ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

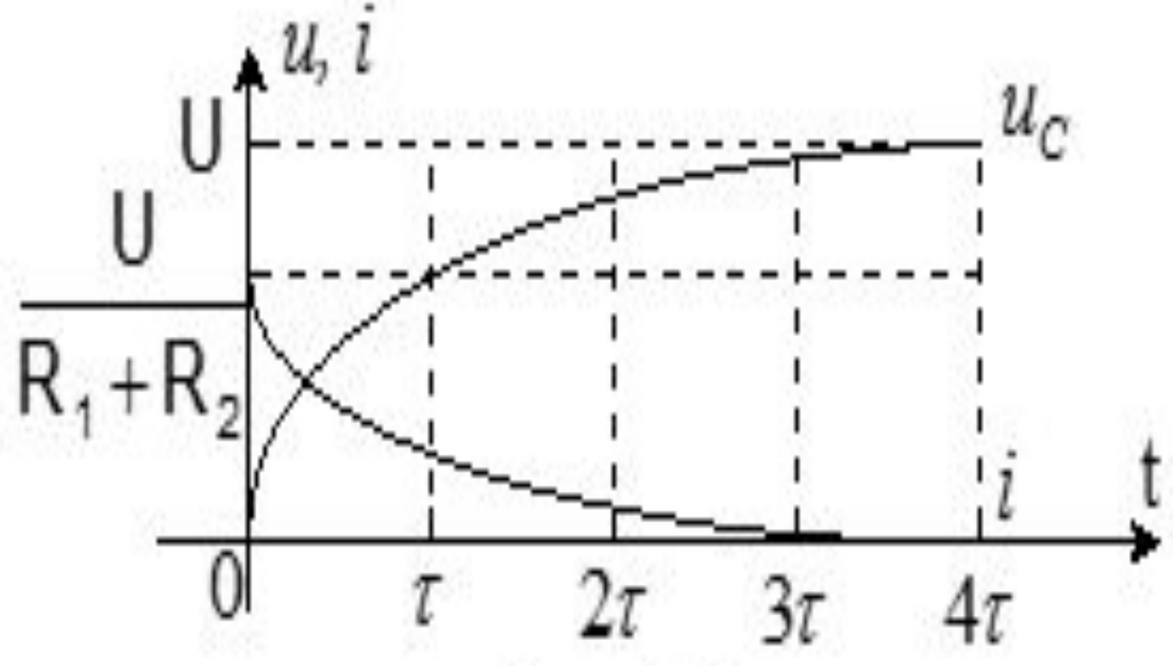
Теоретические основы электротехники

ПЛАН

1. Понятие переходного процесса.
2. Законы коммутации.
3. Независимые и зависимые начальные условия.
4. Характеристическое уравнение электрической цепи.
5. Классический метод расчета переходных процессов.
6. Переходные процессы в RL-цепях постоянного тока.
7. Заряд и разряд конденсатора.

ПОНЯТИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Переходный процесс – процесс перехода от одного устойчивого режима работы электрической цепи к другому, чем-либо отличающемуся от предыдущего



ПОНЯТИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Возникает вследствие коммутации:

- включения или отключения пассивных или активных ветвей,
- коротких замыканий отдельных участков,
- различного рода переключений,
- внезапного изменения параметров и т.д.

Заканчивается спустя некоторое время после коммутации

ПОНЯТИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

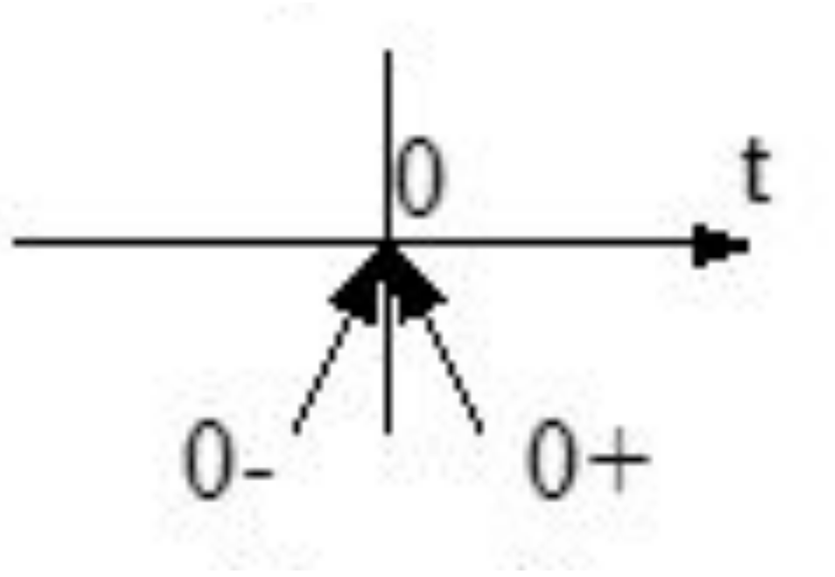
- Коммутация в переходных процессах — мгновенное изменение параметров электрической цепи
- Коммутация — процессы, происходящие в первый момент времени после переключения в электрических цепях при замыканиях и размыканиях различных участков цепи

ПОНЯТИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Начало отсчета времени переходного процесса $t=0$ начинается с момента коммутации

Момент времени непосредственно перед коммутацией $t=0-$

Момент времени сразу после коммутации - $t=0+$



ПОНЯТИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Цель расчета – в определении законов изменения токов и напряжений во время коммутации

$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$$

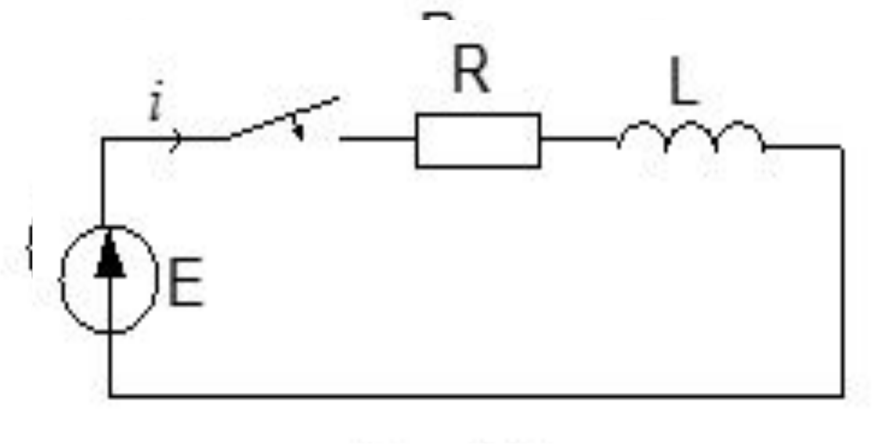
$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2) C}}$$

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

- Ток через индуктивность непосредственно до коммутации равен току через ту же индуктивность непосредственно после коммутации
- Ток на индуктивности не может изменяться скачком

$$i_L(0-) = i_L(0+)$$

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



По второму закону Кирхгофа:

$$E = u_R + u_L$$

$$u_R = R \cdot i \qquad u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$E = R \cdot i + L\frac{di}{dt}$$

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

Пусть ток во время переходного процесса изменится скачком, т.е. за время $\Delta t \to 0$ ток изменится на конечную величину

$$i(0+)-i(0-) = \Delta i$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} \to \infty \qquad \frac{di}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad L\frac{di}{dt} = \infty$$

$$E = R \cdot i + \infty$$

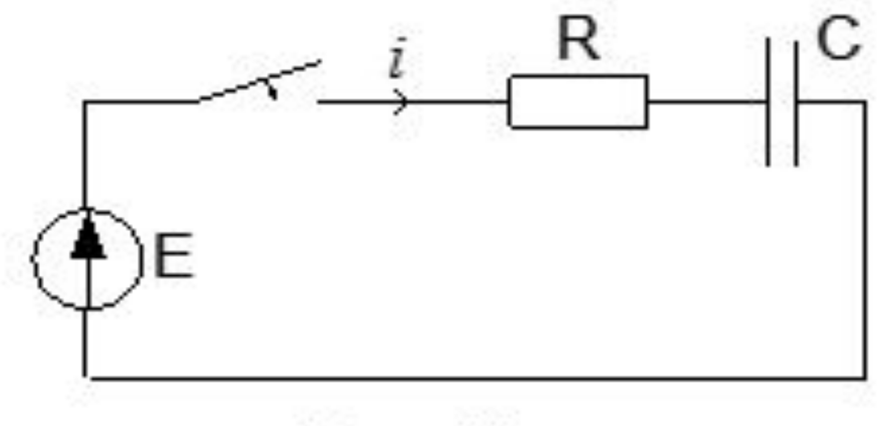
E – конечная величина, следовательно, не соблюдается II закон Кирхгофа, и предположение о том, что ток, протекающий через индуктивность, может измениться скачком, неверно

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

- Напряжение на емкости непосредственно до коммутации равно напряжению на той же емкости непосредственно после коммутации,
- Напряжение на емкости не может измениться скачком

$$u_C(0-) = u_C(0+)$$

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



По второму закону Кирхгофа:

$$E = u_{\mathrm{R}} + u_C$$

$$u_R = R \cdot i \qquad i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$E = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$$

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ. ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

Пусть во время переходного процесса падение напряжения на конденсаторе изменится скачком, т.е. за время $\Delta t \to 0$ напряжение изменится на конечную величину

$$u_C(0+) - u_C(0-) = \Delta u_C$$

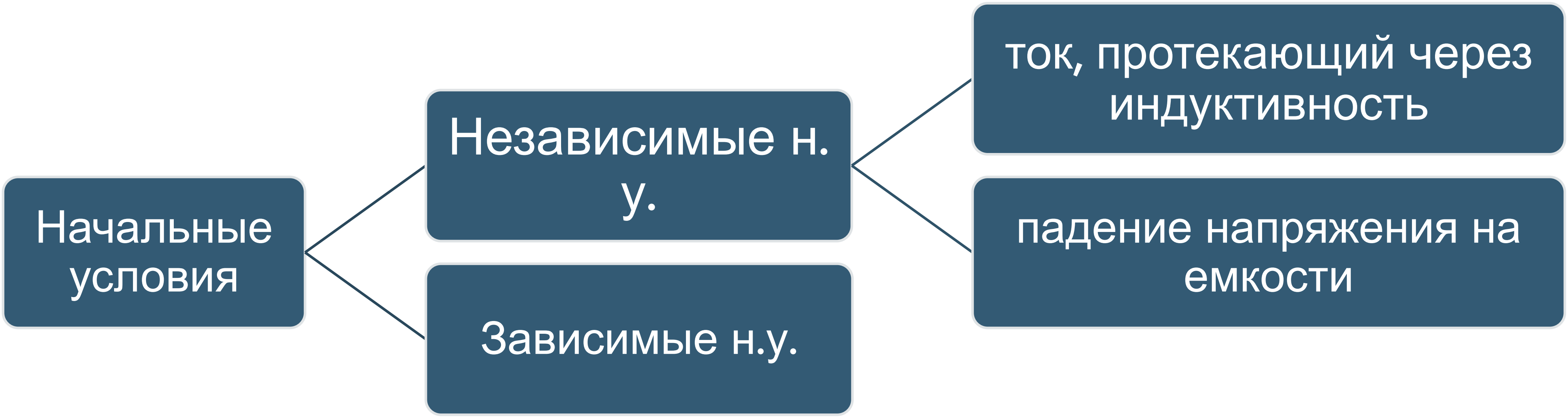
$$\frac{\Delta u_C}{\Delta t} \to \infty \qquad \frac{du_C}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \infty \qquad C\frac{du_C}{dt} = \infty$$

$$E = R \cdot C \cdot \infty + u_C$$

E – конечная величина, следовательно, не соблюдается II закон Кирхгофа, и предположение о том, что падение напряжения на конденсаторе может измениться скачком, неверно

НЕЗАВИСИМЫЕ И ЗАВИСИМЫЕ НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Начальные условия – значения токов и напряжений в первый момент после коммутации t=0+



НЕЗАВИСИМЫЕ И ЗАВИСИМЫЕ НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

- Независимые начальные условия определяются из законов коммутации:

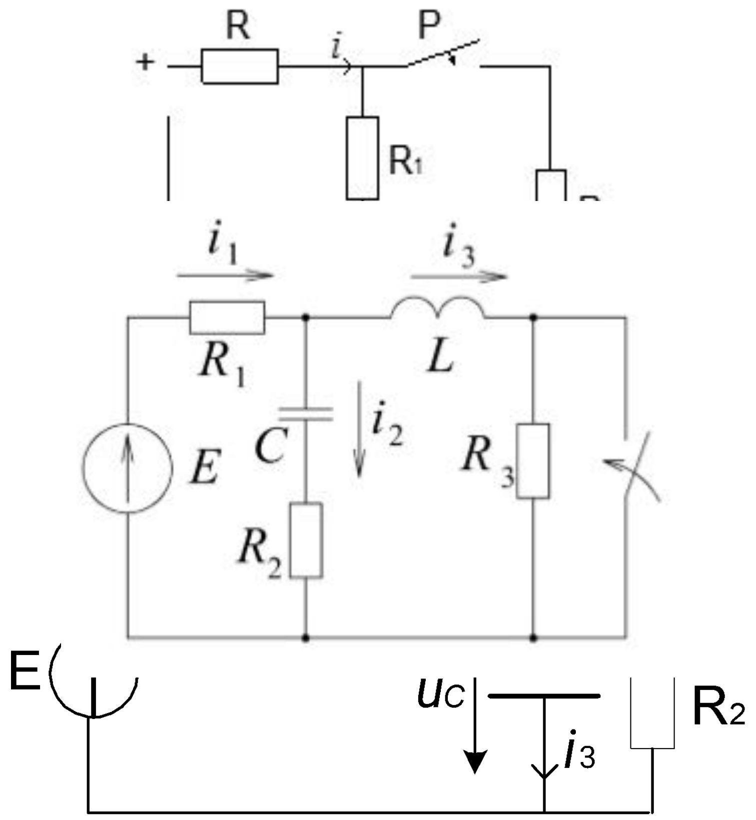
$$\mathrm{i}_{\mathrm{L}}(0-) = i_L(0) = i_L(0+)$$

$$u_C(0-) = u_C(0) = u_C(0+)$$

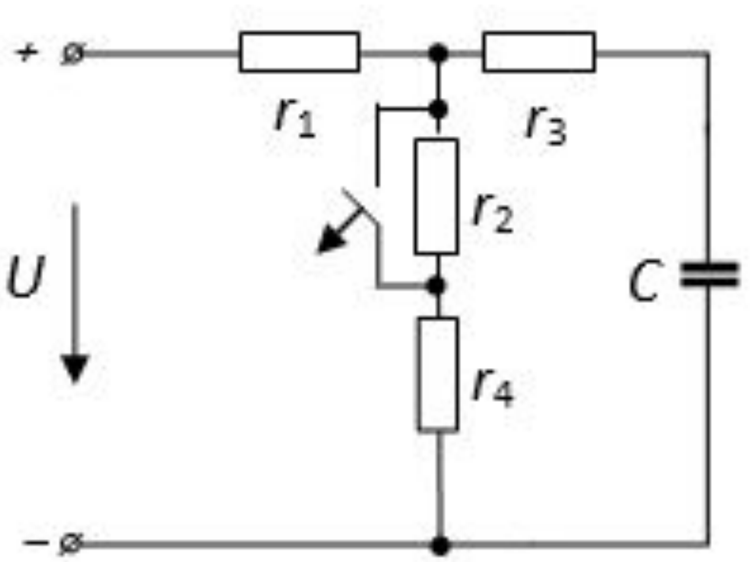
- Зависимые начальные условия определяются из законов Кирхгофа и известных независимых начальных условий

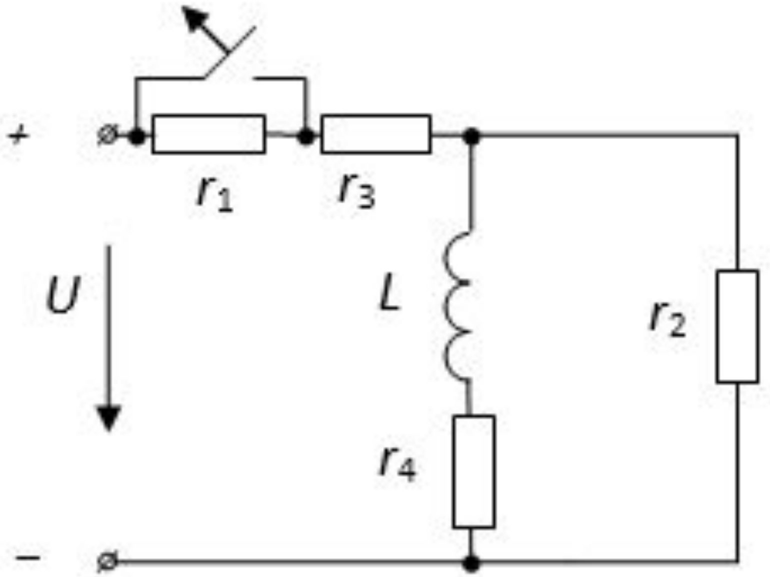
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

- Расчет переходных процессов сводится к решению дифференциальных уравнений
- Порядок дифференциального уравнения (степень характеристического уравнения) определяется числом независимых начальных условий в схеме после коммутации и не зависит от вида источников ЭДС в цепи



ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ





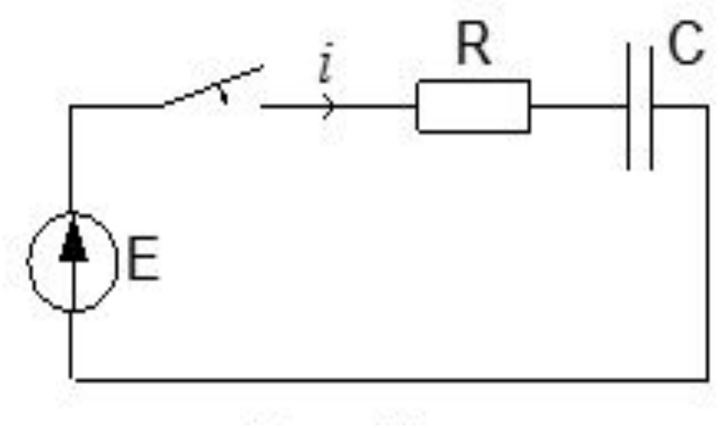
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

1. Записывается входное сопротивление переменному току электрической цепи после коммутации $\underline{Z}(j\omega)$
2. Заменяется в нём $j\omega$ на p. Получается характеристическое уравнение

$$\underline{Z}(p) = 0$$

3. Находятся корни этого характеристического уравнения p. $[p]=c^{-1}$.

ПРИМЕР



Составить характеристическое уравнение.

Найти его корни для электрической цепи

$$\underline{Z}(j\omega) = R - j\frac{1}{\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}(p) = R + \frac{1}{pC} = 0$$

$$pCR + 1 = 0 \qquad p = -\frac{1}{RC}$$

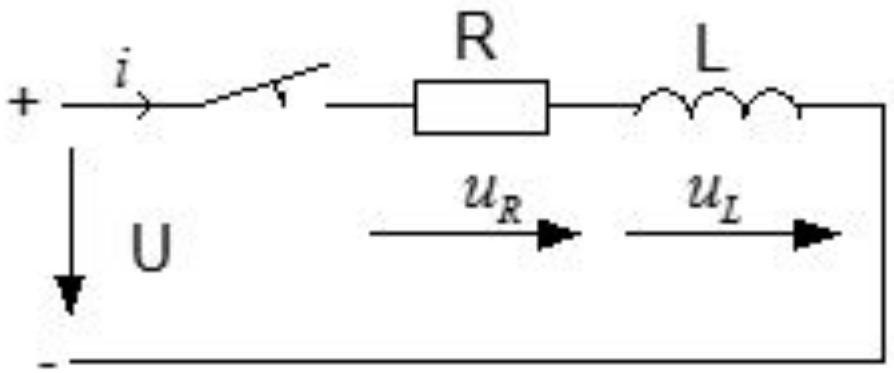
КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

1. Для цепи после коммутации составить систему дифференциальных уравнений по I и II законам Кирхгофа.
2. Определить независимые начальные условия (u_C и i_L) из расчета режима цепи до коммутации с применением законов коммутации.
3. Записать искомые величины в виде суммы принужденных и свободных составляющих.
4. Найти принужденные составляющие, рассчитав установившийся режим цепи после коммутации.

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

5. Составить характеристическое уравнение и вычислить его корни.
6. В зависимости от вида корней характеристического уравнения записать свободные составляющие и искомые решения в общем виде.
7. Для определения постоянных интегрирования записать искомые величины, их производные и систему дифференциальных уравнений для момента $t=0$.
8. Подставить вычисленные постоянные интегрирования в искомые решения.
9. Построить графики изменения токов и напряжений во время переходного процесса.

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



Ключ замыкается.

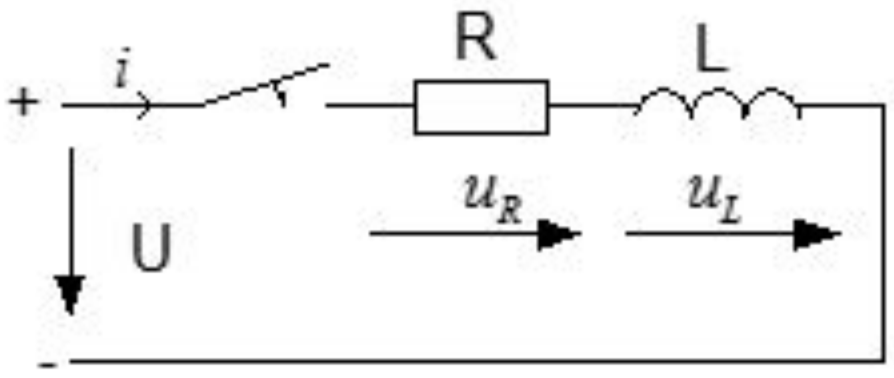
Определить:

$$i(t),\ u_R(t),\ u_L(t)$$

По II закону Кирхгофа для послекоммутационной схемы:

$$U = u_R + u_L$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



По II закону Кирхгофа для послекоммутационной схемы:

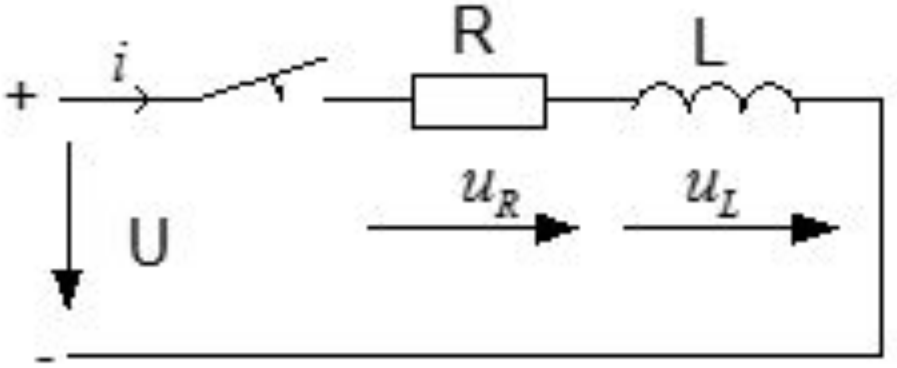
$$U = u_R + u_L$$

$$u_R = R \cdot i$$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$U = R \cdot i + L\frac{di}{dt}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



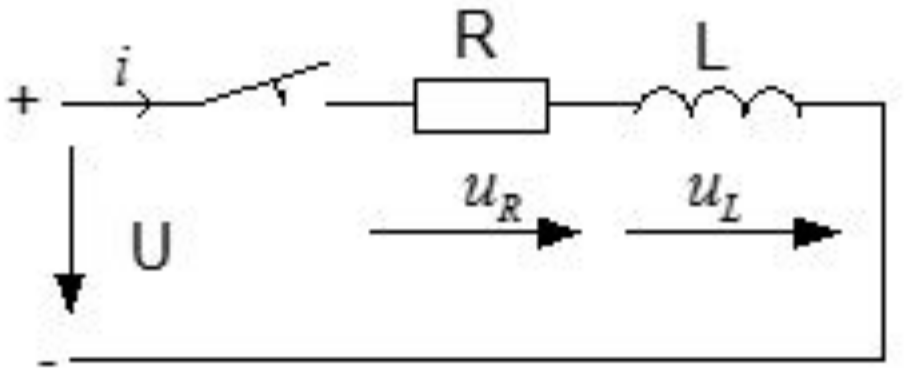
$$i(t)=i_{св}+i_{пр}$$

Для нахождения принужденной составляющей тока необходимо рассчитать установившийся режим после коммутации.

В установившемся режиме при протекании постоянного тока индуктивность - идеальный провод, падения напряжения на ней не происходит.

$$i_{пр}=\frac{U}{R}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



$$i(t)=i_{св}+i_{пр}$$

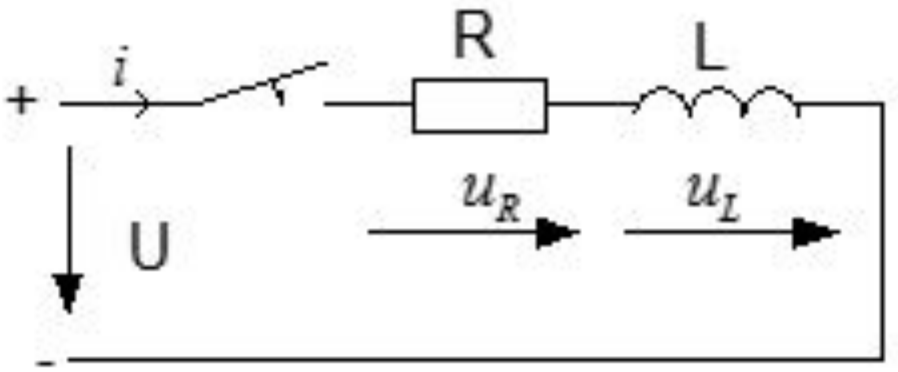
Характеристическое уравнение:

$$Lp+R=0$$

Корень характеристического уравнения:

$$p=-\frac{R}{L}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



$$i(t)=i_{св}+i_{пр}$$

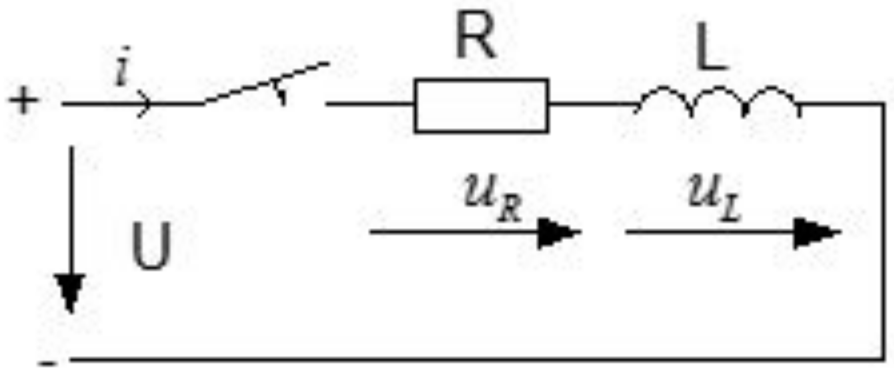
Свободная составляющая:

$$i_{св} = Ae^{pt}$$

где A – постоянный коэффициент, определяющийся из начальных условий

$$i = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



$$i = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

По первому закону коммутации

$$i(0+) = i(0-) = 0$$

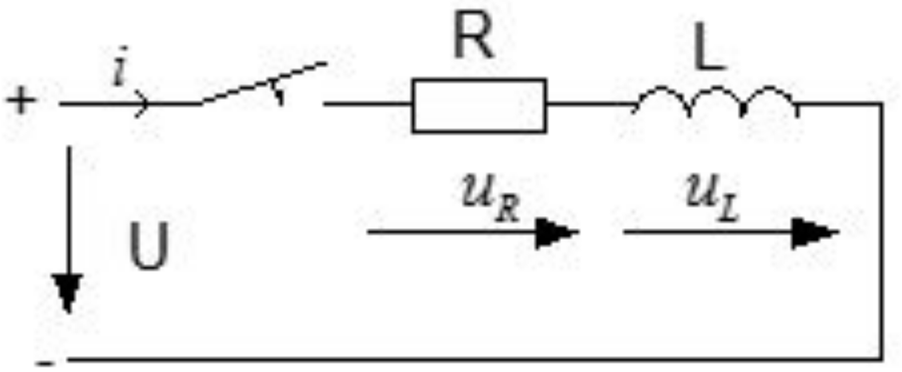
$$i(0+) = \frac{U}{R} + A = 0$$

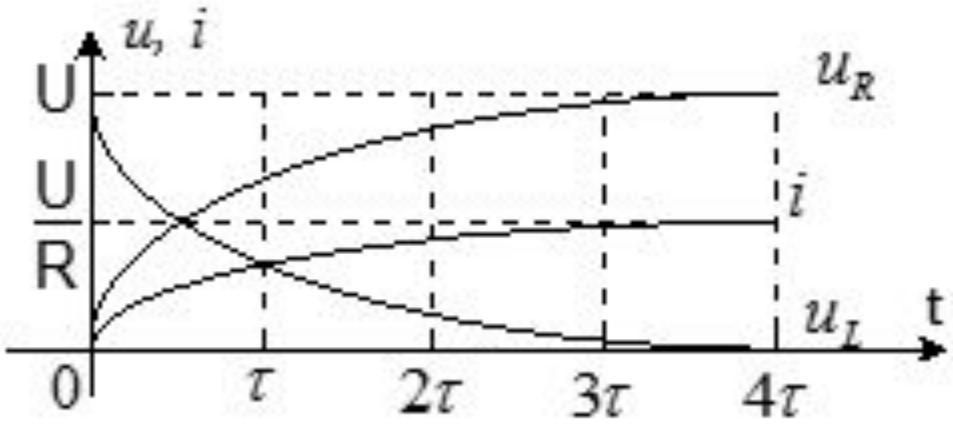
$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \qquad u_R = i \cdot R = U - Ue^{-\frac{R}{L}t}$$

$$A = -\frac{U}{R}$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L(-\frac{R}{L})(-\frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t}) = Ue^{-\frac{R}{L}t}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА



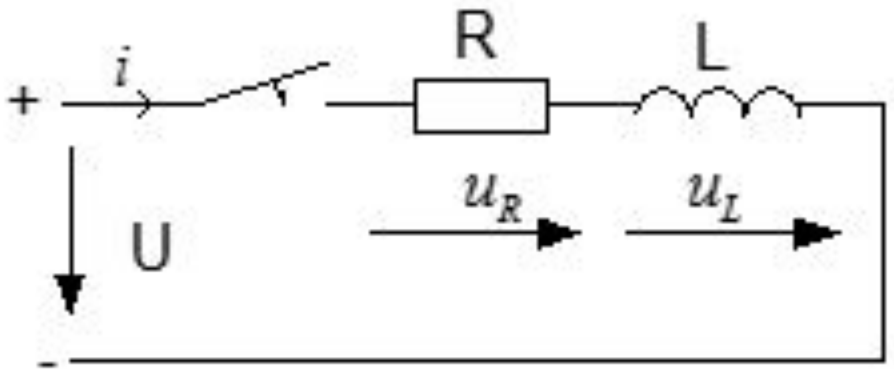


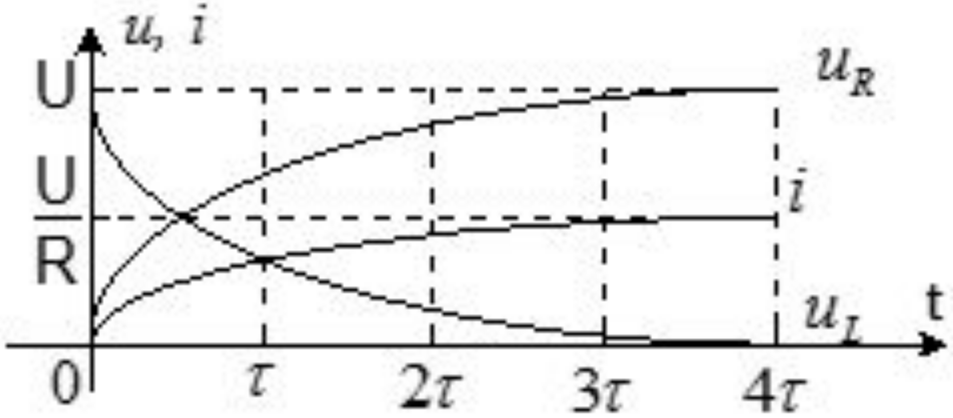
$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R = i \cdot R = U - Ue^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L(-\frac{R}{L})(-\frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t}) = Ue^{-\frac{R}{L}t}$$

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RL-ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА





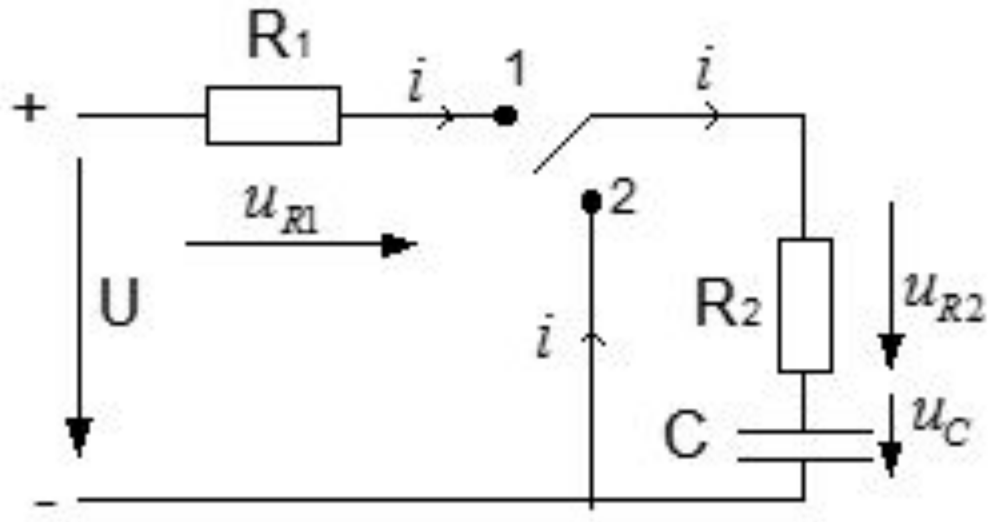
$$-\frac{1}{p} = \tau$$

постоянная времени, которая определяет скорость изменения тока или напряжения во время переходного процесса

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{Гн}{Ом} = \frac{Ом \cdot с}{Ом} = с$$

Доказано, что за время $(4 \div 5)\tau$ переходный процесс затухает и наступает установившийся режим

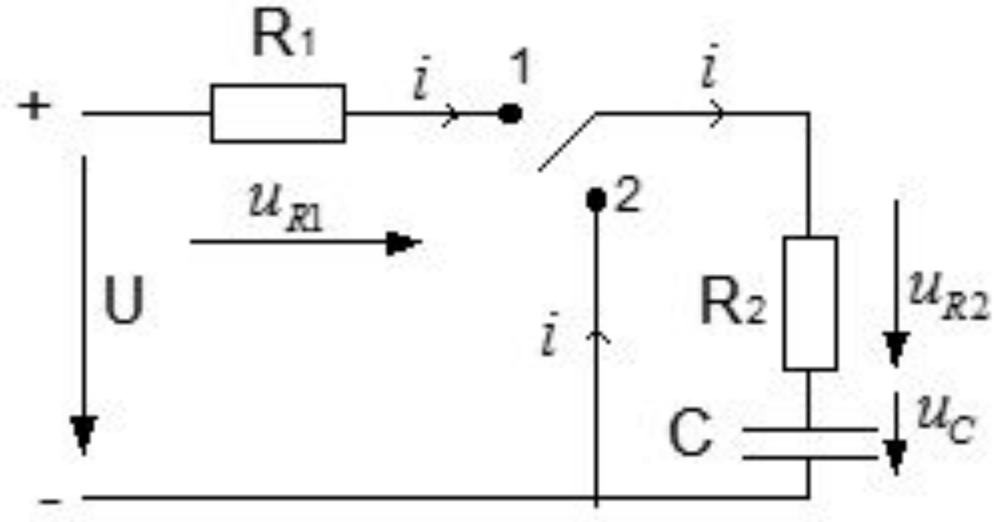
ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА



Ключ замыкается в положение 1 – конденсатор заряжается

Ключ замыкается в положение 2 – конденсатор разряжается

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

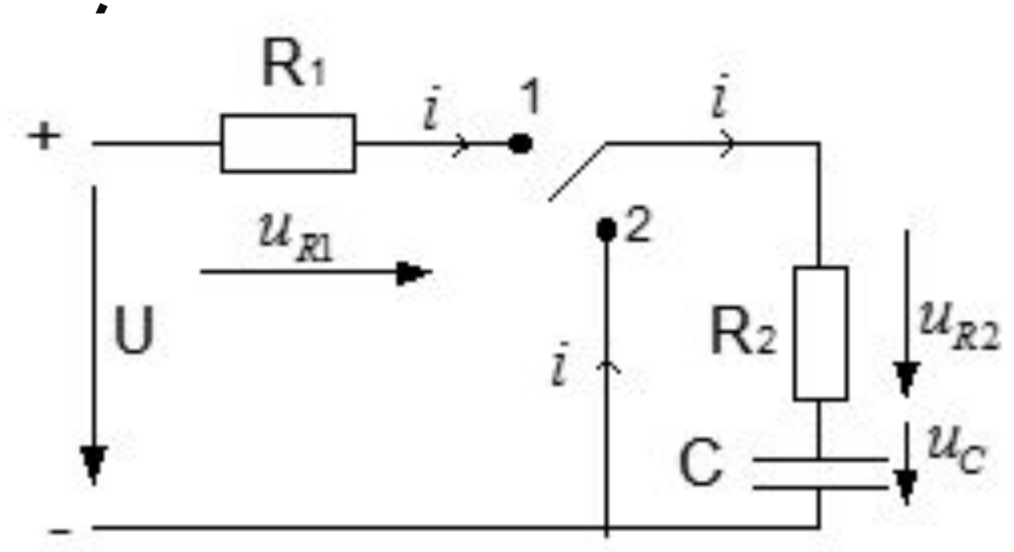


1. Ключ замыкается в положение 1 – конденсатор заряжается

Напряжение на конденсаторе до коммутации

$$u_C(0-) = 0$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА
ра)



По второму закону Кирхгофа

$$u_{R1} + u_{R2} + u_C = U$$

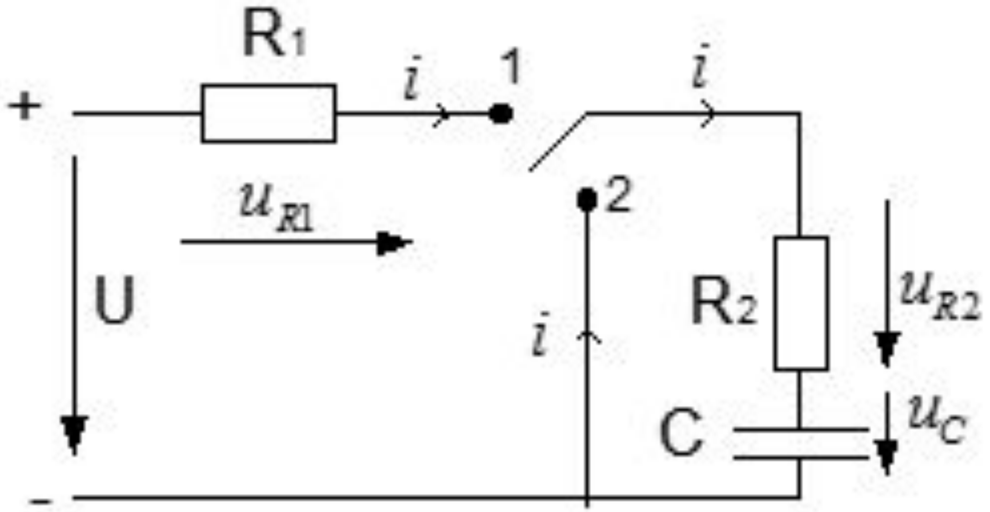
$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$u_{R1} = iR_1$$

$$u_{R2} = iR_2$$

$$(R_1 + R_2)C\frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА



$$(R_1+R_2)C\frac{du_C}{dt}+u_C=U$$

$$u_C=u_{Cпр}+u_{Cсв}$$

$$u_{Cпр}=U \qquad u_{Cсв}=Ae^{pt}$$

Характеристическое уравнение:

$$R_1+R_2+\frac{1}{Cp}=0$$

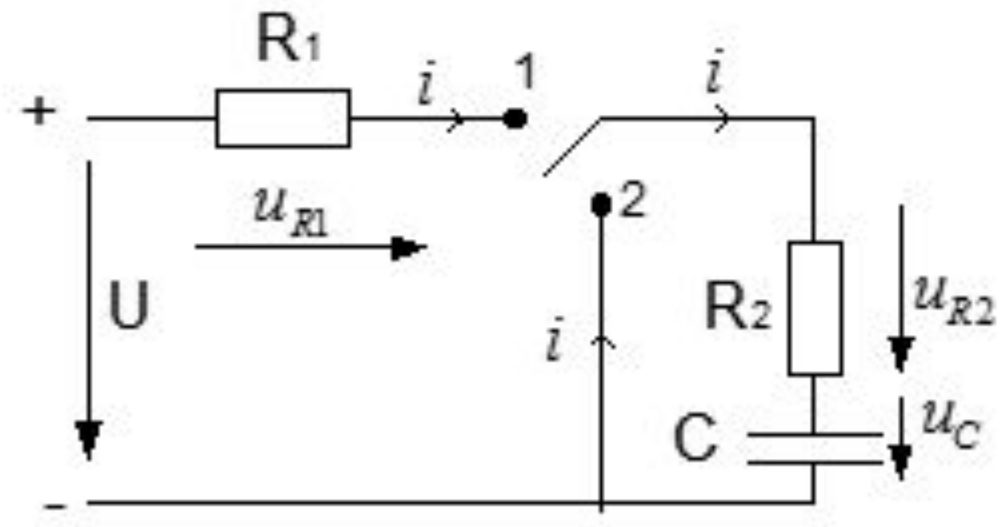
Корень характеристического уравнения

$$p=-\frac{1}{(R_1+R_2)C}$$

$$u_C=U+Ae^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ра)



$$u_C = U + Ae^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

По II закону коммутации

$$u_C(0+) = u_C(0-) = 0$$

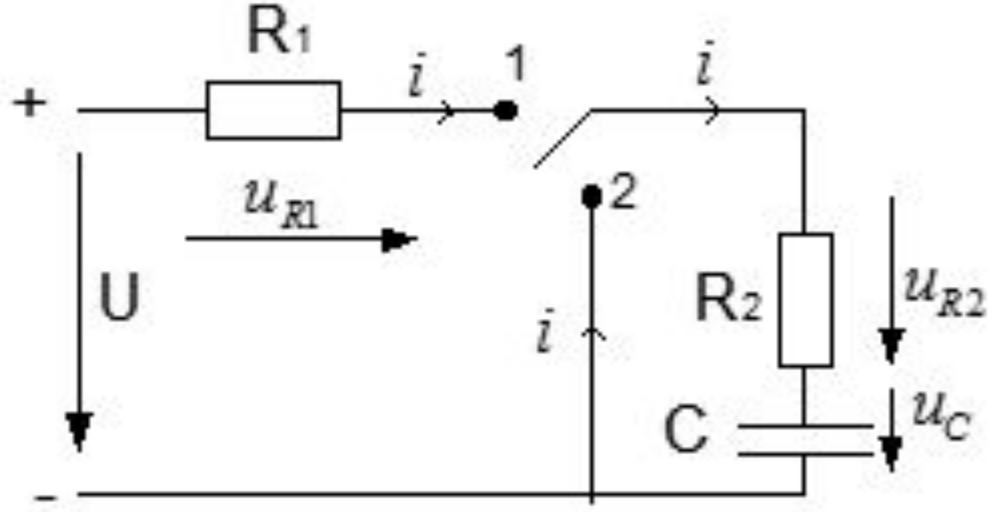
$$u_C(0+) = U + A = 0 \qquad A = -U$$

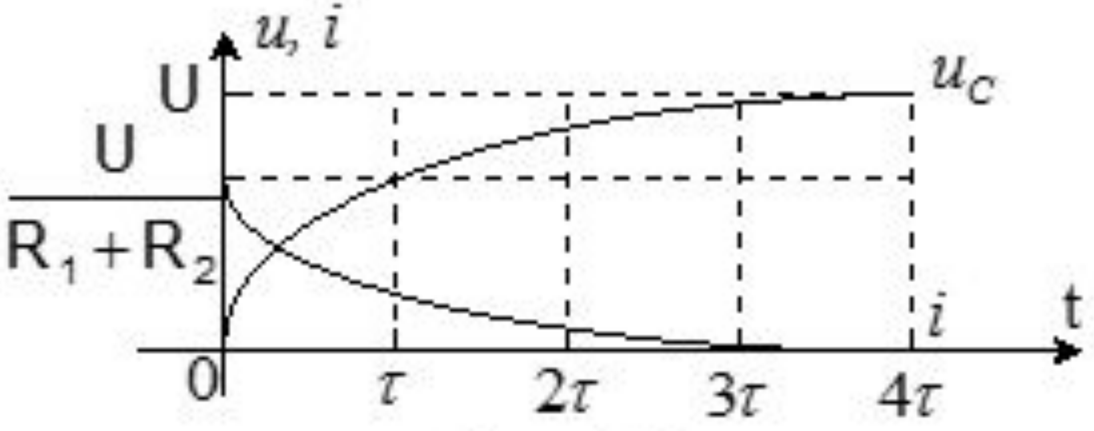
$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$\mathrm{i} = \mathrm{C}\frac{\mathrm{du_C}}{\mathrm{dt}} = C\left(-\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)(-U)e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} = \frac{U}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

а)



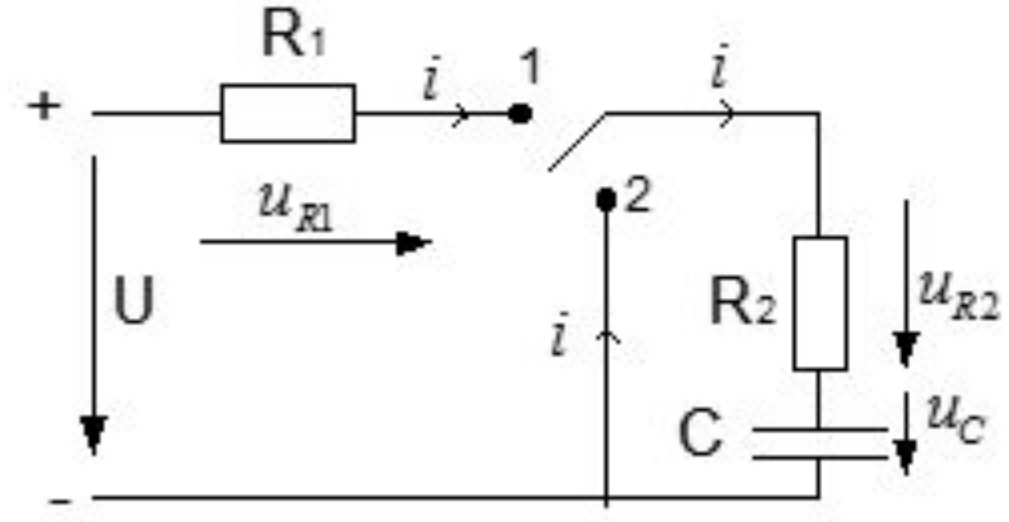


$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$\mathrm{i} = \mathrm{C}\frac{\mathrm{du_C}}{\mathrm{dt}} = C\left(-\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)(-U)e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} = \frac{U}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ора)



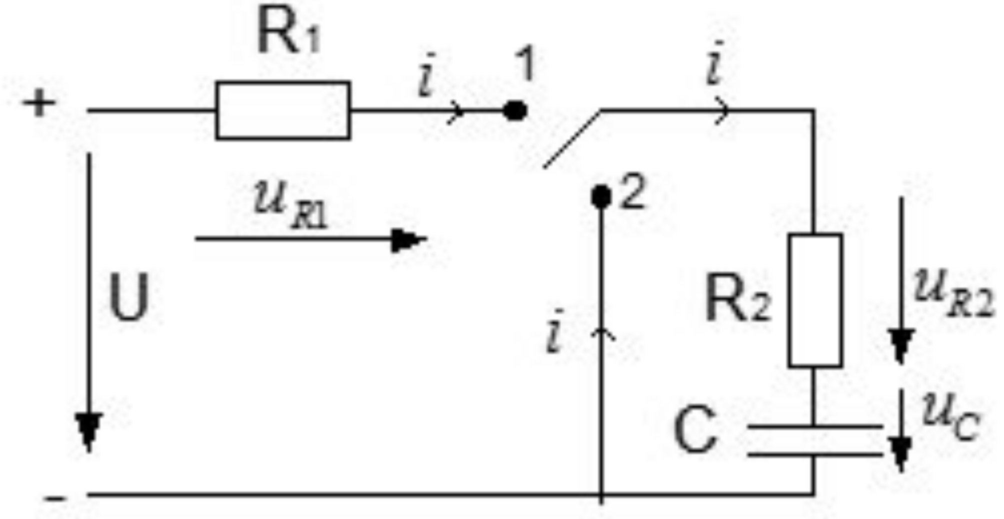
2. Ключ замыкается в положение 2 – конденсатор разряжается

Конденсатор заряжен до напряжения, равного приложенному

$$u_c(0-)=U$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ора)



По II закону Кирхгофа для послекоммутационной схемы

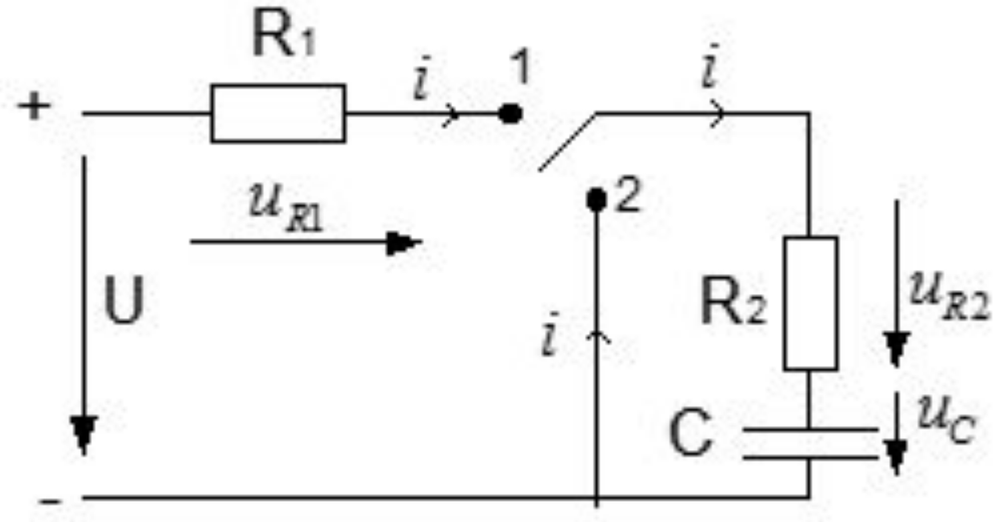
$$u_{\mathrm{R2}} + u_C = 0$$

Конденсатор заряжен до напряжения, равного приложенному

$$u_c(0-)=U$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ора)



По II закону Кирхгофа для послекоммутационной схемы

$$u_{\mathrm{R2}} + u_C = 0$$

Конденсатор заряжен до напряжения, равного приложенному

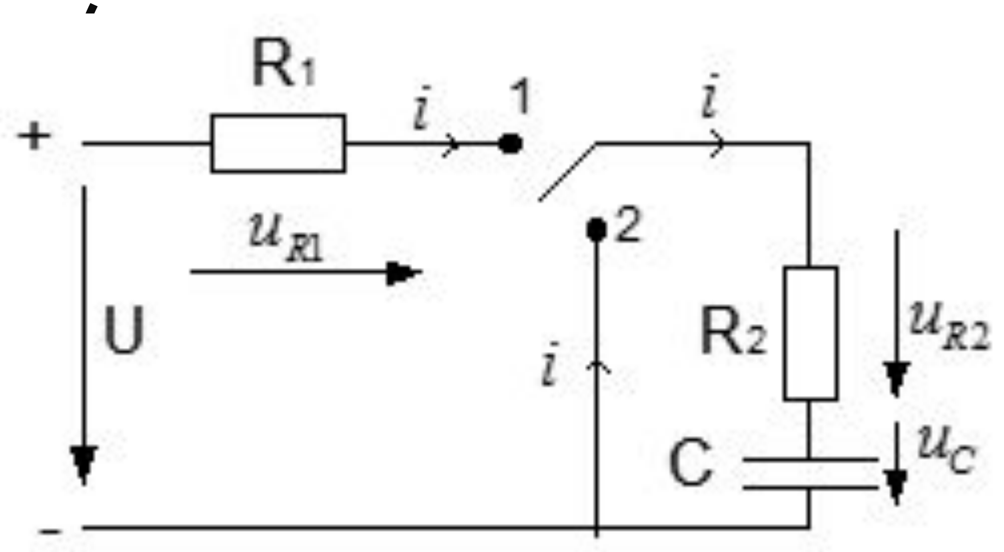
$$u_c(0\text{-}) = U$$

$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$R_2 C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ра)



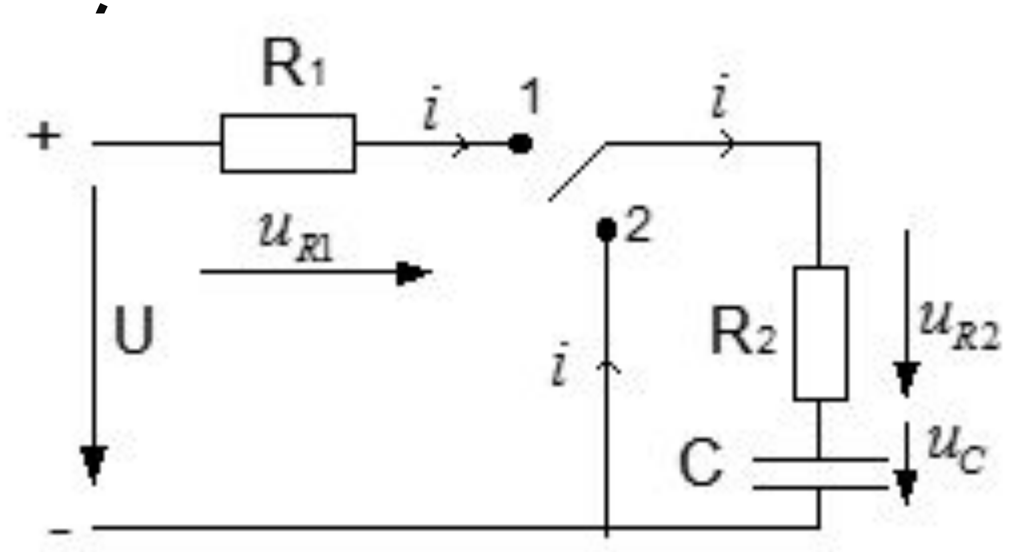
$$R_2 C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$u_C = u_{Cсв} + u_{Cпр}$$

$u_{Cпр} = 0$ (в установившемся режиме после коммутации конденсатор полностью разряжается)

$$u_{Cсв} = Ae^{pt}$$

ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА
ора)



Характеристическое уравнение

$$R_2 + \frac{1}{pC} = 0$$

$$p = -\frac{1}{R_2 C}$$

$$u_{C\text{св}} = Ae^{-\frac{t}{R2C}}$$

По II закону коммутации

$$u_C(0+) = u_C(0-) = U$$

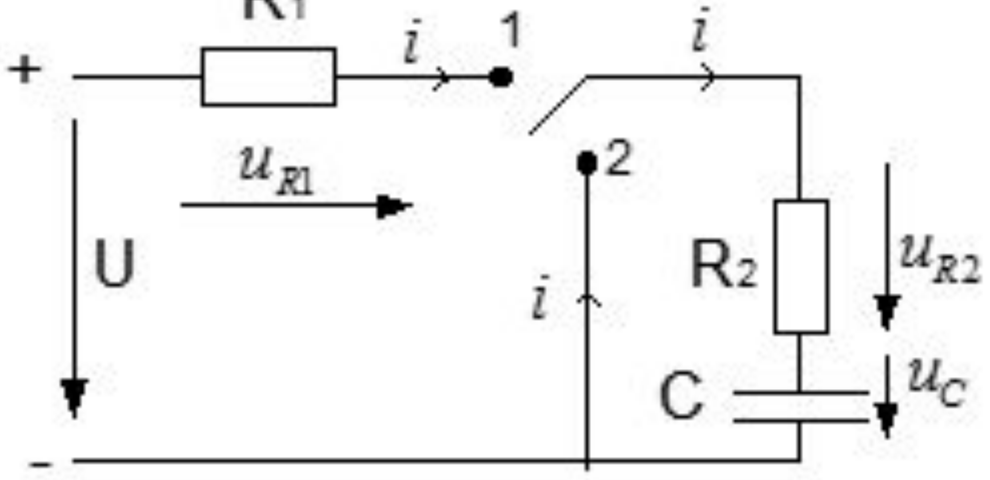
$$u_C(0+) = A = U$$

$$u_C = Ue^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

$$i = C\left(-\frac{1}{R_2 C}\right)Ue^{-\frac{t}{R_2 C}} = -\frac{U}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

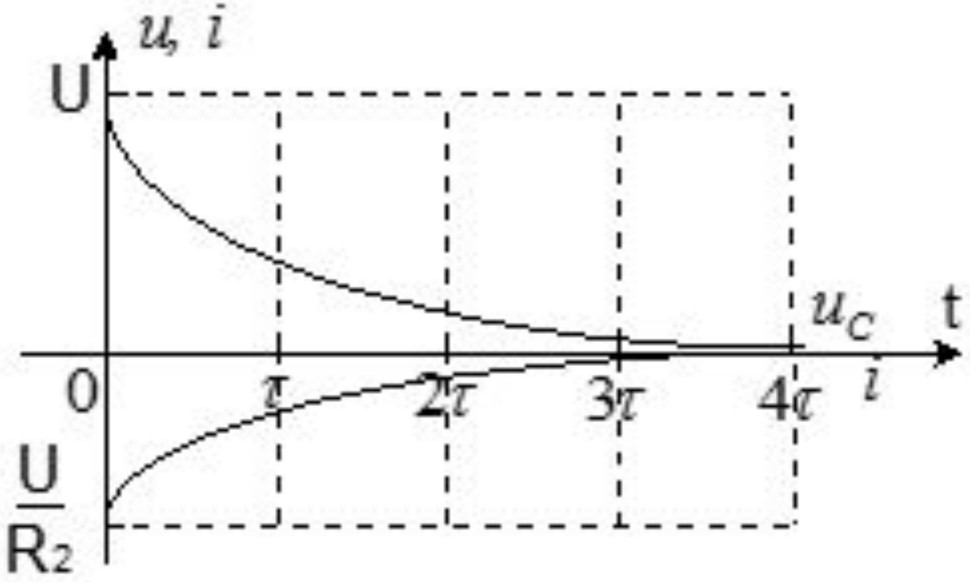
ЗАРЯД И РАЗРЯД КОНДЕНСАТОРА

ра)



$$u_C = Ue^{-\frac{t}{R_2C}}$$

$$i = C\left(-\frac{1}{R_2C}\right)Ue^{-\frac{t}{R_2C}} = -\frac{U}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2C}}$$



Ток разрядки конденсатора отрицательный, т.к. он направлен противоположно току зарядки конденсатора