

ФГБОУ ВПО «ИЖГТУ ИМ. М.Т. КАЛАШНИКОВА»
ФАКУЛЬТЕТ «МАТЕМАТИКА И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»
КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСШИРЕНИЯ ПРИ НАГРЕВАНИИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ БИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Руководитель:

д.т.н., профессор каф. МОИС

В.Г. Суфиянов

Исполнитель:

студент группы Б07-181-1

Р.Р.Хамидуллин

Ижевск, 2019

Цель и состав задач

Цель:

Смоделировать процесс теплопередачи и расширения при нагревании

Состав задач:

- Изучить физические основы процессов теплопередачи и расширения при нагревании. Изучить научные литературные источники по математическому моделированию процессов теплопередачи. Изучить методы численного моделирования физических процессов: метод конечных разностей и метод конечных элементов. Изучить численные методы моделирования в лагранжевых и эйлеровых координатах. Изучить математические пакеты численного моделирования физических процессов ЛОГОС и ANSYS.
- Разработать математические модели теплопроводности в одномерной и осесимметричной постановке в случае 2 и 3 слоев металлов и сплавов. Определить начальные и граничные условия, а также условия на границах раздела сред.
- Собрать данные по свойствам материала (плотность, теплопроводность, теплоемкость, коэффициент теплового расширения и др.), необходимые для моделирования рассматриваемых физических процессов. Привести в табличном и графическом виде зависимости свойств от температуры. В программе R аппроксимировать полиномами зависимости свойств материалов от температуры и выбрать наиболее адекватную модель.
- Разработать программный комплекс для моделирования процесса теплопередачи в одномерной и осесимметричной постановках. Провести верификацию метода на модельной задаче с известным аналитическим решением. Провести исследование сходимости метода решения задачи.
- Провести численное моделирование процесса расширения при нагревании и охлаждении в цилиндрических биметаллических изделиях. Провести сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными по расширению биметаллических изделий.

Процесс теплопередачи

Теплопередача – это физический процесс передачи энергии от более горячего к менее горячему телу непосредственно или через перегородку из некоторого материала.

Теплопроводность – способность тел проводить энергию от более нагретых частей тела к менее нагретым частям тела путём хаотического движения частиц тела (атомов, молекул, электронов и т. п.)

Коэффициент теплопроводности характеризует количество теплоты, которое проходит через однородный образец материала единичной длины за единицу времени при разнице температур один Кельвин.

Теплоёмкость – это количество теплоты, поглощаемое (выделяющееся) телом в процессе нагревания (остывания) на 1 градус Кельвина.

$$\lambda \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$$

$$c \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$$

Уравнение теплопроводности

Одномерное уравнение теплопроводности в осесимметричной постановке имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_i(T) \cdot \rho_i(T) \cdot T_i(r, t)) = \left(\frac{\partial^2 \lambda_i T_i(r, t)}{\partial r^2} + \frac{\lambda_i}{r} \frac{\partial(T) \cdot T_i(r, t)}{\partial r} \right) \quad i = 1, 2, 3;$$

Температура на внутренней стенке задается функцией $g(t)$:

$$T(r_1, t) = g(t)$$

Условия между слоями:

$$T(r_{i+1} - h, t) = T(r_{i+1}, t)$$

$$\lambda_{i-1}(T) \frac{dT(r_i - h, t)}{dr} = \lambda_i(T) \frac{dT(r_i, t)}{dr}$$

На внешней границе:

$$-\lambda_4 \frac{dT(r_4, t)}{dr} = 0$$

В начальный момент времени температура описывается функцией:

$$T_i(r, 0) = \psi_i(r) \quad i = 1, 2, 3;$$

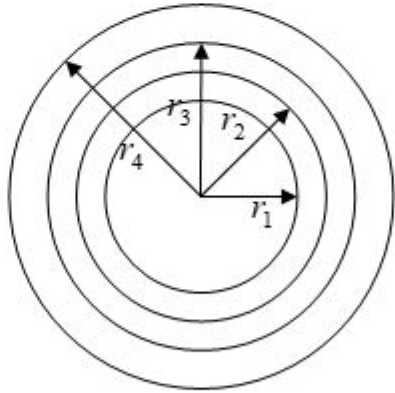


Рисунок 1 – труба в разрезе

Тепловое расширение

Тепловое расширение — изменение линейных размеров и формы тела при изменении его температуры.

λ и μ - постоянные Ламе

$\frac{\partial t}{\partial x}$ - градиент температур

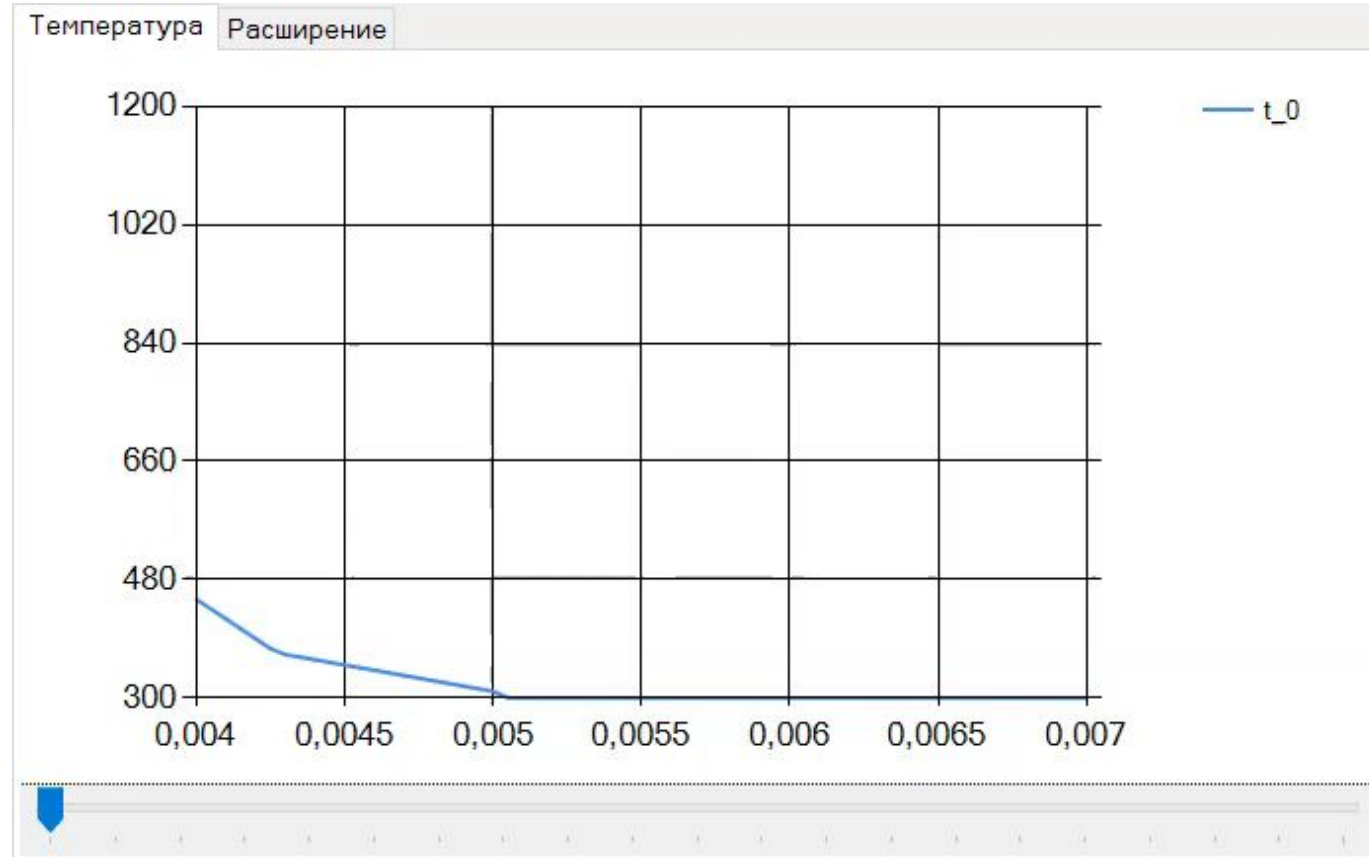
$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ - изменение скорости перемещения

$$\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$$

α - коэффициент линейного расширения

$$\gamma \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} (\lambda + 2\mu)$$

Моделирование



Анимация 1 – Решение уравнения теплопроводности в моменты времени от 0 до 0.1 сек.

Заключение

- **Изучил физические основы процессов теплопередачи и расширения при нагревании;** методы численного моделирования физических процессов.
- **Разработал математические модели теплопередачи.** Определил начальные и граничные условия, а также условия на границах раздела сред.
- **Собрал данные по свойствам материала,** необходимые для моделирования рассматриваемых физических процессов.
- **Разработал программный комплекс для моделирования процесса теплопередачи при нагревании.**

**Спасибо за
внимание!**