

*Решение
логарифмических
уравнений

- * * **Простейшие логарифмические уравнения**
- * Простейшим логарифмическим уравнением называется уравнение вида:
 - * $\log_a x = b; \log_a f(x) = b;$
 $\log_a f(x) = \log_a u(x),$
 - * где a и b - действительные числа,
 - * $a \neq 1; a > 0; f(x), u(x)$

*

**Методы решения простейших логарифмических уравнений*

**1. По определению логарифма.*

*А) Если $a \neq 1, a > 0$, то уравнение $\log_a f(x) = b$ равносильно уравнению $f(x) = a^b$.

*Б) Уравнение $\log_{a(x)} f(x) = b$ равносильно системе

$$*\begin{cases} a(x)^b = f(x), \\ a(x) > 0, \\ a(x) \neq 1. \end{cases}$$

*

*2. Метод потенцирования.

* А) Если $a \neq 1$, $a > 0$, то уравнение $\log_a f(x) = \log_a u(x)$

* равносильно системе $\begin{cases} f(x) = u(x), \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0\text{).} \end{cases}$

* В) Уравнение $\log_{a(x)} f(x) = \log_{a(x)} u(x)$ равносильно системе

* $\begin{cases} f(x) = u(x), \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0\text{),} \\ a(x) > 0, \quad a \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{f(x)-u(x)}{a(x)-1} = 0, \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0\text{),} \\ a(x) > 0. \end{cases}$

* * Решение простейших логарифмических уравнений

* № 1. Решите уравнение $\log_{15}(5x - 25) = 2$.

* *Решение.*

$$\begin{aligned}\log_{15}(5x - 25) &= 2 ; \\ 5x - 25 &= 15^2 ; \\ 5x - 25 &= 225 ; \\ 5x &= 200 ; \\ x &= 40 .\end{aligned}$$

* *Ответ.* 4.

* № 2. Решите уравнение $\log_{2,5}(6x + 11) = \log_{2,5}(11x + 6)$.

* *Решение.*

$$\begin{aligned}\log_{2,5}(6x + 11) &= \log_{2,5}(11x + 6) ; \\ 6x + 11 &= 11x + 6 ; \\ 5x &= 5 ; \\ x &= 1.\end{aligned}$$

* *Ответ.* 1.

*№ 3. Решите уравнение $\log_{2x-1}(3x+16) = 2$.

*Решение.

$$*\log_{2x-1}(3x+16) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-1)^2 = 3x+16, \\ 2x-1 \neq 1, \\ 2x-1 > 0; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 = 3x + 16, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 7x - 15 = 0, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$*\begin{cases} x_1 = -1,25, \quad x_2 = 3, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

*Ответ. 3.

**Методы решения логарифмических уравнений*

- *1. *Метод потенцирования.*
- *2. *Функционально-графический метод.*
- *3. *Метод разложения на множители.*
- *4. *Метод замены переменной.*
- *5. *Метод логарифмирования.*

* Особенности решения логарифмических уравнений

- * Применять простейшие свойства логарифмов.
- * Распределять слагаемые, содержащие неизвестные, при применении простейших свойств логарифмов, таким образом, чтобы не возникали логарифмы отношений.
- * Применять цепочки логарифмов: цепочка раскрывается на основании определения логарифма.
- * Применение свойств логарифмической функции.