ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Построение линии пересечения поверхностей, одна из которых занимает проецирующее положение

Линией пересечения двух поверхностей называется линия, состоящая из множества точек, общих для пересекающихся поверхностей.

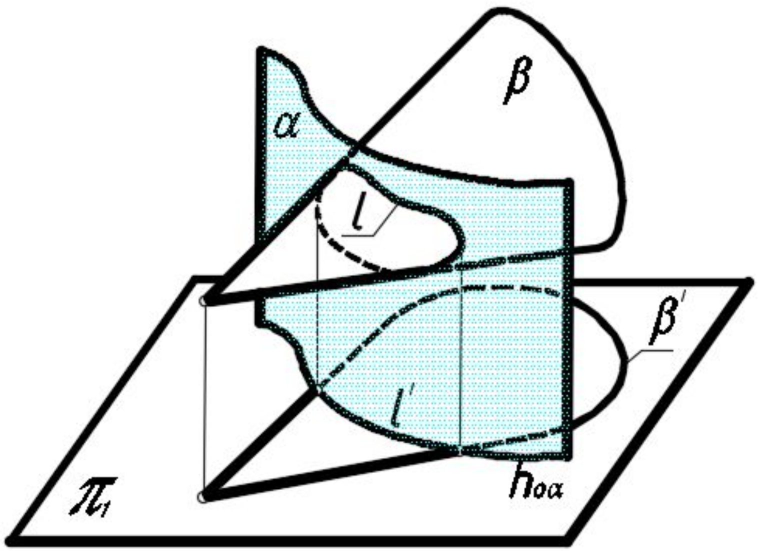


Рис. 8.1

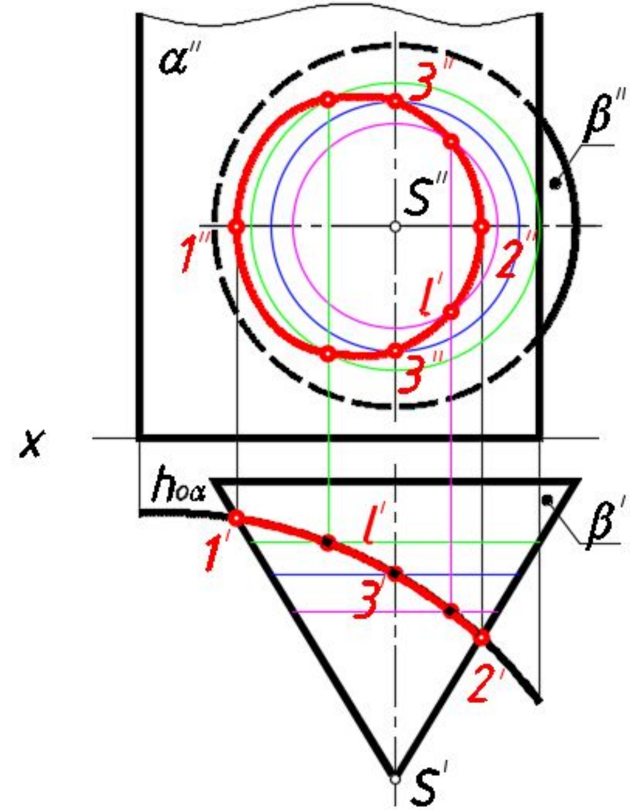
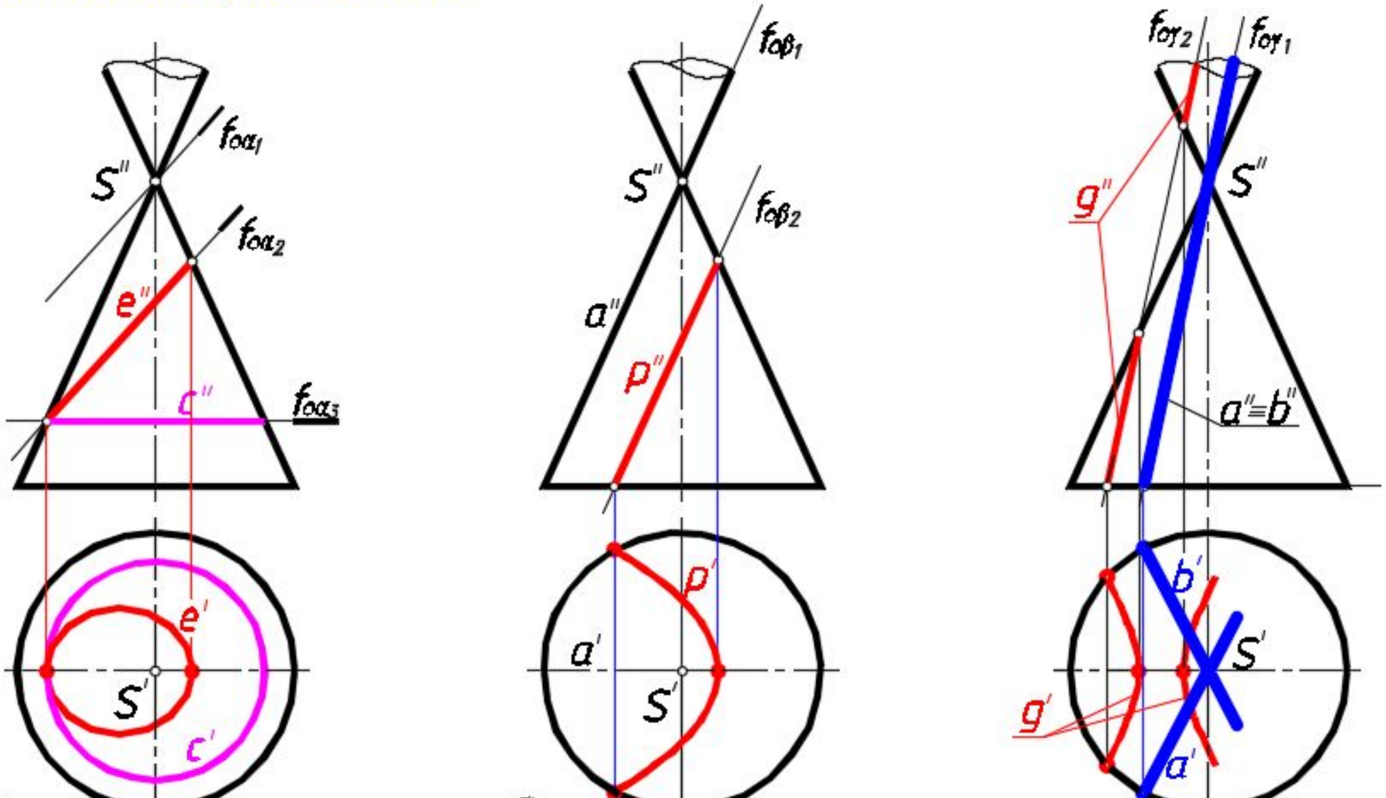


Рис. 8.2

Когда одна из поверхностей занимает проецирующее положение построение проекций линии пересечения упрощается, т.к. одна проекция линии совпадает со следом $h_{0\alpha}$ проецирующей поверхности. Недостающую проекцию линии находят из условия её принадлежности непроецирующей поверхности (рис.8.1 и 8.2).

Конические сечения

Линии пересечения конической поверхности вращения с плоскостями (сечения) называются кониками. Вид сечения зависит от положения секущей плоскости.



а) Если секущая плоскость, проходящая через вершину, пересекает конус только в вершине, то всякая параллелная ей плоскость пересечёт конус по эллипсу (в частном случае по окружности).

б) Если секущая плоскость, проходящая через вершину, касается конуса (по прямой а), то всякая параллельная ей плоскость пересечёт конус по параболе.

в) Если секущая плоскость, проходящая через вершину, пересекает конус (по образующим a и b),то всякая параллельная ей плоскость пересечёт конус по гиперболе.

Рис. 8.3

Построение линии пересечения поверхностей общего положения

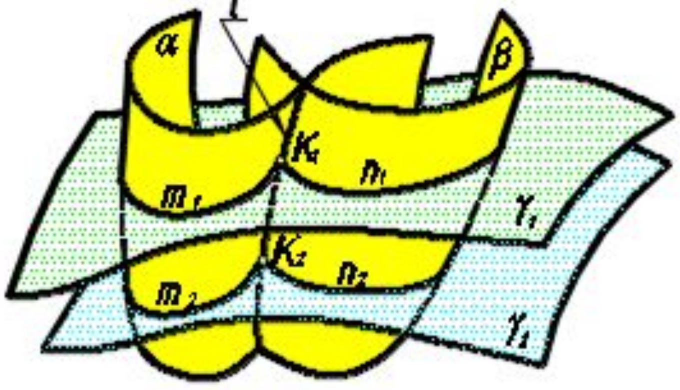


Рис. 8.4

Алгоритм решения:

Для построения линии пересечения двух поверхностей находят ряд точек, одновременно принадлежащих этим поверхностям и соединяют их плавной кривой линией.

Каждую точку находят следующим образом (рис.8.4):

1. Вводят вспомогательную поверхность γ_1
2. Строят линии m_1 и n_1 пересечения вспомогательной поверхности γ_1 с каждой из заданных α и β
3. Находят точку K_1 пересечения построенных линий m_1 и n_1

Повторяя несколько раз п.п.1, 2, 3 находят необходимое число точек K_2,K_3,K_4......

Соединяя найденные точки плавной кривой линией l получают искомую линию пересечения поверхностей.

Применение вспомогательных плоскостей при построении линии пересечения поверхностей

а) Вспомогательные проецирующие плоскости

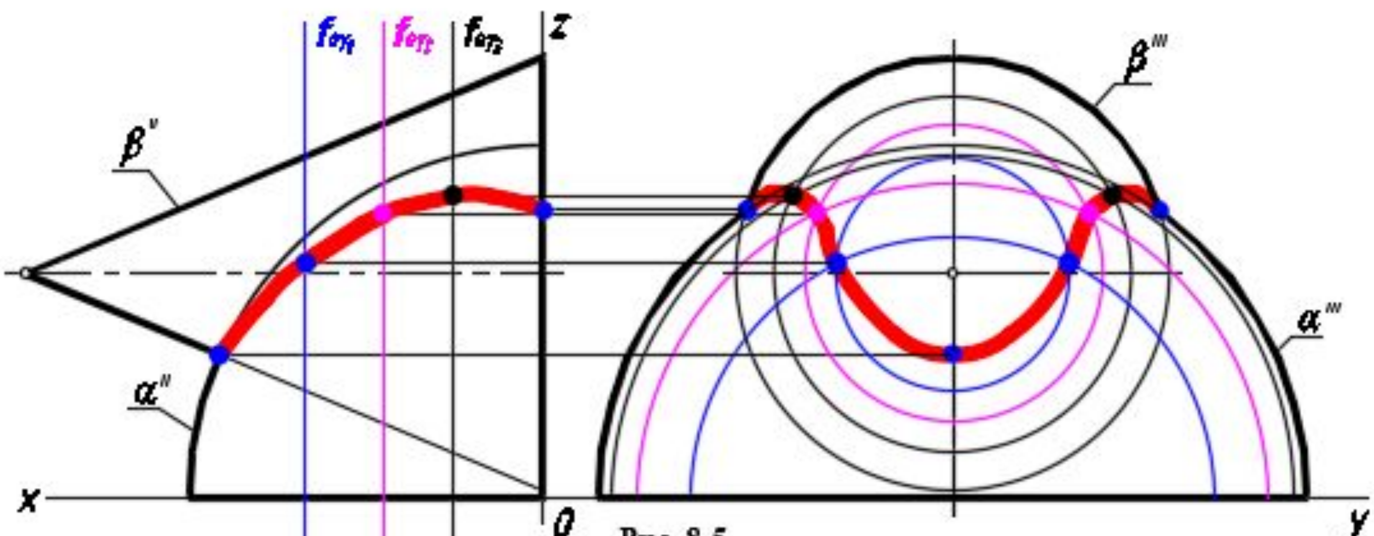


Рис. 8.5

Вспомогательные плоскости выбирают такими, чтобы линии пересечения их с заданными поверхностями были простейшими (в данном примере это - окружности).

б) Вспомогательные плоскости общего положения

В ряде случаев (при пересечении цилиндрических и конических поверхностей) рационально использовать в качестве вспомогательных плоскости общего положения.

в пространстве

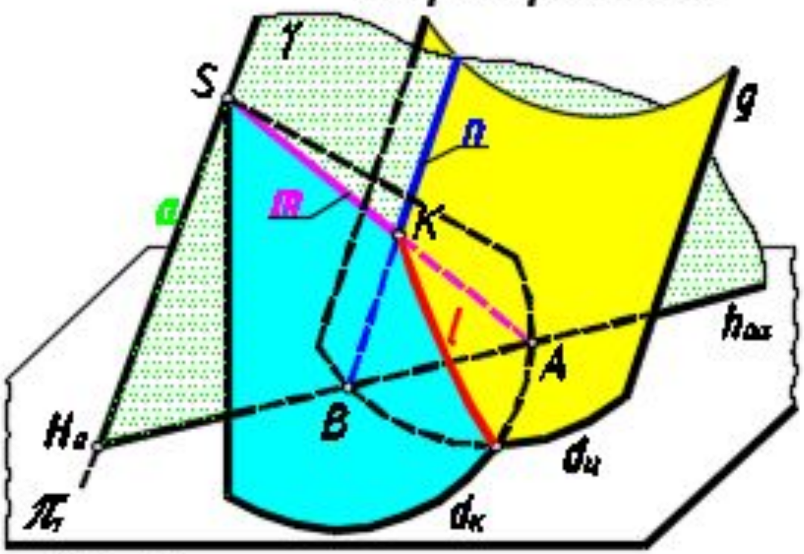


Рис. 8.6

на чертеже

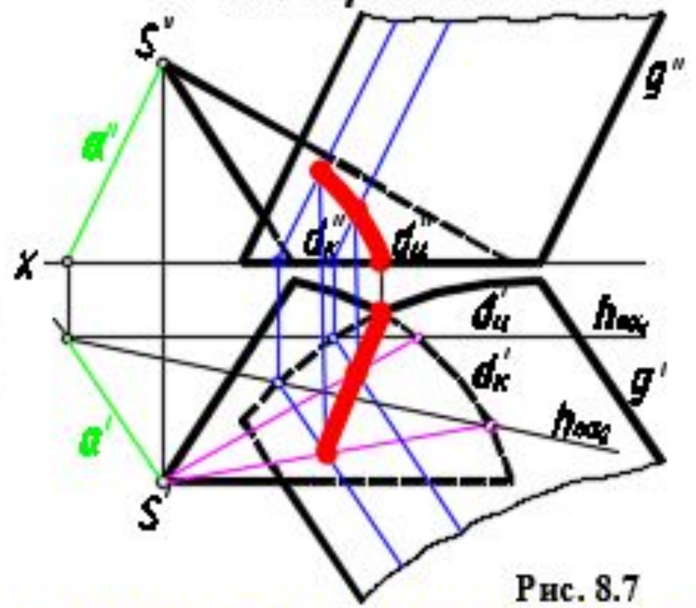


Рис. 8.7

На рис.8.6 и 8.7 показано построение линии пересечения конической и цилиндрической поверхностей.
Через вершину S конуса проведена прямая a, параллельная образующим цилиндра g.
Всякая плоскость γ, проходящая через эту прямую, пересечёт конус и цилиндр по прямым линиям m и n (образующим этих поверхностей). Пересечение этих образующих даст точку К, принадлежащую линии пересечения заданных поверхностей.
Проведя пучок аналогичных плоскостей, строим линию пересечения l.

Применение вспомогательных сфер при построении линии пересечения поверхностей

1. Способ концентрических сфер

Основанием для применения способа служит следующее положение:
сфера с центром на оси поверхности вращения пересекает эту поверхность по окружностям (общим параллелям).
На рис.8.8 сфера γ пересекает коническую поверхность α по двум окружностям a и b .
На рис.8.9 сфера γ пересекает цилиндрическую поверхность β по двум окружностям a и b .

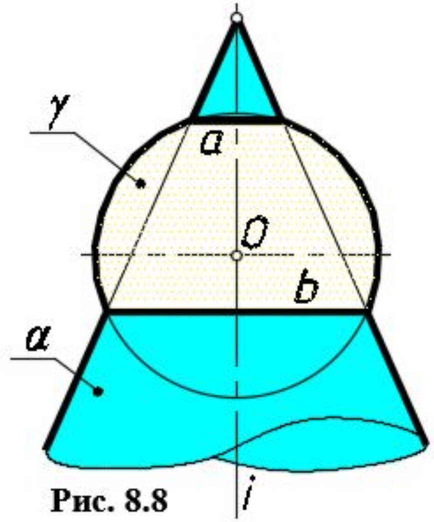


Рис. 8.8

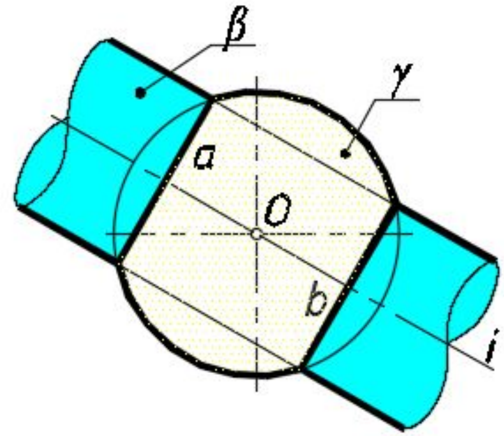


Рис. 8.9

Область применения способа

Способ концентрических сфер применяется при построении линии пересечения поверхностей, отвечающих трём условиям:

1. Обе поверхности - поверхности вращения.
2. Оси поверхностей пересекаются.
3. Оси поверхностей параллельны одной из плоскостей проекций.

Центры вспомогательных сфер находятся в точке О пересечения осей пересекающихся поверхностей.
Радиусы применяемых сфер находятся в пределах от R_{min} до R_{max} .
R_{min} имеет большая из двух сфер, вписанных в пересекающиеся поверхности.
R_{max} имеет сфера, проходящая через наиболее удалённую точку пересечения меридианов поверхностей.

Область применения способа

Способ концентрических сфер применяется при построении линии пересечения поверхностей, отвечающих трём условиям:

1. Обе поверхности - поверхности вращения.
2. Оси поверхностей пересекаются.
3. Оси поверхностей параллельны одной из плоскостей проекций.

Центры вспомогательных сфер находятся в точке О пересечения осей пересекающихся поверхностей.

Радиусы применяемых сфер находятся в пределах от R_{min} до R_{max}.

R_{min} имеет большая из двух сфер, вписанных в пересекающиеся поверхности.

R_{max} имеет сфера, проходящая через наиболее удалённую точку пересечения меридианов поверхностей.

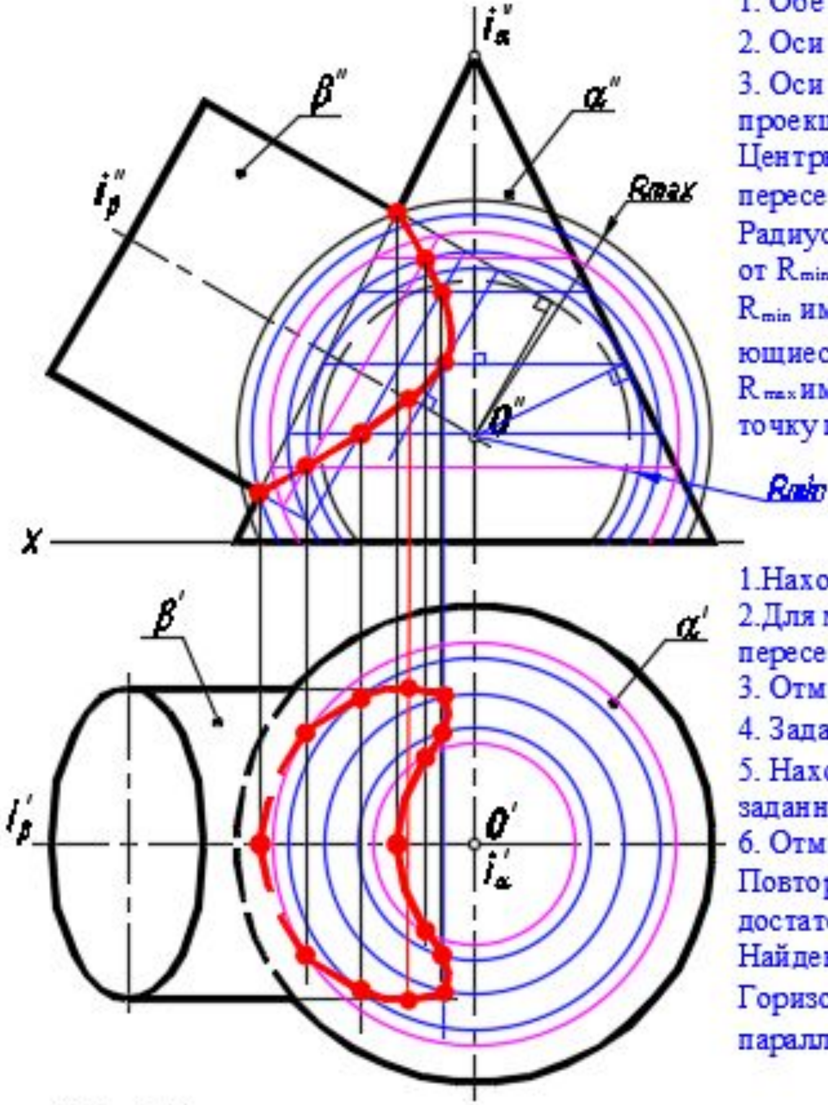


Рис. 8.10

План решения задачи:

1. Находим минимальную и максимальную сферы.
2. Для минимальноой сферы находим проекции линий пересечения её с заданными поверхностями.
3. Отмечаем точку пересечения построенных линий.
4. Задаём вспомогательную сферу
5. Находим проекции линий пересечения этой сферы с заданными поверхностями
6. Отмечаем точки пересечения построенных линий

Повторяем п.п. 4, 5, 6 несколько раз для получения достаточного количества точек

Найденные точки соединяем плавной кривой линией.

Горизонтальную проекцию кривой строим с помощью параллелей конической поверхности.

2. Способ эксцентрических сфер

Область применения способа

Способ эксцентрических сфер применяется для построения линии пересечения двух поверхностей при соблюдении трёх условий:

1. Одна из поверхностей - поверхность вращения, а вторая - содержит систему круговых сечений (трубчатая или циклическая поверхность)
2. Пересекающиеся поверхности имеют общую плоскость симметрии.
3. Плоскость симметрии параллельна одной из плоскостей проекций.

В основу способа положено то обстоятельство, что одна и та же окружность c может принадлежать бесчисленному множеству сфер α_1, α_2 , α_3 ... , центры которых O_1, O_2, O_3... находятся на перпендикуляре n к плоскости окружности c.

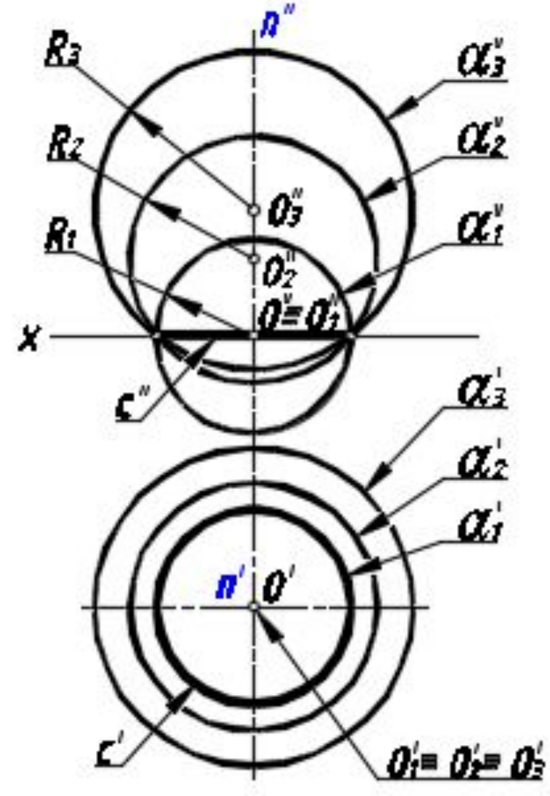


Рис.9.11

Рис.9.11

План решения задачи

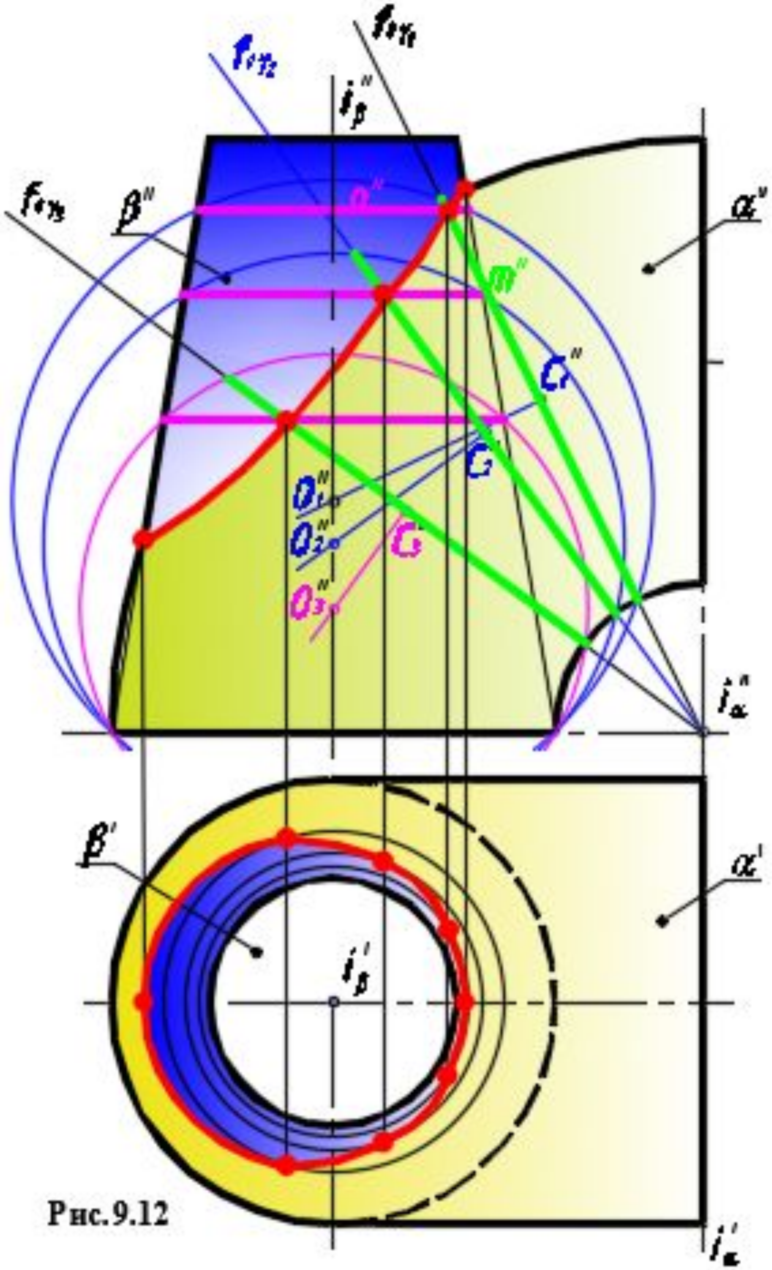


Рис.9.12

В данной задаче торовая поверхность используется как поверхность с круговыми сечениями, лежащими в меридианальных плоскостях.

1. На поверхности с круговыми сечениями выбираем одно из круговых сечений
2. Через центр *C* кругового сечения проводим перпендикуляр к плоскости кругового сечения
3. Отмечаем точку *O* пересечения перпендикуляра с осью *i* поверхности вращения
4. С центром в точке *O* строим сферу , проходящую через круговое сечение
5. Строим линию пересечения вспомогательной сферы с поверхностью вращения
6. Отмечаем точку пересечения линий и .

Пункты 1 ... 6 повторяем несколько раз для получения необходимого количества точек

Найденные точки соединяем плавной кривой линией .

Горизонтальную проекцию линии пересечения строим с помощью параллелей поверзности вращения .

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

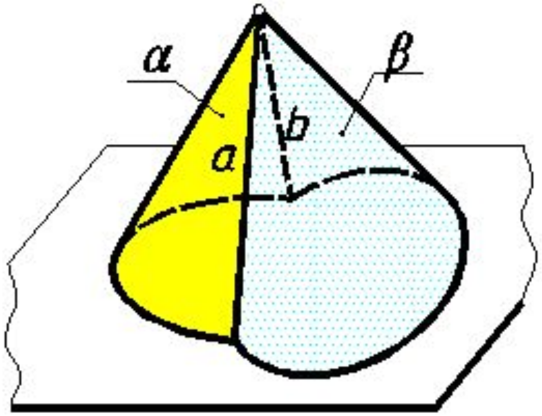


Рис.8.13

Конические поверхности с общей вершиной пересекаются по общим образующим (рис.8.13). Цилиндрические поверхности с параллельными образующими пересе-пересекаются по общим образующим (рис.8.14).

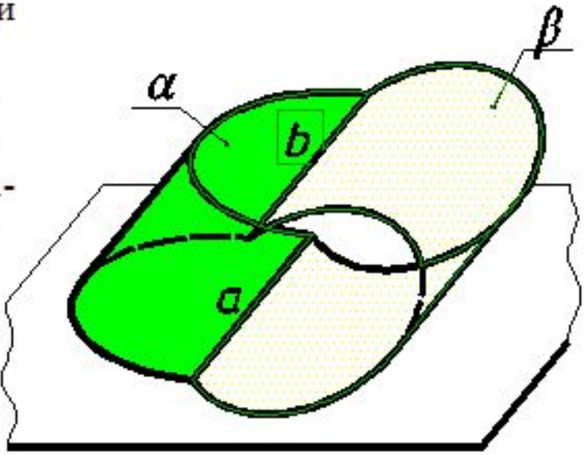


Рис.8.14

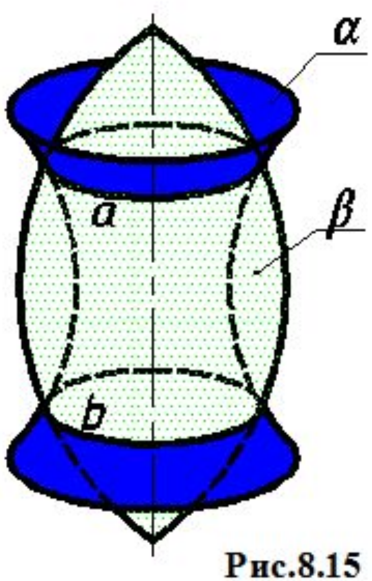


Рис.8.15

Две соосные поверхности вращения α и β пересекаются по общим па-параллелям a и b (рис.8.15).

Если две соосные поверхности вращения касаются друг друга, то линия их касания - общая параллель (рис.8.16).

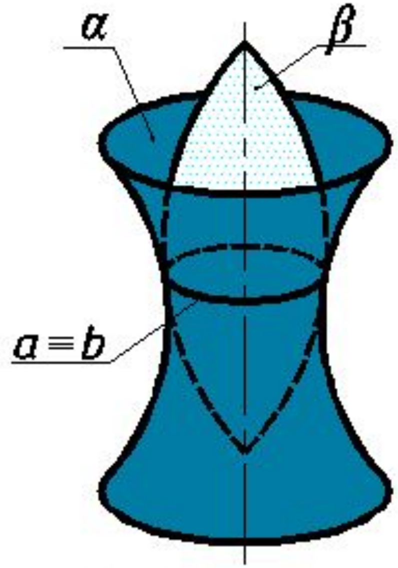


Рис.8.16

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

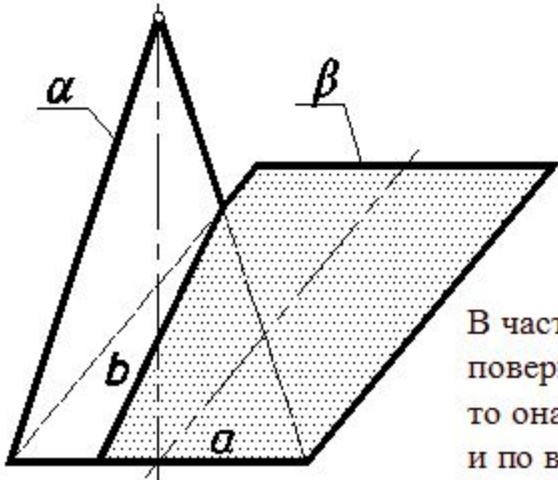


Рис.8.19

Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой, то они пересекаются и ещё по одной плоской кривой.

В частности, если сфера пересекает поверхность по одной окружности. то она пересечёт эту поверхность и по второй окружности (рис.8.20).

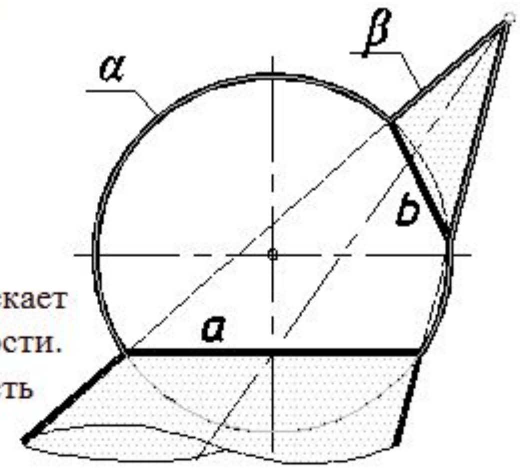
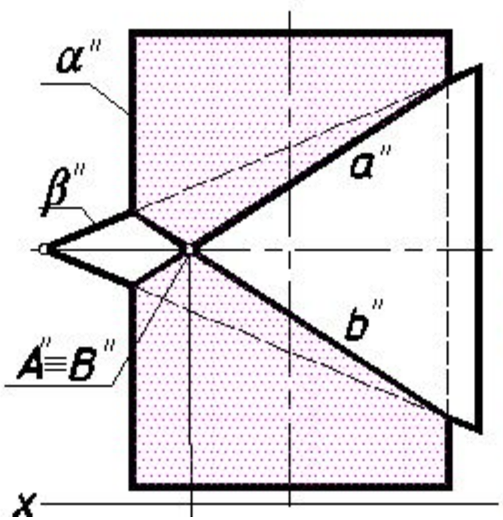
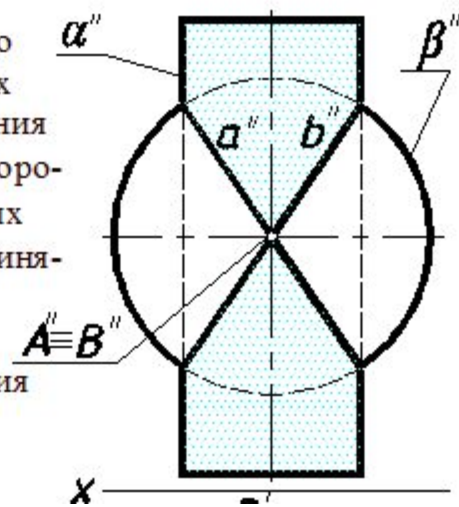


Рис.8.20



Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания.

Если одна из поверхностей-сфера, то линиями пересечения поверхностей будут две окружности (рис.8.22).



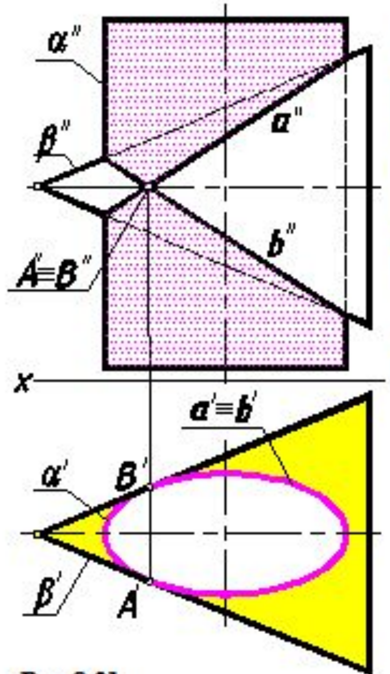


Рис.8.21

Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания.
Если одна из поверхностей- сфера, то линиями пересечения поверхностей будут две окружности (рис.8.22).

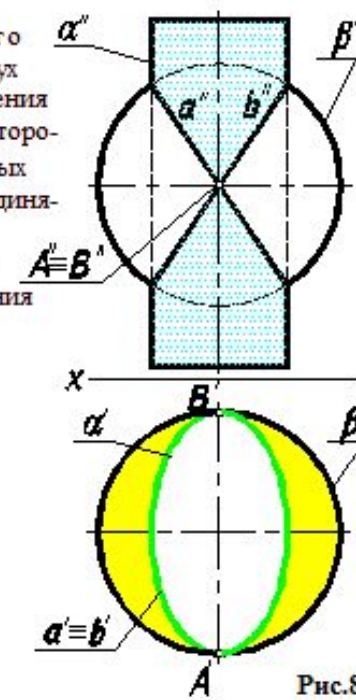


Рис.8.22

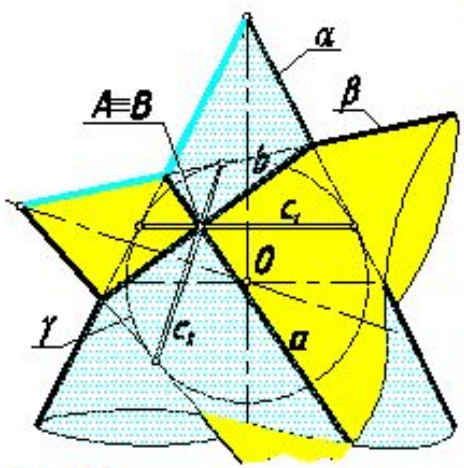


Рис.8.23

Теорема Монжа
Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности второго порядка (рис.8.23) или вписаны в неё (рис.8.24), то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания.

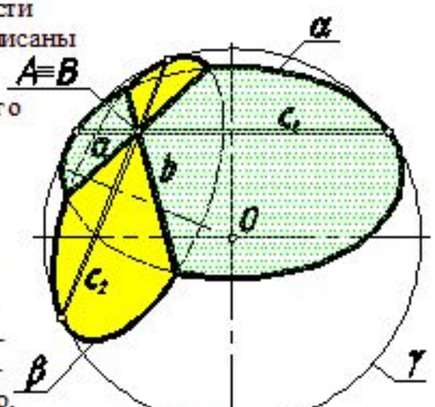


Рис.8.24

КАСАТЕЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ И НОРМАЛЬ К ПОВЕРХНОСТИ

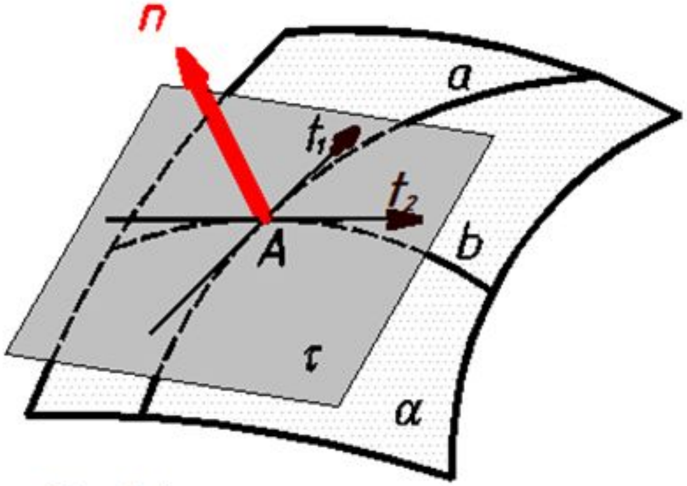


Рис.9.1

Плоскость, касательная к поверхности в данной точке, есть множество прямых, касательных ко всевозможным линиям поверхности, проходящим через данную точку.

На ортогональном чертеже необходимо и достаточно построить две касательные к двум линиям поверхности.

Нормаль к поверхности в данной ее точке есть перпендикуляр к касательной плоскости, проведенной в данной точке поверхности.

Различные случаи касания плоскости и поверхности

Эллиптическая точка

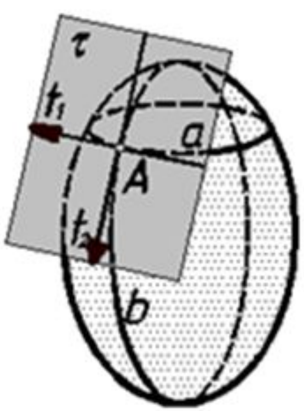


Рис.9.2

Параболическая точка

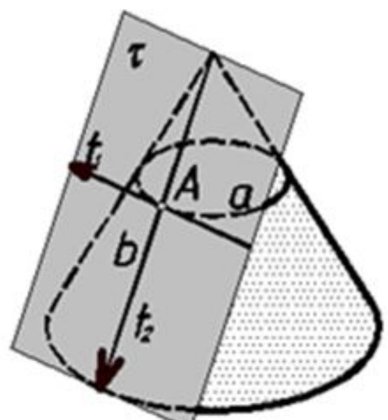


Рис.9.3

Гиперболическая точка

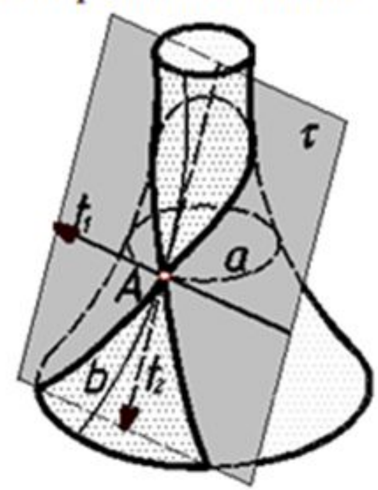
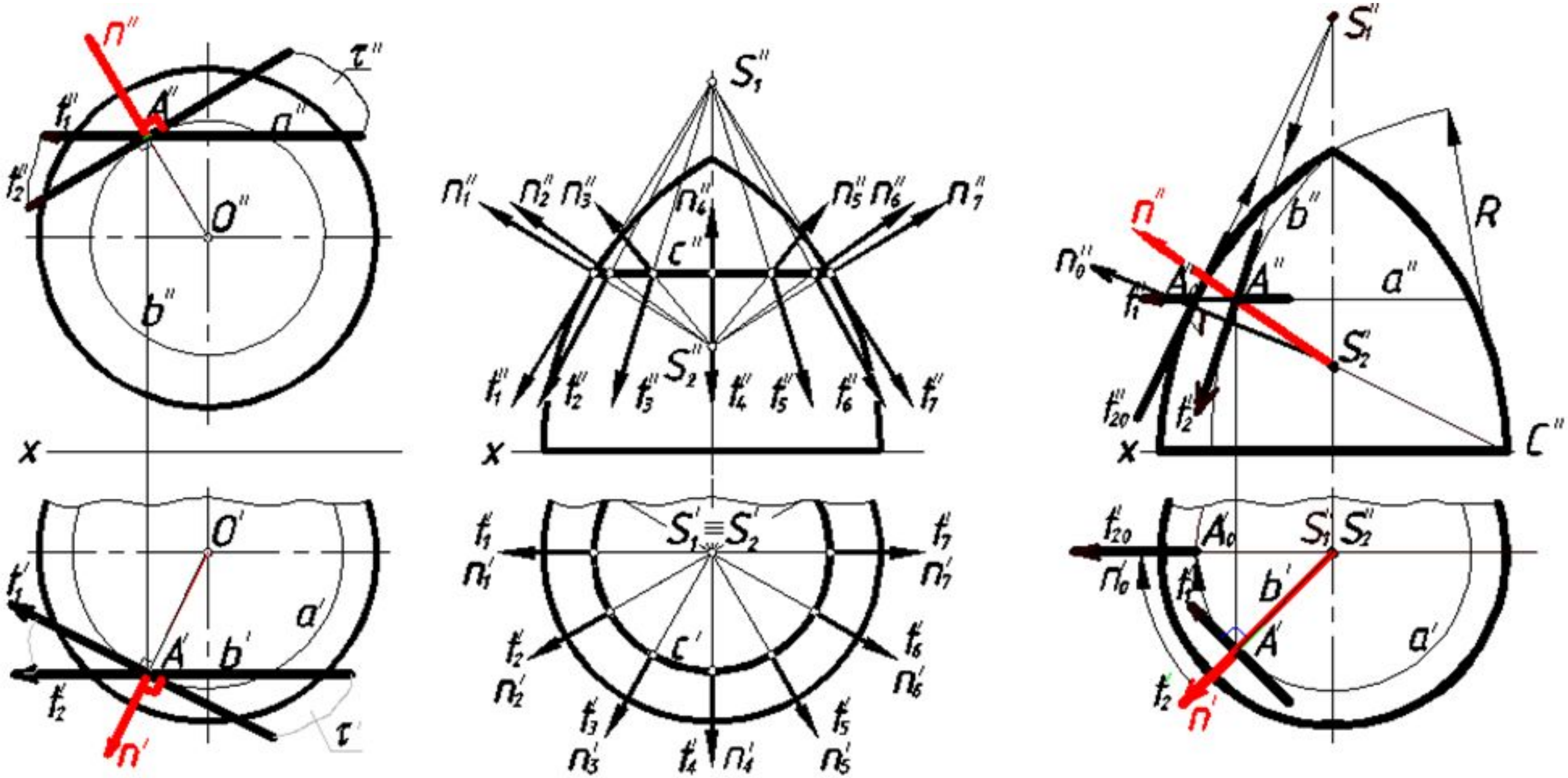


Рис.9.4

Конус касательных и конус нормалей к поверхности вращения



10. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

Случай, когда одна из геометрических фигур - проецирующая

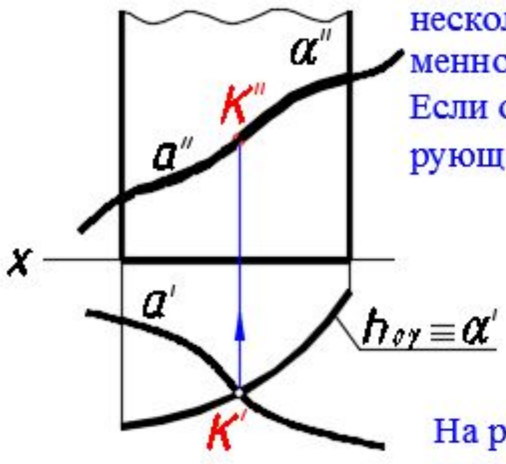


Рис.10.1

Линия и поверхность пересекаются в одной или нескольких точках. Это точки, которые одновременно принадлежат и линии и поверхности.

Если одна из пересекающихся фигур проецирующая, то одну из проекций точки пересечения находят из условия её принадлежности проецирующей фигуре, а вторую - из условия её принадлежности непроецирующей фигуре.

На рис.10.1 проецирующей является цилиндрическая поверхность α , поэтому точка пересечения К'лежит на следе $h_{0\gamma}$ этой пов-ти.

На рис.10.2 проецирующей является прямая a , поэтому точка пересечения К' принадлежит точке a' , в которую проецируется прямая a .

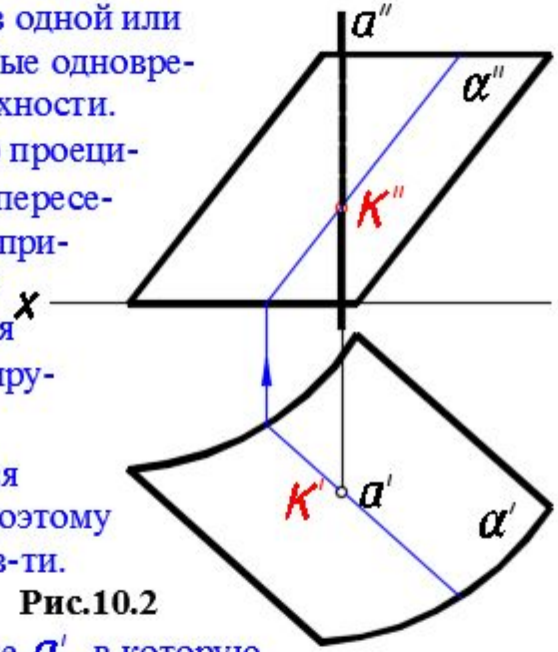


Рис.10.2

Случай, когда обе геометрические фигуры - общего положения

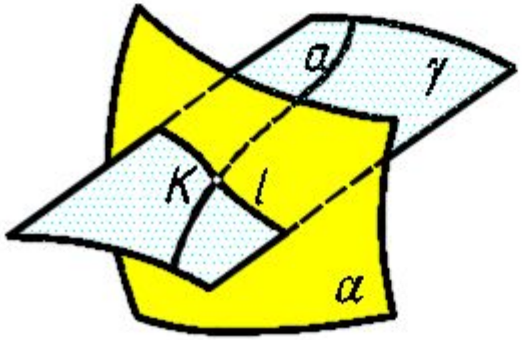


Рис.10.3

Алгоритм решения:

Для нахождения точки K пересечения линии a и поверхности α следует:

1. Заключить линию a во вспомогательную поверхность γ .
2. Построить линию l пересечения вспомогательной поверхности γ и заданной поверхности α .
3. Отметить искомую точку K на пересечении заданной линии a и построенной линии l.

Определение точки пересечения прямой с цилиндрической поверхностью с использованием:

а) вспомогательной проецирующей плоскости

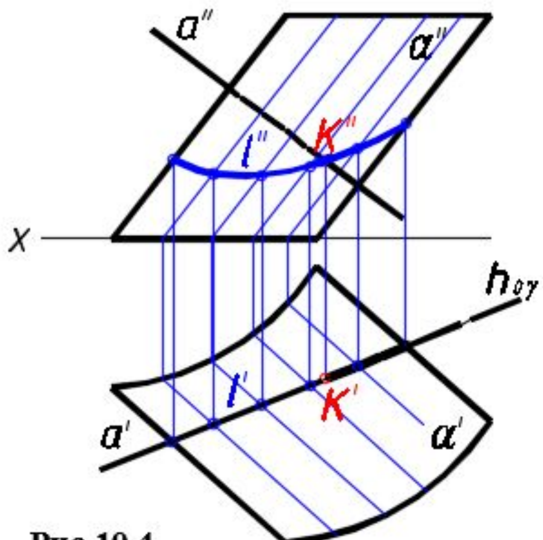


Рис.10.4

Прямая a заключена в проецирующую плоскость γ , которая пересекает заданную поверхность α по кривой линии l .
ности. Недостающую проекцию линии находят из условия её принадлежности непроецирующей поверхности (рис.8.1 и 8.2).

б) вспомогательной плоскости общего положения

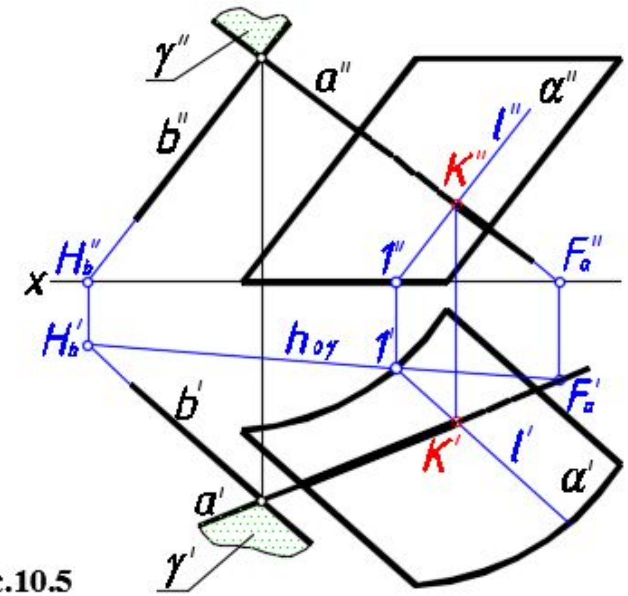


Рис.10.5

Прямая a заключена в плоскость γ общего положения, проходящую через прямую b , параллельную образующим цилиндрической поверхности α .
Плоскость γ пересекает поверхность α по прямой l (одной из образующих этой поверхности).

Решение гораздо проще и точнее, чем в предыдущем случае.

Винтовые поверхности образуются при винтовом перемещении движении линии. $\Phi(g, i); [g_i = T_i(g) \circ R_i(g)]$

g – образующая (кривая или прямая);

i – ось винтовой линии (поверхности)

Винтовое перемещение – композиция из двух перемещений:

а – параллельного перемещения вдоль оси i;

б – вращения вокруг этой оси.

Винтовая линия постоянного шага, построенная на поверхности прямого кругового цилиндра, называется ГЕЛИСОЙ.

Линейчатые винтовые поверхности, направляющая которых – гелиса, называются <u>геликоидами</u>

<u>прямой</u>, если угол наклона образующей к оси = 90°.

<u>косой</u> (наклонный), если угол от 0° до 90°.

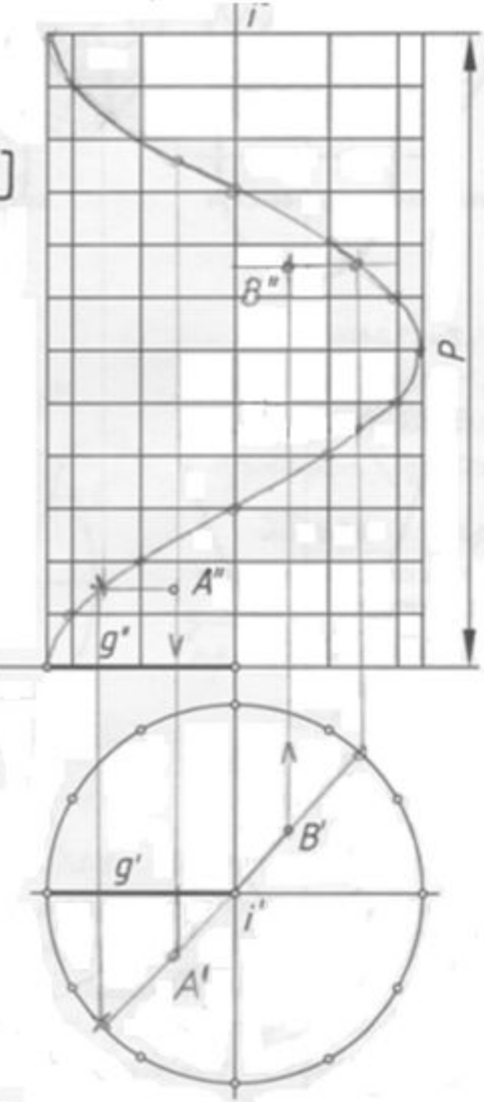


Рис.7.28

закрытые – образующая и ось пересекаются.

открытые – образующая и ось скрещиваются.

Поверхность геликоида находит широкое применение в технике: резьба, шнеки, сверла, пружины, лопатки турбин, вентиляторов и др.