

*** Решение
логарифмических
уравнений**

* ***Простейшие логарифмические уравнения***

* Простейшим логарифмическим уравнением называется уравнение вида:

$$\begin{aligned} * \log_a x = b; \log_a f(x) = b; \\ \log_a f(x) = \log_a u(x), \end{aligned}$$

* где a и b - действительные числа,

$$* a \neq 1; a > 0; f(x), u(x)$$

*

* Методы решения простейших логарифмических уравнений

* 1. По определению логарифма.

* А) Если $a \neq 1$, $a > 0$, то уравнение $\log_a f(x) = b$ равносильно уравнению $f(x) = a^b$.

* В) Уравнение $\log_{a(x)} f(x) = b$ равносильно системе

$$* \begin{cases} a(x)^b = f(x), \\ a(x) > 0, \\ a(x) \neq 1. \end{cases}$$

*

* 2. Метод потенцирования.

* А) Если $a \neq 1$, $a > 0$, то уравнение $\log_a f(x) = \log_a u(x)$

* равносильно системе $\begin{cases} f(x) = u(x), \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0). \end{cases}$

* В) Уравнение $\log_{a(x)} f(x) = \log_{a(x)} u(x)$ равносильно системе

* $\begin{cases} f(x) = u(x), \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0), \\ a(x) > 0, \quad a \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{f(x)-u(x)}{a(x)-1} = 0, \\ u(x) > 0 \text{ (или } f(x) > 0), \\ a(x) > 0. \end{cases}$

* *Решение простейших логарифмических уравнений

* № 1. Решите уравнение $\log_{15}(5x - 25) = 2$.

* *Решение.*

$$\begin{aligned} * \log_{15}(5x - 25) = 2 ; 5x - 25 = 15^2 ; 5x - 25 = 225 ; \\ 5x = 200 ; x = 40 . \end{aligned}$$

* *Ответ.* 4.

* № 2. Решите уравнение $\log_{2,5}(6x + 11) = \log_{2,5}(11x + 6)$

.

* *Решение.*

$$\begin{aligned} * \log_{2,5}(6x + 11) = \log_{2,5}(11x + 6) ; 6x + 11 = 11x + 6 ; \\ 5x = 5 ; x = 1. \end{aligned}$$

* *Ответ.* 1.

* № 3. Решите уравнение $\log_{2x-1}(3x + 16) = 2$.

* *Решение.*

$$*\log_{2x-1}(3x + 16) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x - 1)^2 = 3x + 16, \\ 2x - 1 \neq 1, \\ 2x - 1 > 0; \end{cases}$$

$$*\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 = 3x + 16, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 7x - 15 = 0, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$*\begin{cases} x_1 = -1,25, & x_2 = 3, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 .$$

* *Ответ.* 3.

** Методы решения логарифмических уравнений*

- * 1. Метод потенцирования.*
- * 2. Функционально-графический метод.*
- * 3. Метод разложения на множители.*
- * 4. Метод замены переменной.*
- * 5. Метод логарифмирования.*

* Особенности решения логарифмических уравнений

- * Применять простейшие свойства логарифмов.
- * Распределять слагаемые, содержащие неизвестные, при применении простейших свойств логарифмов, таким образом, чтобы не возникали логарифмы отношений.
- * Применять цепочки логарифмов: цепочка раскрывается на основании определения логарифма.
- * Применение свойств логарифмической функции.