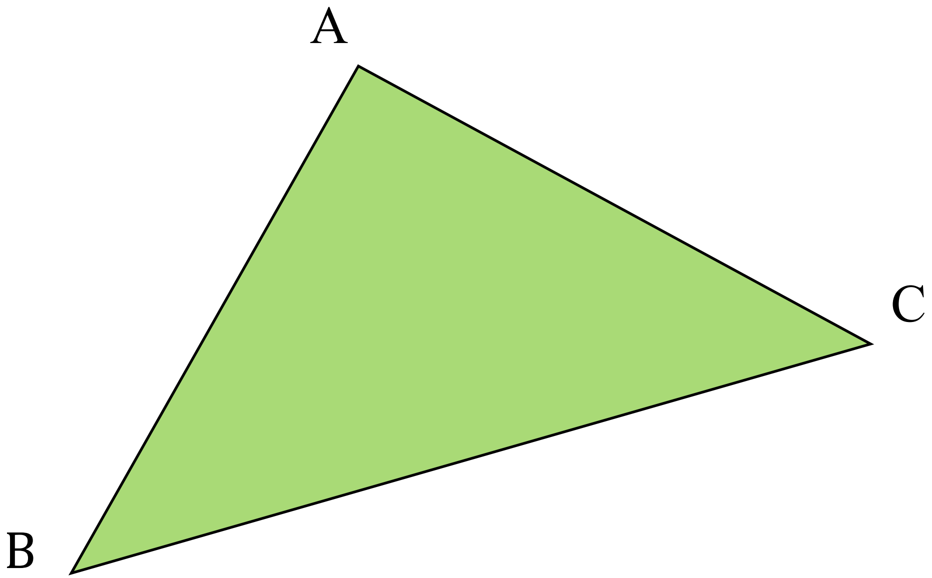
1) неравенство треугольника:
каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон

$AB < AC + BC$

$AC < AB + BC$

$BC < AB + AC$

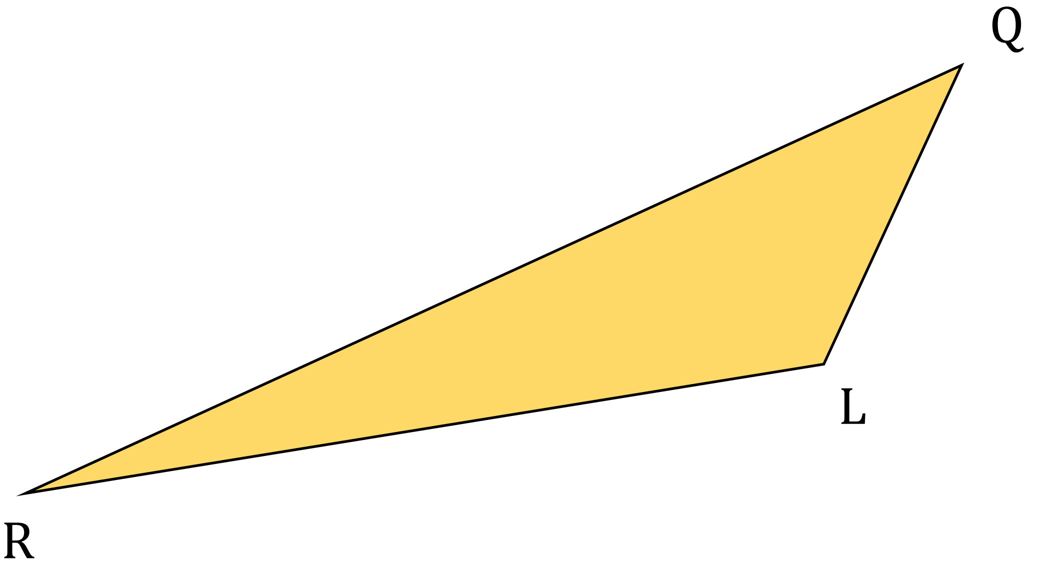


2) теорема о соотношении сторон и углов треугольника:

напротив большей стороны лежит больший угол

$RQ > RL > QL$

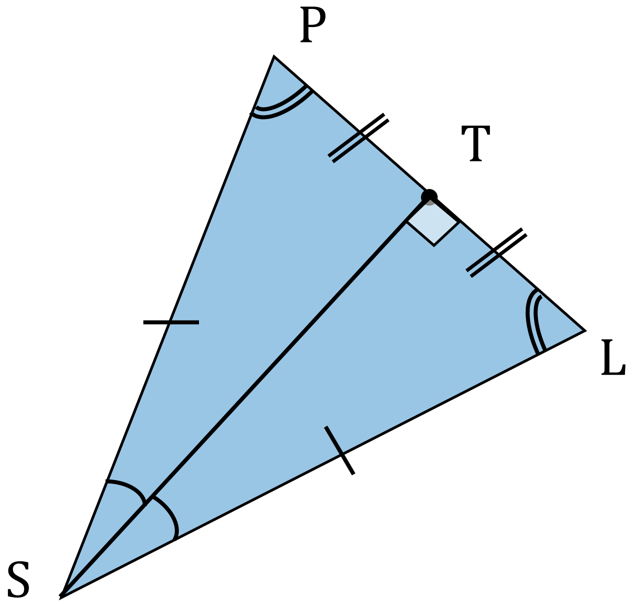
$\angle L > \angle Q > \angle R$



3) свойство равнобедренного треугольника:

в равнобедренном треугольнике высота, проведённая
к основанию, является медианной и высотой

ΔPSL — равнобедренный
ST — биссектриса ⇒
ST — высота и медиана
т.е. $PT = TL$, $ST \perp PL$



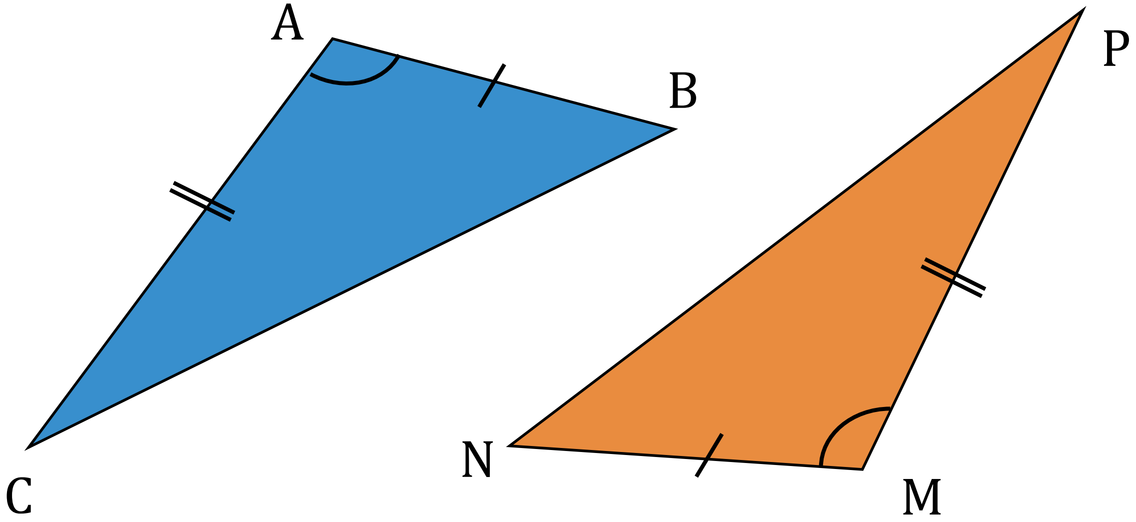
4) первый признак равенства треугольников:
если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

$\angle A = \angle M$

$AB = MN$

$AC = MP$

$\Delta ABC = \Delta MNP$



Определение

Трёхгранный угол **–** это часть пространства, ограниченная тремя углами с общей вершиной, **не лежащих в одной плоскости** и имеющими **попарно общие** стороны

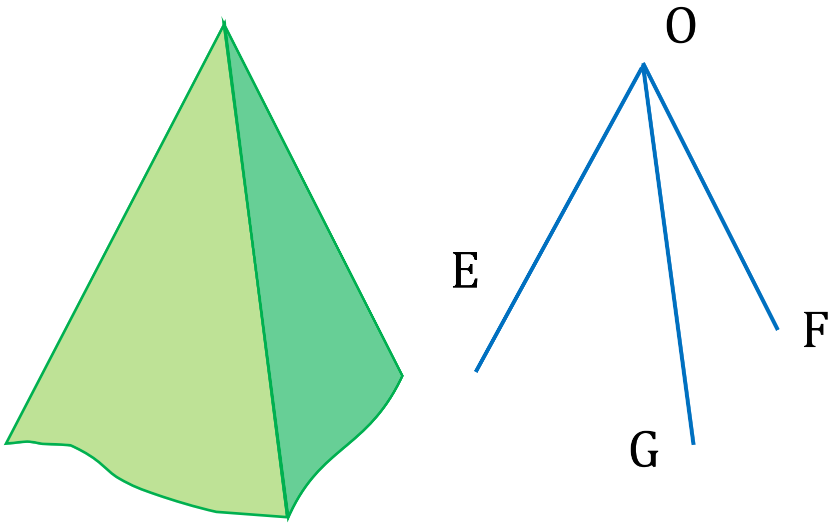
$\angle$OEFG — трёхгранный угол

O — вершина трёхгранного угла

OE, OF, OG — рёбра

$\angle$EOF, $\angle$EOG, $\angle$GOF — плоские углы (грани трёхгранного угла)

углы GOEF, EOFG, EOGF — двугранные углы



Свойство

Каждый плоский угол трёхгранного угла меньше суммы двух других плоских углов

Дано:

$OEFG$ — трёхгранный угол

Доказать:

$\angle EOF < \angle EOG + \angle GOF$

Доказательство

$\angle EOF \geq \angle EOG \geq \angle GOF$

I. Если $EOF = EOG \Rightarrow$

$\angle EOF < \angle EOG + \angle GOF \Rightarrow$

$\angle EOF < \angle EOF + \angle GOF$

II. Если $EOF > EOG \Rightarrow$

1) Построим $S \in EF$, где

$\angle EOG = \angle EOS$ и $\angle EOG < \angle EOF$

$\Rightarrow S$ находиться между E и F

2) $R \in OG$, где $OS = OR \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EOR = \angle EOS$

(OE – общая, $OS = OR$ — по построению, $\angle EOG = \angle EOS$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow ES = ER \Rightarrow SF < RF$

3) $EF < ER + RF$,

где $EF = ES + SF$ и $ES = ER$

4) ON — биссектриса $\angle SOR$

ΔOSR — равнобедренный

$OS = OR \Rightarrow ON$ — медиана и высота

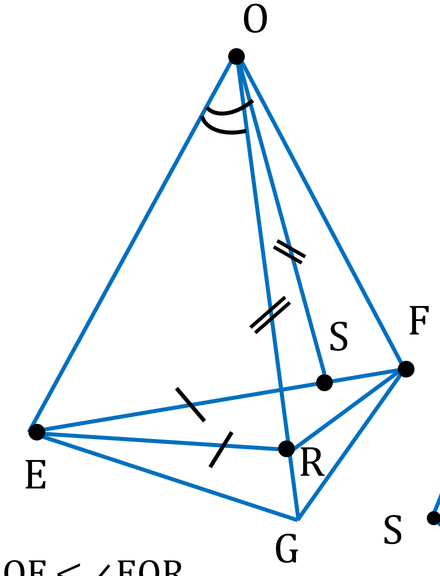
$SN = NR$, $ON \perp SR \Rightarrow ON \cap ER$

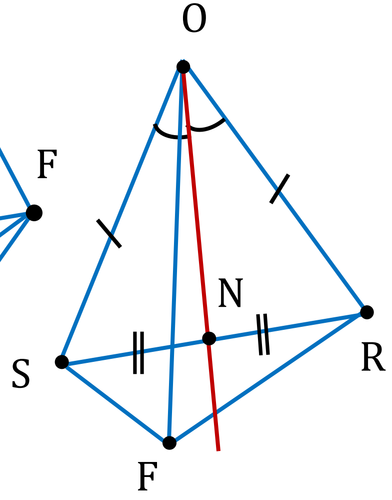
$\angle ROF = \angle RON + \angle NOF \Rightarrow \angle SOF <$

$\angle ROF$ $\angle EOF = \angle EOS + \angle SOF = \angle EOG + \angle SOF < \angle EOR$

$+ + \angle ROF = \angle EOG + \angle GOF$

Что и требовалось доказать





Задача 1

Дано: TMNL — трёхгранный угол
T — вершина угла

Доказать, что:

$\angle MTL + \angle MTN + \angle LTN < 360^\circ$

Доказательство:

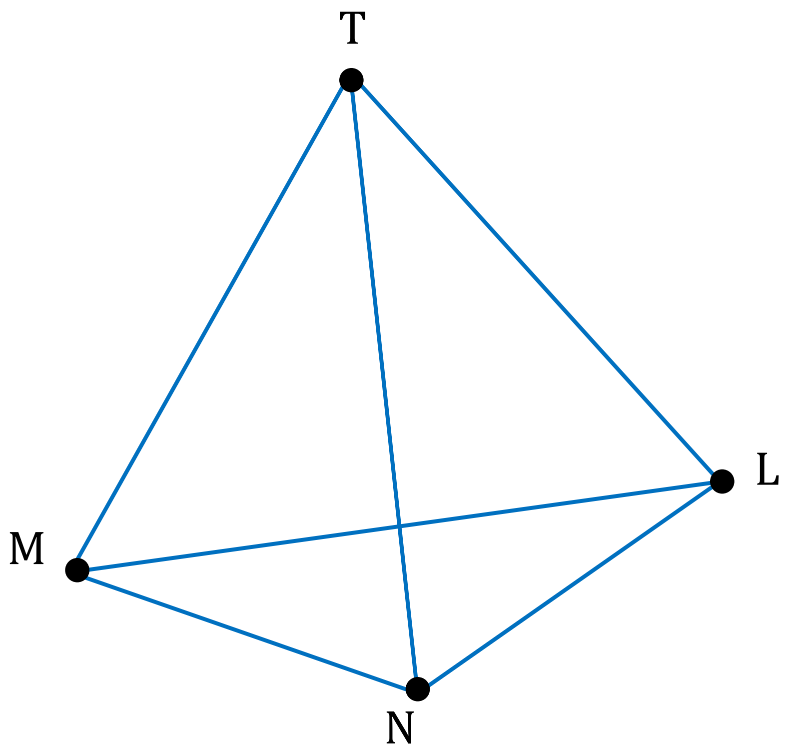
1) Построим $\Delta MNL \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} \angle TML + \angle TMN > \angle LMN \\ + \angle TLM + \angle TLN > \angle MLN \\ \angle TNL + \angle TNM > \angle LNM \\ \hline \end{array}$$

$$\angle TML + \angle TMN + \angle TLM + \angle TLN + \angle TNL + \angle TNM > \angle LMN + \angle MLN + \angle LNM$$

$$\angle MTL + \angle MTN + \angle LTN < 360^\circ$$

$\angle MTL + \angle MTN + \angle LTN < 360^\circ$



Что и требовалось доказать