенными под углами $(90^\circ - \alpha_{max})$ из точек C_i , имеющими **наиболее удаленную от диаграммы точку пересечения** (т. A').



Тема 6

3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

У механизмов этого типа угол давления постоянен и равен: $\alpha = 0$. Введение эксцентриситета в этих механизмах *нецелесообразно*. В основе определения величины радиуса кулачковой шайбы лежит условие *выпуклости профиля* ($\rho \geq 0$) кулачка (для исключения двоякой кривизны).

Заменяем высшую кинематическую пару в т. А. Точка O_1 – центр кривизны профиля.

Тогда условие выпуклости

$$\rho_k = S_2(\varphi_1) + r_0 + x \geq 0, \quad (1)$$

где x – неизвестная величина.

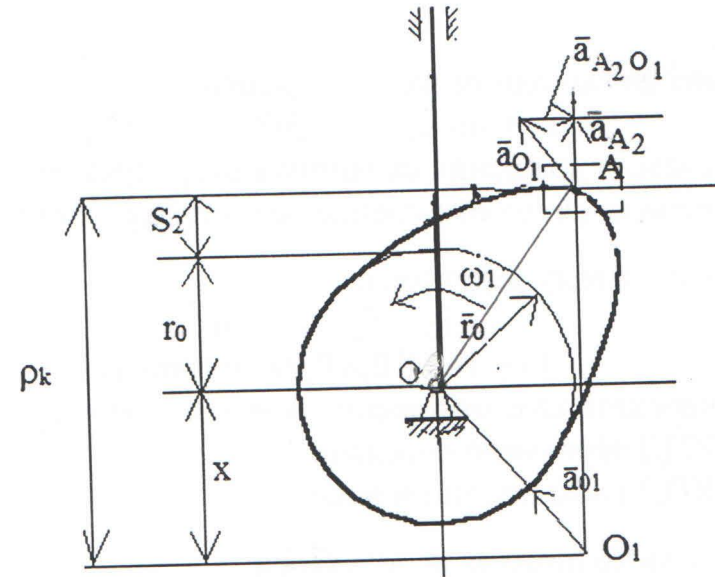
Определим абсолютное ускорение т. A_2

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{A_2O_1}^n + \bar{a}_{A_2O_1}^t,$$

где $a_{A_2} = \frac{d^2 s_2}{dt^2} = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2$; $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$; $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$; $a_{A_2O_1}^n = 0$;

$$\bar{a}_{A_2O_1}^t \perp AO_1.$$

Строим план ускорений (см. рис.).



Тема 6

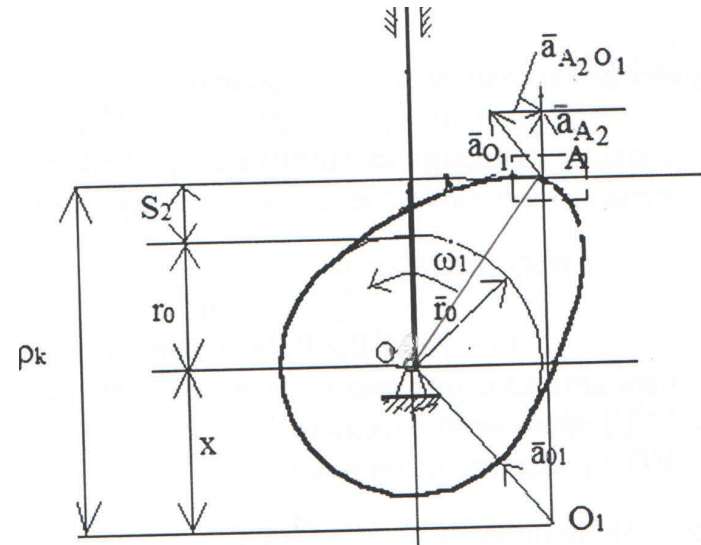
- $\Delta OO_1C \sim Aa_{O_1}a_{A_2}$.

Из подобия следует

$$\frac{a_{A_2}}{a_{O_1}} = \frac{O_1C}{OO_1} = \frac{\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2}{\omega_1^2} \cdot OO_1,$$

Откуда

$$x = O_1C = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}. \quad (2)$$



Это – *аналог ускорения* толкателя. Подставляя (2) в (1), будем иметь

$$s_2(\varphi_1) + r_0 + \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \geq 0,$$

откуда $\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[s_2(\varphi_1) + r_0]} \leq 1$. Подставляя в правую часть $\tan 45^\circ = 1$, получим

$$\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[s_2(\varphi_1) + r_0]} \leq \tan 45^\circ.$$

Тема 6

- Последнее уравнение удобно для графического решения. Для этого строим передаточную диаграмму

$$\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} = f[S_2(\varphi_1)].$$

Из т. b (максимального отрицательного значения оси абсцисс) под углом 45° к оси ординат графика проводится прямая.

Для кулачковых механизмов, снабженных роликом, необходимо определять не радиус кулачковой шайбы r_0 , а радиус начальной окружности кулачка, равный $R_0 = r_0 + r_p$.

При этом радиус ролика принимается равным $r_p \leq 0,4 R_0$.

