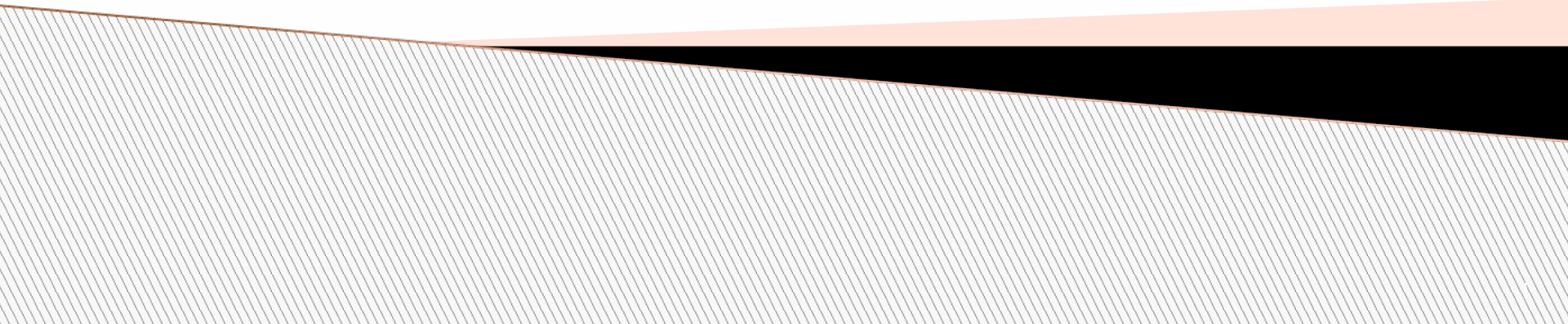


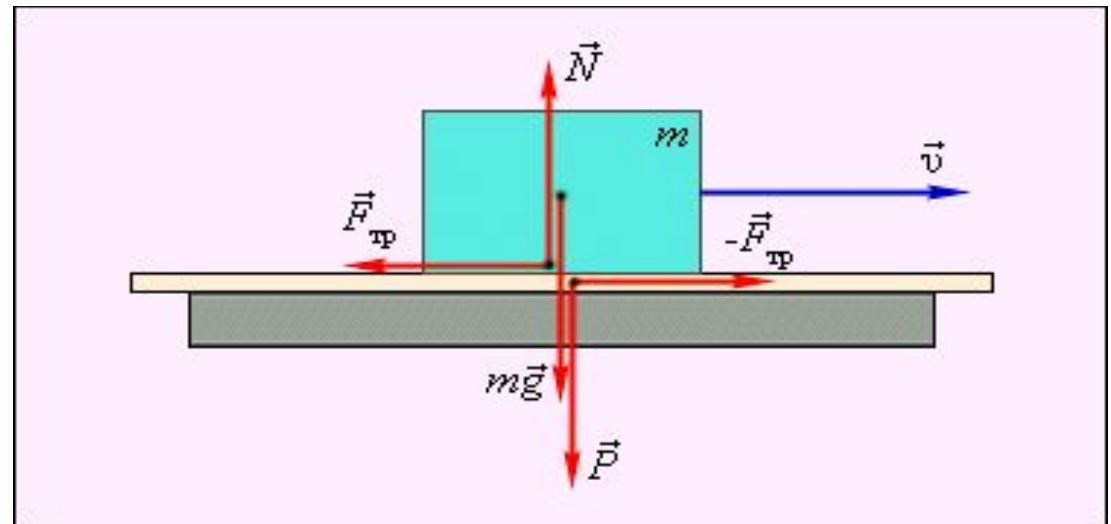
# Силы трения



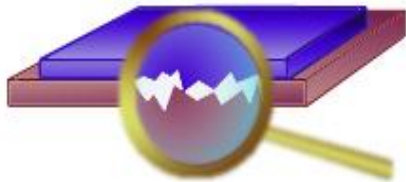
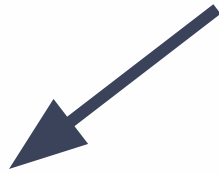
# Сила, возникающая при движении одного тела по поверхности другого направленная в сторону противоположную движению

Сила трения обозначается буквой  $F$  с индексом  $F_{\text{тр}}$

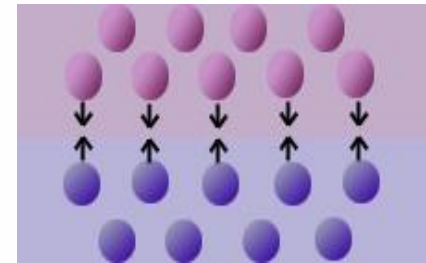
Измеряется в  
Ньютонах [Н]



# Причина трения



**Шероховатость  
поверхностей  
соприкасающихся тел**



**Взаимное притяжение  
молекул  
соприкасающихся тел**

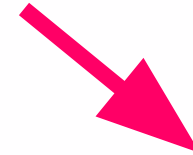
# ТРЕНИЕ



*Скольжения*



*Качения*



*Покоя*



■ **Трение скольжения.** При действии сдвигающей силы, приложенной к телу, покоящемуся на шероховатой поверхности, возникает сила, противодействующая возможному смещению тела (**сила трения сцепления**) из равновесного положения или его действительному перемещению (**сила трения скольжения**) при его движении.

**Основные законы трения (Амонтона - Кулона):**

1. Сила трения лежит в касательной плоскости к соприкасающимся поверхностям и направлена в сторону противоположную направлению, в котором приложенные к телу силы стремятся его сдвинуть или сдвигают в действительности (реактивный характер).

2. Сила трения изменяется от нуля до своего максимального значения  $0 \leq F_{\text{тр}} \leq F_{\text{тр}}^{\text{max}}$ . Максимальная сила трения пропорциональна коэффициенту трения и силе нормального давления

$$F_{\text{тр}}^{\text{max}} = fN.$$

3. Коэффициент трения есть величина постоянная для данного вида и состояния соприкасающихся поверхностей ( $f = \text{const}$ ).

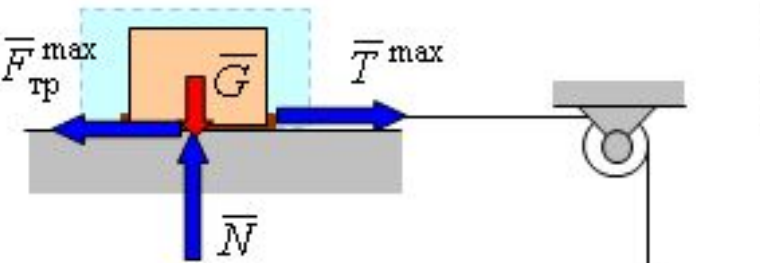
4. Сила трения в широких пределах не зависит от площади соприкасающихся поверхностей.

## ■ Способы определения коэффициента трения.

1. Сдвигающая сила изменяется от нуля до своего максимального значения –  $0 \leq T \leq T^{\max}$ , ( $0 \leq P \leq P^{\max}$ ).

2. Сила нормального давления изменяется от некоторого начального значения до минимального значения –  $N_0 \geq N \geq N^{\min}$  ( $G_0 \geq G \geq G^{\min}$ ).

3. Сдвигающая сила и сила нормального давления изменяются при изменении угла наклона плоскости скольжения от нуля до максимального значения –  $0 \geq \varphi \geq \varphi^{\max}$ .



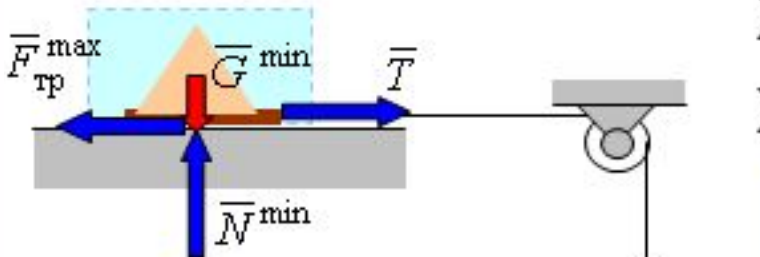
$$\sum X_i = 0; \quad T^{\max} - F_{\text{тр}}^{\max} = 0;$$

$$\sum Y_i = 0; \quad N - G = 0.$$

$$T^{\max} = fN;$$

$$N = G;$$

$$f = \frac{T^{\max}}{N} = \frac{P^{\max}}{G}.$$



$$\sum X_i = 0; \quad T - F_{\text{тр}}^{\max} = 0;$$

$$\sum Y_i = 0; \quad N^{\min} - G^{\min} = 0.$$

$$T = fN^{\min};$$

$$N^{\min} = G^{\min};$$

$$f = \frac{T}{N^{\min}} = \frac{P}{G^{\min}}.$$

■ **Угол трения.** С учетом силы трения, возникающей при контакте с шероховатой поверхностью полная реакция такой поверхности может рассматриваться как геометрическая сумма нормальной реакции абсолютно гладкой поверхности и силы трения:

Угол отклонения полной реакции шероховатой поверхности – **угол трения**, равный:

$$\bar{R}^{\max} = \bar{N} + \bar{F}_{\text{тр}}^{\max}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{F_{\text{тр}}^{\max}}{N}\right) = \arctg(f)$$

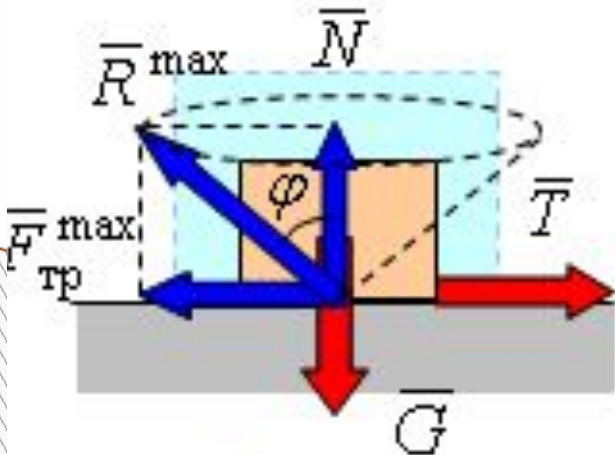
При изменении направления сдвигающей силы  $T$  на опорной поверхности ее поворотом относительно нормали к плоскости полная максимальная реакция шероховатой поверхности описывает **конус трения**.

Активные силы ( $G$ ,  $T$  и др.) можно заменить равнодействующей силой  $P$ , имеющей угол отклонения от вертикали  $\alpha$ . Можно показать, что **равновесие возможно лишь в том случае, когда эта сила остается внутри пространства конуса трения**:

Условие равновесия по оси  $x$ :  $P \sin \alpha \leq F_{\text{тр}}^{\max}$ .

Из уравнения равновесия по оси  $y$ :  $N = P \cos \alpha$ . Максимальная сила трения  $F_{\text{тр}}^{\max} = fN = \text{tg} \varphi N = \text{tg} \varphi P \cos \alpha$ .

Тогда  $P \sin \alpha \leq \text{tg} \varphi P \cos \alpha$ , откуда  **$\text{tg} \alpha \leq \text{tg} \varphi$**  и  **$\alpha \leq \varphi$** .



■ **Учет сил трения при решении задач на равновесие.** При наличии сил трения:

1. К действующим на объект активным силам и реакциям абсолютно гладких поверхностей **добавляются соответствующие силы трения**, направленные по общей касательной к контактными поверхностям в сторону, противоположную возможному смещению точки касания объекта относительно опорной шероховатой плоскости.
2. К уравнениям равновесия, составленным для объекта, **добавляются выражения для максимальных сил трения** в количестве, равном числу сил трения.



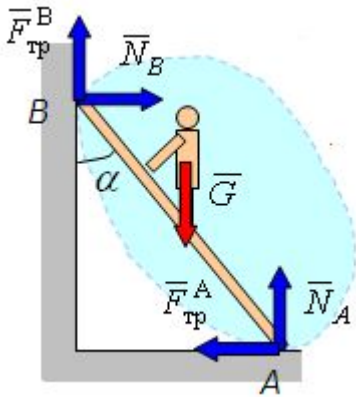
## ■ Пример решения задачи на равновесие с учетом трения.

Человек весом  $G$  собирается установить легкую лестницу под углом  $\alpha$  к вертикали (стене) и взобраться на половину длины лестницы для выполнения работы. Коэффициенты трения в точках контакта лестницы с полом ( $A$ ) и со стеной ( $B$ ) равны  $f_A$  и  $f_B$  соответственно. Определить предельное значение угла наклона, при котором лестница с человеком может сохранять равновесие. Весом лестницы пренебречь.

1. Выбираем на объект (человек и лестница), отбрасываем связи и заменяем их действие реакциями гладкой поверхности.

2. Добавляем активные силы (силу тяжести  $G$ ).

3. Добавляем силы трения, направленные в сторону, противоположную возможному перемещению контактных точек  $A$  и  $B$  лестницы под действием приложенной активной силы.



4. Составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; & N_B - F_{\text{тр}}^A &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; & F_{\text{тр}}^B - G + N_A &= 0; \\ \sum M_{iA} &= 0; & G \frac{AB}{2} \sin \alpha - F_{\text{тр}}^B AB \sin \alpha - N_B AB \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

5. Добавляем выражения для сил трения:

$$\begin{aligned} F_{\text{тр}}^A &= f_A N_A; \\ F_{\text{тр}}^B &= f_B N_B; \end{aligned}$$

7. Решение первых двух уравнений дает выражения для нормальных реакций:

$$\begin{aligned} N_A &= \frac{G}{1 + f_A f_B}; \\ N_B &= \frac{f_A G}{1 + f_A f_B}. \end{aligned}$$

6. Подстановка последних выражений в уравнения равновесия с простыми преобразованиями третьего уравнения дает :

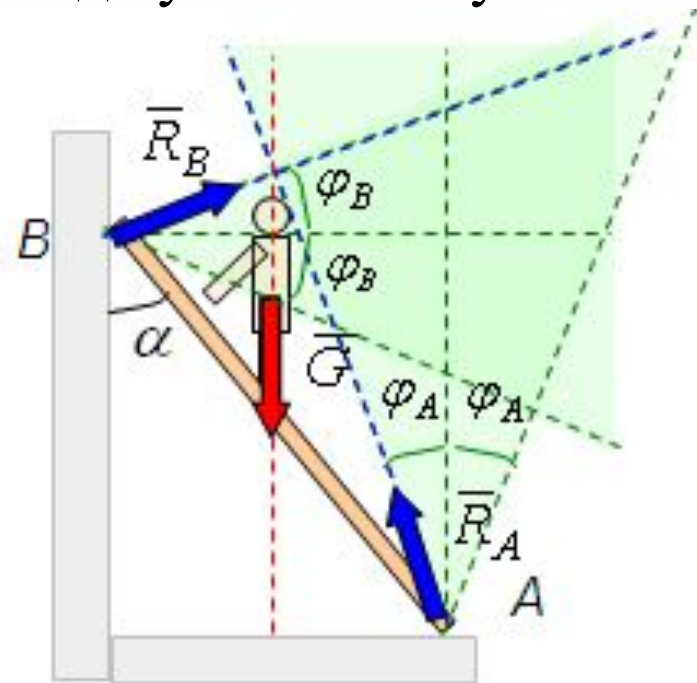
$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; & N_B - f_A N_A &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; & f_B N_B - G + N_A &= 0; \\ \sum M_{iA} &= 0; & G \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha - f_B N_B \operatorname{tg} \alpha - N_B &= 0. \end{aligned}$$

8. Подстановка выражений для нормальных реакций в третье уравнение равновесия приводит к возможности определения предельного угла наклона  $\alpha$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f_A}{1 - f_A f_B}$$

■ **Определение области равновесия.** Задача решена для конкретного положения человека, угол наклона соответствует предельному равновесию (использованы максимальные значения сил трения). С помощью понятия конуса трения, образуемого полной реакцией шероховатой поверхности и теоремы о трех силах можно определить **область возможных равновесных положений** человека на лестнице.

Для этого достаточно по заданным коэффициентам трения определить углы трения, определяющие предельные положения полной реакции и построить конусы трения. Общая область конусов дает область равновесных положений человека. Хорошо видно, что для более высокого положения человека надо уменьшать угол наклона.



■ **Сопротивление при качении.** При действии сдвигающей силы, приложенной к катку, покоящемуся на шероховатой поверхности, возникает сила, противодействующая возможному смещению тела (**сила трения сцепления**) из равновесного положения или его действительному перемещению (**сила трения скольжения**) при его движении и пара сил, момент которой препятствует повороту катка (**момент сопротивления качению**). Возникновение пары сил, препятствующей качению, связана с деформацией опорной плоскости, в результате которой равнодействующая нормальных реактивных сил по площадке контакта смещена от линии действия силы тяжести в сторону возможного или действительного движения.

## Основные законы трения качения:

1. Момент сопротивления качению всегда направлен в сторону противоположную, тому направлению, в котором приложенные к телу силы стремятся его повернуть, или действительному повороту под действием этих сил (реактивный характер).

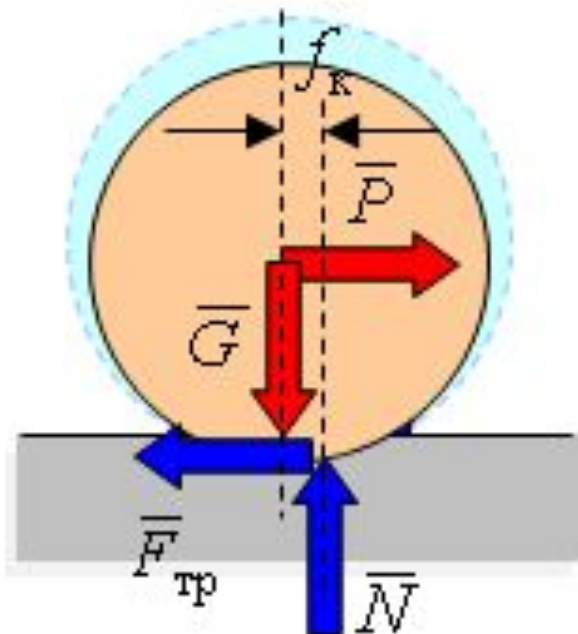
2. Момент сопротивления качению изменяется от нуля до своего максимального значения  $0 \leq M_{\text{к}} \leq M_{\text{к}}^{\text{max}}$ .

Максимальный момент сопротивления качению пропорционален коэффициенту трения качения и силе нормального давления:

$$M_{\text{к}}^{\text{max}} = f_{\text{к}} N$$

3. Коэффициент трения качения есть величина постоянная для данного вида и состояния соприкасающихся поверхностей ( $f_{\text{к}} = \text{const}$ ).

4. Момент сопротивления качению в широких пределах не зависит от радиуса катка.



Если коэффициент трения скольжения является безразмерной величиной, то коэффициент трения качения измеряется единицами длины и равен по величине указанному смещению равнодействующей нормального давления. В силу малости деформаций коэффициент трения качения имеет очень малую величину и составляет, например, 0.0005 для стального бандажа по стальному рельсу.

# Трение принимает участие там, где мы о нем даже и не подозреваем

<b>Когда шьем</b>	<b>Когда завязываем пояс</b>	<b>Когда ходим</b>
		
<b>Без трения все нитки выскользали бы из ткани</b>	<b>Без трения все узлы бы развязались</b>	<b>Без трения нельзя бы было ступить и шагу, да и ,вообще, стоять.</b>

**Когда едем**



**Без трения колеса бы  
просто прокручивались**

**Когда что-либо ставим или  
берем в руки**



**Без трения все бы  
соскальзывало со стола и  
выскальзывало из рук**



# Трение в жизни растений



Лианы



Вьюны



Хмель

Благодаря трению цепляются за находящиеся поблизости опоры,  
Удерживаются на них и тянутся к свету

**Репейнику трение помогает распространять семена, имеющие КОЛЮЧКИ.**



**Семена гороха, орехи благодаря шарообразной форме и малому трению качения перемещаются легко сами.**



# Трение в жизни животных



**Чтобы увеличить сцепление с грунтом, стволами деревьев, на конечностях животных имеется целый ряд различных приспособлений: когти, тело пресмыкающихся покрыто бугорками и чешуйками**

# Сила скольжения зависит от угла наклона

Угол наклона	10	20	30	45
Сила Скольжения	1Н	1,5Н	1,8Н	2,3Н



# Эксперимент

## Зависимость $F_{тр}$ скольжения от нагрузки

т, гр	160	260	360
F;H	0,5	0,8	1





# Страница истории



**Леонардо да  
Винчи**

15.04.1452-02.05.1519

**Кулон Шарль  
Огюстен де**

14.06.1736-23.08.1806

**Эйлер Леонард**

15.04.1707-18.09.1783

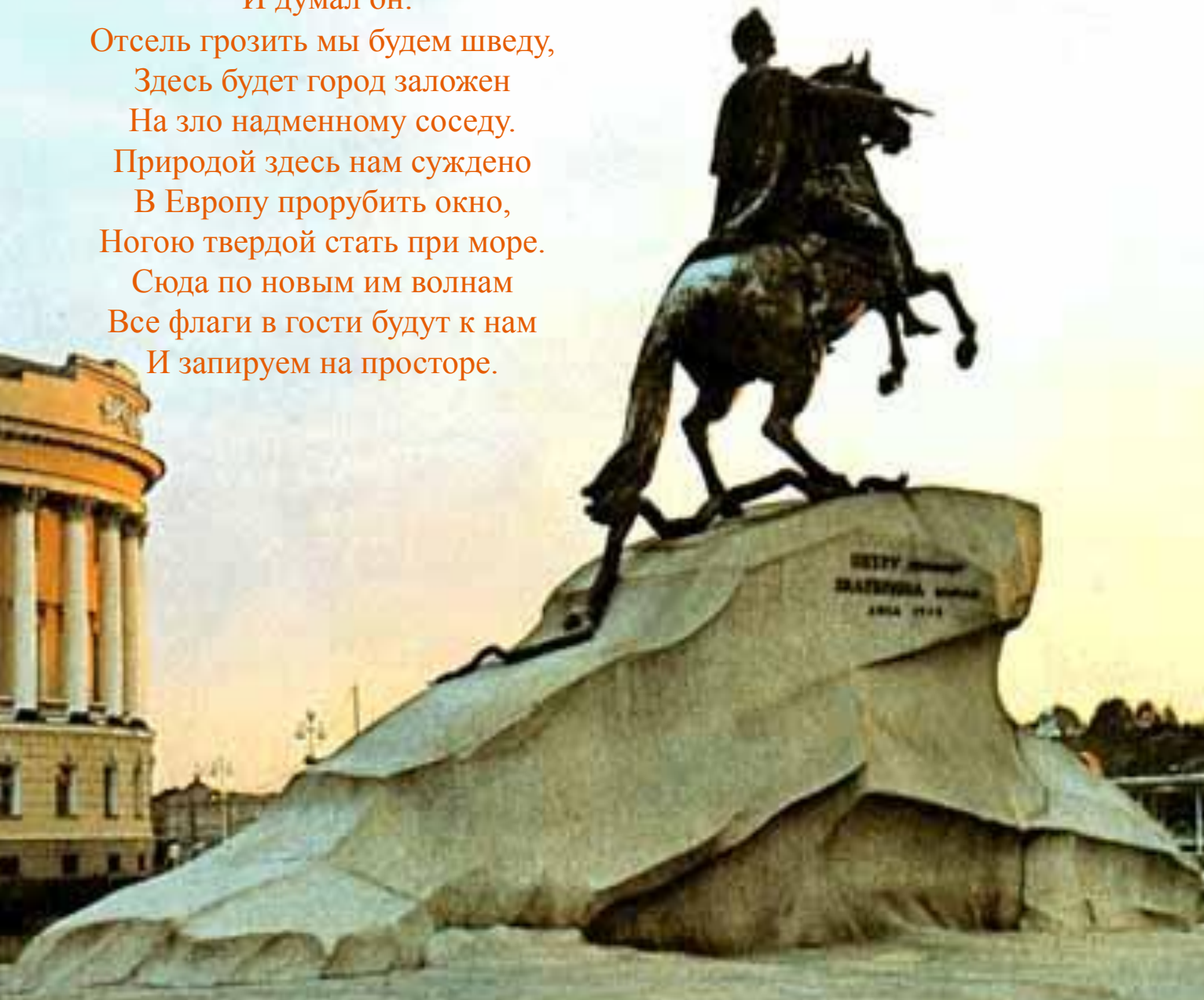
**Петров Василий**

**Владимирович**

19.07.1761-03.08.1834

Год	Имя ученого	ЗАВИСИМОСТЬ модуля силы трения скольжения				
		от площади соприкасающихся тел	от материала	от нагрузки	от относительной скорости движения трущихся поверхностей	от степени шероховатости поверхностей
1500	Леонардо да Винчи	Нет	Нет	Да	Нет	Да
1699	Амонтон	Нет	Нет	Да	Да	Нет
1748	Леонард Эйлер	Нет	Нет	Да	Да	Да
1779	Кулон	Да	Да	Да	Да	Да
1883	Н.П.Петров	Нет	Да	Да	Да	Да

И думал он:  
Отсель грозить мы будем шведу,  
Здесь будет город заложен  
На зло надменному соседу.  
Природой здесь нам суждено  
В Европу прорубить окно,  
Ногою твердой стать при море.  
Сюда по новым им волнам  
Все флаги в гости будут к нам  
И запируем на просторе.





# Сравнение сил трения покоя, скольжения, качения и веса тела для бруска с двумя грузами.

№	$P, \text{H}$	Фтр. покоя, $\text{H}$	Фтр. скольжения, $\text{H}$	Фтр. качения, $\text{H}$
1.	2.6	0.9	0.8	0.1



## Зависимость силы трения от площади соприкосновения трущихся поверхностей.

$S$ (см <sup>2</sup> )	20	28
$F_{\text{Тр}}$ (Н)	0,35	0,35



## Зависимость силы трения от вида трущихся поверхностей.

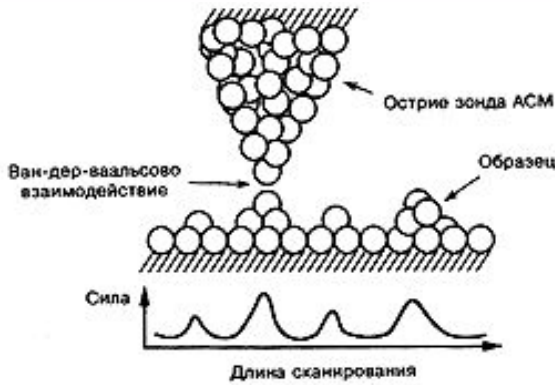
Вид поверхностей	$F_{тр}; Н$
Дерево по дереву	0.8
Дерево по картону	0.9
Дерево по резиновому коврику	1.5
Дерево по наждачной бумаге	1.8
Дерево по стеклу	0.7



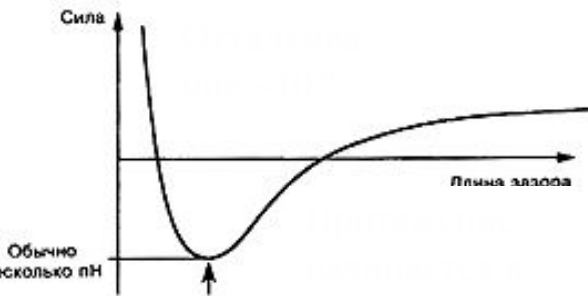
# Силы трения

Есть две силы химическая и относительно далеко-действующая Ван дер Ваальса

Существует сухое и жидкое трение. **Законы трения установлены Леонардо да Винче около 5 веков назад** Сила  $F$  уравновешивается

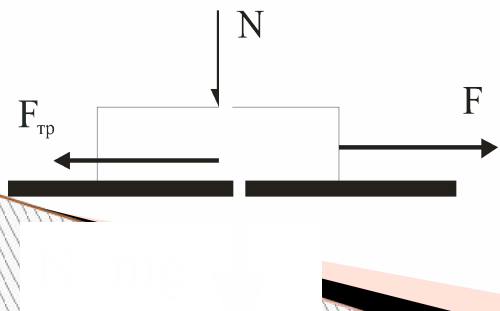


равной ей по величине и противоположно направленной силой, которая и есть сила трения покоя  $F_{тр}$ . Сил трения покоя для данных поверхностей много, но макс. сила только одна



$F_{тр. макс} = F_{тр. ск}$  и именно через нее и определяется безразмерным коэфф. пропорциональности называемым **коэфф. трения скольжения  $\mu$** .

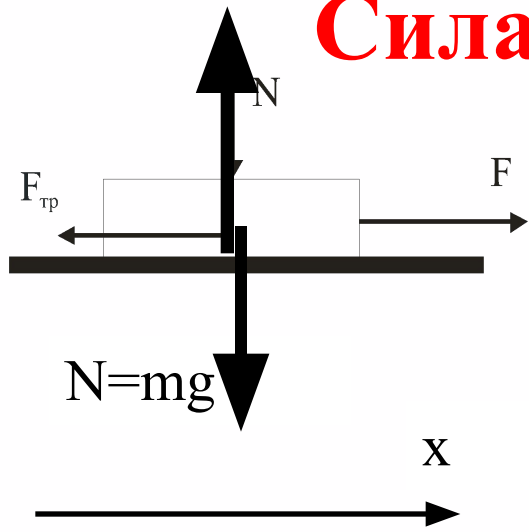
Закон Amontons' (1699 ): модуль вектора  $F_{тр.ск.}$  **линейно пропорционален нагрузке (или реакции опоры  $N$ )** и практически **не зависит от модуля скорости** тела но направлен



противоположно скорости.

$$\mu \approx \frac{F_{тр макс}}{N} \approx \frac{F_{тр.ск}}{N} \quad F_{тр.ск} \approx -\frac{\mu N}{v} v$$

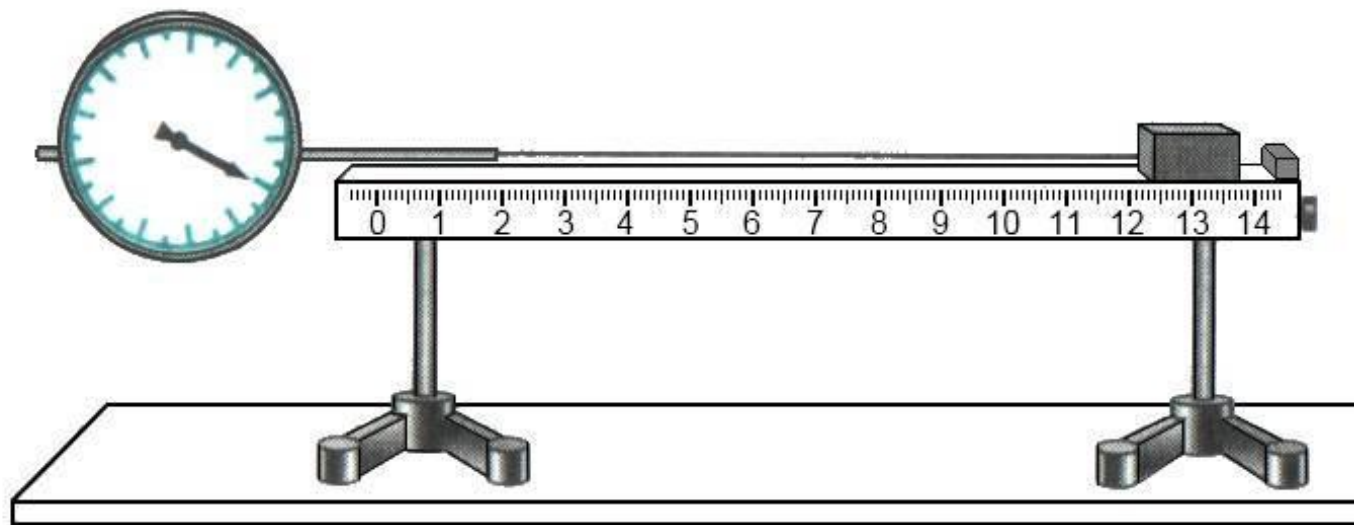
# Сила трения сухого трения



Если горизонтальная поверхность т.е.  $\alpha=0$  ? проекция  $mg$  на горизонтальную ось  $x$  равна 0 и при начале скольжения  $ma_x = F - F_{тр} = F - \mu mg = 0$  или для баланса сил и обеспечения хотя бы нулевого ускорения (не нулевой начальной скорости)  $a = (F/m - \mu g) = 0$  или  $F/m = \mu g$  или  $F = \mu mg$ .

**Сила  $F$  линейна пропорциональна массе тела.** Сила с которой надо тянуть на санях одного и двух студентов отличаются в два раза. **А для троих надо тройку запрягать!**

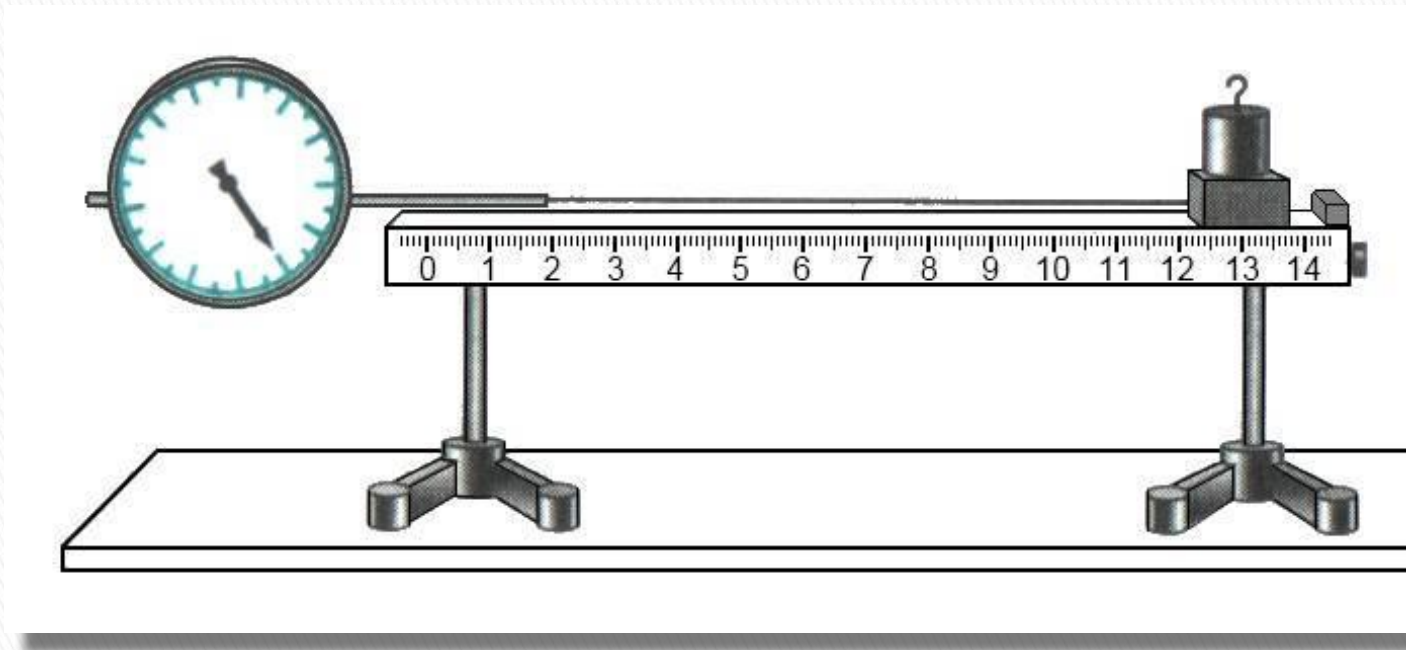
Но из опыта: **сила трения не зависит от площади соприкосновения.** Посмотрим на **трибометр. Почему?  $F_{тр}$  определяется химией поверхностей и силой которая их сдавливает.** Чем меньше площадь при той же величине силы сдавливания, тем больше давление на 1 мм кв. и больше атомов входят в химическое взаимодействие. **Трибометр с двумя брусками. Сила возрасла в 2 раза! Противоречие?** Т.е. для начала движения надо чтобы  $mgsina - \mu mgcosa = mg(sina - \mu cosa) = 0$  или  $\mu = tga!$  Т.е. угол наклона доски в момент сползания бруска определяется только величиной  $\mu$ , а не  $m$ . **А почему нет зависимости от скорости? Так как короткодейтвие (химия) . Сила действует только на маленьком расстоянии. Т.е. факт химическая молекула создана! При малых скоростях с какой скоростью она создавалась не важно. Важно, что в один и тот же момент времени есть определенное количество молекул состоящих в химической связи. Химия в десять раз сильнее Ван-дер-Ваальсовых сил.**



Силу трения скольжения можно измерить с помощью динамометра.

Для этого надо прикрепить, например, к деревянному бруску динамометр и равномерно перемещать брусок по доске, располагая прибор горизонтально. На брусок в горизонтальном направлении действуют две силы. Одна из них – сила упругости пружины – действует в направлении скорости бруска. Другая – сила трения скольжения – направлена против его скорости. Так как брусок движется равномерно и прямолинейно, то динамометр показывает силу упругости, равную по модулю силе трения.

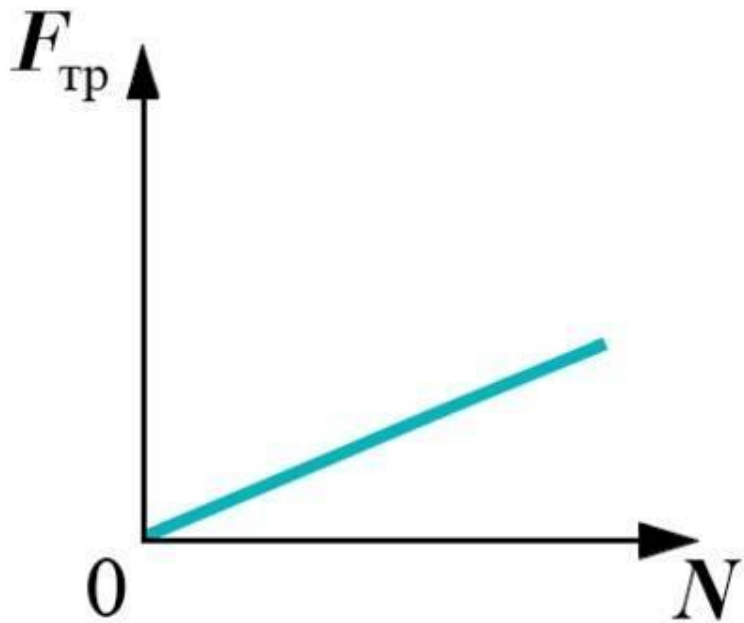




Если на брусок положить груз и снова перемещать его равномерно по поверхности доски, то показания динамометра изменятся.

Поместим на брусок ещё один груз, чтобы сильнее прижать брусок к доске. Тем самым мы увеличиваем силу, действующую перпендикулярно поверхности соприкосновения бруска с грузами и доски.

Эту силу называют ***силой нормального давления***



Если снова измерить силу трения, то окажется, что она увеличилась.

Опыты показывают: чем больше сила нормального давления, тем больше возникающая при этом сила трения скольжения.

Она увеличивается во столько раз, во сколько увеличивается сила нормального давления.

По третьему закону Ньютона модуль силы нормального давления равен модулю силы реакции опоры  $N$ .

Тогда можно записать:  $F = \mu N$ ,

где (греческая буква, читается «мю») – коэффициент пропорциональности, называемый **коэффициентом трения**.

Он характеризует не тело, на которое действует сила трения, а сразу два тела, трущиеся друг о друга.

Графиком зависимости модуля силы трения от модуля силы реакции опоры является **прямая линия**: **сила трения скольжения**<sup>32</sup>



# 1. Введение смазки между трущимися поверхностями



Трение между соприкасающимися твёрдыми телами (без смазки) называют **сухим трением** (рис. а)

Смазка существенно уменьшает силу трения.

Когда тело движется, соприкасаясь с жидкой смазкой, то возникает жидкое трение.

Его часто называют **вязким трением** (рис. б).



Коэффициент трения при вязком трении много меньше коэффициента трения при сухом трении.

## 2. Использование шариковых и роликовых подшипников



Для уменьшения трения вращающихся валов машин и станков используют подшипники, заменяющие трение скольжения трением качения. (шариковые и роликовые подшипники).

Внутреннее кольцо подшипника, изготовленное из твёрдой стали, насажено на вал. Наружное кольцо подшипника закреплено в корпусе машины. При вращении вала внутреннее кольцо начинает не скользить, а катиться на шариках или роликах, находящихся между кольцами. Опыт показывает, что силы трения качения значительно меньше сил трения скольжения (износ вращающихся частей машин значительно медленнее).





<http://poxe.ru>