

АЛГЕБРА

8 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ: ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ.

$$\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}$$

Преобразования рациональных выражений.

Пример1. Докажите тождество

$$\left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}\right) : \frac{a^2+5a}{1-5a} + \frac{a^2+5}{a+1} = a-1$$

Решение. Очевидно, нам надо преобразовать левую часть.

Первым выполним действия в скобках:

$$1) \quad \frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1} = \frac{(a+5)(a+1) + (a+5)(5a-1)}{(a+1)(5a-1)} = \frac{(a+5)(a+1+5a-1)}{(a+1)(5a-1)} = \frac{(a+5)(6a)}{(a+1)(5a-1)}$$

Выносить общие множители надо стараться по максимуму

2) Преобразуем выражение на которое делим

$$\frac{a^2+5a}{1-5a} = \frac{a(a+5)}{1-5a} = \frac{a(a+5)}{-(5a-1)}$$

3) Выполним операцию деления

$$\frac{(a+5)(6a)}{(a+1)(5a-1)} : \frac{a(a+5)}{-(5a-1)} = \frac{(a+5)(6a)}{(a+1)(5a-1)} \cdot \frac{-(5a-1)}{a(a+5)} = \frac{-6}{a+1}$$

Преобразования рациональных выражений.

4) Выполним операцию сложения:

$$\frac{-6}{a+1} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{a^2-1}{a+1} = \frac{(a-1)(a+1)}{a+1} = a-1$$

Правая и левая части совпали, значит, тождество доказано.

Преобразования рациональных выражений.

Пример 2. Упростите выражение

$$\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right)$$

Решение. Начнем с первых скобок

1.
$$\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{(a+b)^2} = \frac{a^2(a+b) - a^3}{(a+b)^2} = \frac{a^3 + a^2b - a^3}{(a+b)^2} = \frac{a^2b}{(a+b)^2}$$

2. Преобразуем вторые скобки

$$\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a(a-b) - a^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - ab - a^2}{(a-b)(a+b)} = -\frac{ab}{(a-b)(a+b)}$$

3. Выполним деление:

$$\frac{a^2b}{(a+b)^2} : \frac{-ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2b}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{-ab} = -\frac{a(a-b)}{a+b}$$

Ответ:
$$-\frac{a(a-b)}{a+b}$$

Преобразования рациональных выражений.

Пример 3. Выполните действия

$$\frac{k-4}{k-2} : \left(\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k} \right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2}$$

Решение. Как всегда надо начинать со скобок

$$\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k} = \frac{80k}{(k-2)(k^2+2k+4)} + \frac{2k}{k^2+2k+4} + \frac{k-16}{k-2} =$$

$$= \frac{80k + 2k(k-2) + (k-16)(k^2+2k+4)}{(k-2)(k^2+2k+4)} =$$

$$= \frac{80k + 2k^2 - 4k + k^3 + 2k^2 + 4k - 16k^2 - 32k - 64}{(k-2)(k^2+2k+4)} =$$

$$= \frac{k^3 - 12k^2 + 48k - 64}{(k-2)(k^2+2k+4)} = \frac{(k-4)^3}{(k-2)(k^2+2k+4)}$$

Преобразования рациональных выражений.

2. Теперь выполним деление

$$\frac{k-4}{k-2} \cdot \frac{(k-4)^3}{(k-2)(k^2+2k+4)} = \frac{k-4}{k-2} \cdot \frac{(k-2)(k^2+2k+4)}{(k-4)^3} = \frac{(k^2+2k+4)}{(k-4)^2}$$

3. Воспользуемся свойством: $(4-k)^2 = (k-4)^2$

4. Выполним операцию вычитания:

$$\frac{(k^2+2k+4)}{(k-4)^2} - \frac{6k+4}{(k-4)^2} = \frac{k^2-4k}{(k-4)^2} = \frac{k(k-4)}{(k-4)^2} = \frac{k}{k-4}$$

Как мы видим сокращать и упрощать дробь над максимально.

Ответ: $\frac{k}{k-4}$