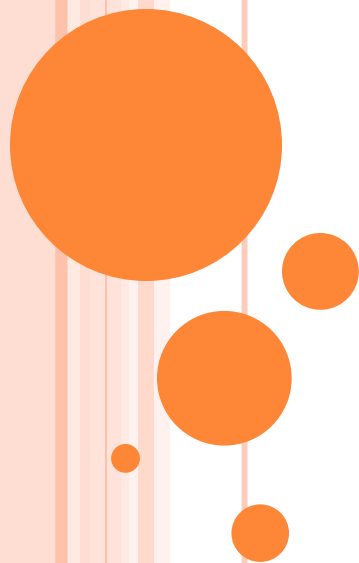


РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЫ И ИХ СВОЙСТВА

ТЕМА 3.1. ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

План

1. Первообразная функции
2. Неопределённый интеграл функции
3. Нахождение интегралов



ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ

- ○ **Опр.** Первообразной для заданной функции $f(x)$ называется функция $F(x)$, имеющая своей производной $f(x)$ или $f(x)dx$ своим дифференциалом.



НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

- Опр. Неопределённым интегралом от данной функции $f(x)$ называется множество всех её первообразных. (Для функции $f(x)$ – это функция такая, что $(F(x))'$ производная первообразной равна самой функции $f(x)$. $(F(x))' = f(x)$)

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

- Вычисление интеграла от данной функции называется *интегрированием* этой функции.

СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛОВ

1. Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции.

- $[\int f(x)dx]' = f(x).$

2. Дифференциал от неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению.

- $d \int f(x)dx = f(x)dx.$

3. Интеграл от дифференциала первообразной равен самой первообразной и дополнительному слагаемому C .

- $\int dF(x)dx = F(x) + c.$



4. Интеграл алгебраической суммы функции равен сумме интегралов этих функций.

$$\int (f(x) + q(x) - \varphi(x)) dx$$
$$= \int f(x) dx + \int q(x) dx - \int \varphi(x) dx$$

5. Постоянный множитель подынтегральной функции можно вынести за знак интеграла.

$$\int c \cdot f(x) dx = c \int f(x) dx$$

6. Если u – сложная функция $f(U(x))$, то при нахождении интеграла этой же функции:

$$\int f(U) dU = F(U) + c$$



ВЫЧИСЛИТЬ НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

□

$$1. \int (7^x + \cos x) dx = \frac{7^x}{\ln 7} + \sin x + c$$

$$2. \int (x^3 + 3x^2 - 4) dx = \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^3}{3} - 4x + c =$$

$$\frac{x^4}{4} + x^3 - 4x + c$$



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. $\int (x^6 - 6x^5 + 8x^2 - 4) dx =$

2. $\int \left(3 \cos 3x + \frac{3}{x^2} - 2\sqrt[3]{x} \right) dx =$

3. $\int \frac{dx}{\cos^2 5x} =$

4. $\int \frac{dx}{\cos^2(1-x)} =$



□

$$5. \int \frac{dx}{x+3} =$$

$$6. \int \sqrt[3]{x^2} dx =$$

$$7. \int \frac{x dx}{2\sqrt{x}} =$$

