

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Лекция 2

- ▶ **Математическое моделирование** - это идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.
- ▶ **Моделирование** - метод познания окружающего мира, который можно отнести к общенаучным методам, применяемым как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне познания.
- ▶ При построении и исследовании модели могут применяться практически все остальные методы познания.
- ▶ **Под моделью** понимается такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты.
- ▶ Процесс построения и использования модели называется **моделированием**.
- ▶ Другими словами, модель - это объект-заменитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых интересующих исследователя свойств оригинала.
- ▶ Любая модель **не тождественна** объекту-оригиналу, поскольку при ее построении исследователь учитывал лишь важнейшие с его точки зрения факторы.
- ▶ В этом отношении любая модель является неполной.
- ▶ «Полная» модель, очевидно, будет полностью тождественна оригиналу (Норберт Винер: наилучшей моделью кота является другой кот, а еще лучше - тот же самый кот).

- ▶ Если результаты моделирования удовлетворяют исследователя и могут служить основой для прогнозирования поведения или свойств исследуемого объекта, то говорят, что модель адекватна объекту.
- ▶ Адекватность модели зависит от целей моделирования и принятых критериев.
- ▶ Идеально адекватная модель принципиально невозможна в силу неполноты модели.
- ▶ В качестве одной из характеристик модели может выступать простота (или сложность) модели.
- ▶ Важнейшим свойством модели является потенциальность модели, или её предсказательность с позиций получения новых знаний об исследуемом объекте: мы хотим получать от модели больше, чем в нее вложили.
- ▶ Эта «дерзость», «собственный ум» моделей - есть проявление множества внутренних связей, осознать совместное действие (синергетические эффекты) которых их создатели зачастую не в состоянии (по крайней мере, на стадии разработки).

- ▶ Модель нужна для того, чтобы:
- ▶ понять, как устроен конкретный объект: какова его структура, внутренние связи, основные свойства, законы развития, саморазвития и взаимодействия с окружающей средой;
- ▶ научиться управлять объектом или процессом, определять наилучшие способы управления при заданных целях и критериях;
- ▶ прогнозировать прямые и косвенные последствия реализации заданных способов и форм воздействия на объект.
- ▶ **Знаковым** называется моделирование, использующее в качестве моделей знаковые изображения какого-либо вида: схемы, графики, чертежи, иероглифы, наборы символов, включающее также совокупность законов и правил, по которым можно оперировать с выбранными знаковыми образованиями и элементами.
- ▶ Моделирование с помощью математических соотношений (**математическое моделирование**) является примером знакового моделирования.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- ▶ **Математическое моделирование** - это идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.
- ▶ В настоящее время математическое моделирование это один из самых результативных и наиболее часто применяемых методов научного исследования.
- ▶ **Математическое моделирование** имеет следующие преимущества:
 - ▶ 1) экономичность (в частности, сбережение ресурсов реальной системы);
 - ▶ 2) возможность моделирования гипотетических, то есть не реализуемых в природе объектов (прежде всего на разных этапах проектирования);
 - ▶ 3) возможность реализации режимов опасных или трудновоспроизводимых в природе (критический режим ядерного реактора, работа системы противоракетной обороны);
 - ▶ 4) возможность изменения масштабов времени; простота многоаспектного анализа;
 - ▶ 5) большая прогностическая сила вследствие возможности выявления общих закономерностей;
 - ▶ 6) универсальность технического и программного обеспечения проводимой работы (ЭВМ, системы программирования и пакеты прикладных программ широкого назначения).

Методы математического программирования

- ▶ В зависимости от вида построенной модели, математические модели разделяются на:

- 1) линейные;
- 2) нелинейные.

Для исследования математических моделей используются методы **математического программирования**.

- ▶ В наших лекциях, мы остановимся на линейных моделях.
- ▶ Методы линейного математического программирования:
 - ▶ 1) Графический метод решения задач линейного программирования.
 - ▶ 2) Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
 - ▶ 3) Инструментальный метод решения задач линейного программирования.

Составление экономико-математической модели задачи и ее решение графическим методом для задачи линейного программирования

- ▶ Модель задачи линейного программирования, заданной в стандартной форме, такова:

$$\begin{cases} \max f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, \quad i = \overline{(1, m)} \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

где f и g_i - заданные линейные функции, а b_i - вещественные числа

- ▶ Т. е., строится целевая функция, которую надо оптимизировать (максимизировать или минимизировать), при этом существуют ограничения, накладываемые на модель, которым она должна удовлетворять. Все ограничения сводятся в систему ограничений.

Пример линейной задачи математического программирования

- ▶ Фирме А предстоит решить, какое количество x_1 чистой стали и какое количество x_2 металлолома следует использовать для приготовления (из соответствующего сплава) литья для одного из своих заказчиков. Пусть производственные затраты в расчете на 1 т чистой стали равняются 3 усл. ед., а затраты на 1 т металлолома - 5 усл. ед. (последняя цифра больше предыдущей, так как использование металлолома сопряжено с его предварительной очисткой). Заказ предусматривает поставку не менее 5 т литья, если фирма А поставит перед ним такие условия. Предположим, что запасы чистой стали ограничены и не превышают 6 т. Отношение веса металлолома к весу чистой стали в процессе получения сплава не должно превышать 7:8. Производственно-технологические условия таковы, что на процессы плавки и литья не может быть отведено более 18 ч; при этом на 1 т стали уходит 3 ч, а на 1 т металлолома - 2 ч производственного времени.

По условию задачи построена математическая модель

$$\begin{cases} F = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min. \\ x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_1 \leq 4, \\ x_2 \leq 6, \\ 8x_2 - 7x_1 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Функция F - целевая, которую надо минимизировать, также приведена система ограничений.

Для исследования этой модели и поиска её решения можно применять все перечисленные методы линейного математического программирования.

Мы, в дальнейшей работе, остановимся на инструментальных методах решения.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!