

# РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЫ И ИХ СВОЙСТВА

## ТЕМА 3.1. ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

### План

1. Первообразная функции
2. Неопределённый интеграл функции
3. Нахождение интегралов

# ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ

- ○ **Опр.** Первообразной для заданной функции  $f(x)$  называется функция  $F(x)$ , имеющая своей производной  $f(x)$  или  $f(x)dx$  своим дифференциалом.



# НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

- ▣ ○ **Опр.** Неопределённым интегралом от данной функции  $f(x)$  называется множество всех её первообразных. (Для функции  $f(x)$  – это функция такая, что  $(F(x))'$  производная первообразной равна самой функции  $f(x)$ .  $(F(x))' = f(x)$ )

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

- Вычисление интеграла от данной функции называется *интегрированием* этой функции.

# СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛОВ

1. Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции.

- $[\int f(x)dx]' = f(x).$

2. Дифференциал от неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению.

- $d \int f(x)dx = f(x)dx.$

3. Интеграл от дифференциала первообразной равен самой первообразной и дополнительному слагаемому  $C$ .

- $\int dF(x)dx = F(x) + c.$



4. Интеграл алгебраической суммы функции равен сумме интегралов этих функций.

$$\int (f(x) + q(x) - \varphi(x)) dx$$
$$= \int f(x) dx + \int q(x) dx - \int \varphi(x) dx$$

5. Постоянный множитель подынтегральной функции можно вынести за знак интеграла.

$$\int c \cdot f(x) dx = c \int f(x) dx$$

6. Если  $u$  – сложная функция  $f(U(x))$ , то при нахождении интеграла этой же функции:

$$\int f(U) dU = F(U) + c$$



## ВЫЧИСЛИТЬ НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

□

$$1. \int (7^x + \cos x) dx = \frac{7^x}{\ln 7} + \sin x + c$$

$$2. \int (x^3 + 3x^2 - 4) dx = \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^3}{3} - 4x + c =$$

$$\frac{x^4}{4} + x^3 - 4x + c$$



## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.  $\int (x^6 - 6x^5 + 8x^2 - 4) dx =$

2.  $\int \left( 3 \cos 3x + \frac{3}{x^2} - 2\sqrt[3]{x} \right) dx =$

3.  $\int \frac{dx}{\cos^2 5x} =$

4.  $\int \frac{dx}{\cos^2(1-x)} =$



□

$$5. \int \frac{dx}{x+3} =$$

$$6. \int \sqrt[3]{x^2} dx =$$

$$7. \int \frac{x dx}{2\sqrt{x}} =$$

