Раздел 3. Интегралы и их свойства
Тема 3.1. Первообразная и неопределённый интеграл

План

1. Первообразная функции
2. Неопределённый интеграл функции
3. Нахождение интегралов

Первообразная функции

- **<u>Опр.</u>** Первообразной для заданной функции f(x) называется функция $F(x)$, имеющая своей производной f(x) или f(x)dx своим дифференциалом.

Неопределённый интеграл

- **<u>Опр.</u>** Неопределённым интегралом от данной функции f(x) называется множество всех её первообразных. (Для функции f(x) – это функция такая ,что (F(x))' производная первообразной равна самой функции f(x). (F(x))' = f(x))

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c$$

- Вычисление интеграла от данной функции называется ***интегрированием*** этой функции.

Свойства интегралов

1. Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции.

- $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x)$.

2. Дифференциал от неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению.

- $d\int f(x)dx = f(x)dx$.

3. Интеграл от дифференциала первообразной равен самой первообразной и дополнительному слагаемому С.

- $\int dF(x)dx = F(x) + c$.

4. Интеграл алгебраической суммы функции равен сумме интегралов этих функций.

$$\int (f(x) + q(x) - \varphi(x))\, dx$$

$$= \int f(x)dx + \int q(x)\, dx - \int \varphi(x)dx$$

5. Постоянный множитель подынтегральной функции можно вынести за знак интеграла.

$$\int c \cdot f(x)dx = c \int f(x)dx$$

6. Если y – сложная функция f(U(x)), то при нахождении интеграла этой же функции:

$$\int f(U)\, dU = F(U) + c$$

Вычислить неопределенный интеграл

$$1.\ \int (7^x + \cos x)dx = \frac{7^x}{\ln 7} + \sin x + c$$

$$2.\ \int (x^3 + 3x^2 - 4)dx = \frac{x^4}{4} + 3\frac{x^3}{3} - 4x + c =$$

$$\frac{x^4}{4} + x^3 - 4x + c$$

Задачи для самостоятельного решения

1. $\int (x^6 - 6x^5 + 8x^2 - 4)dx =$

2. $\int \left(3\cos 3x + \frac{3}{x^2} - 2\sqrt[3]{x}\right) dx =$

3. $\int \frac{dx}{\cos^2 5x} =$

4. $\int \frac{dx}{\cos^2(1-x)} =$

$$5. \int \frac{dx}{x+3} =$$

$$6. \int \sqrt[3]{x^2}\,dx =$$

$$7. \int \frac{x\,dx}{2\sqrt{x}} =$$