

# Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным

# Основные методы решения тригонометрических уравнений



Решите уравнение:

$$6\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$$

введем новую переменную  $\sin x = t$ .

Тогда уравнение примет вид

$$6t^2 - 5t - 4 = 0$$

$$t_1 = \frac{4}{3}$$

$$t_2 = -\frac{1}{2}$$

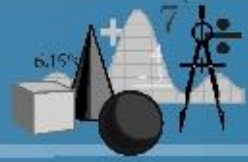
$$\sin x = \frac{4}{3}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

корней нет

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



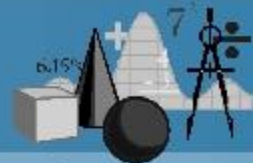


Решим уравнения:

$$4\cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0$$

$$7\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$$





1.  $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

2.  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

$$x = \arctg g + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



# Решите используя основные методы решения тригонометрических уравнений



## I вариант

$$a) 6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 2$$

$$б) \cos 2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$$

$$в) \cos 2x + \sin^2 x = 0,25$$

## II вариант

$$a) 7\sin^2 x + 8\cos x - 8 = 0$$

$$б) 2\sin^2 x - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$$

$$в) \sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$$



# *Тригонометрические уравнения:*

**1 вид:**

- 1)  $\cos^2 x + 4\cos x + 3 = 0,$
- 4)  $-\sin^2 x + 2\sin x - 1 = 0,$
- 5)  $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0.$

**2 вид:** 3)  $\cos^2 x + 2\sin x - 2 = 0.$

**3 вид:** 2)  $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \cos^2 x.$



# Однородные уравнения



$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x = 0$$

$$5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \mid \cos^2 x$$

$$\frac{5 \sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3 \sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$5 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 2 = 0$$



**Задача 1**Решите уравнение  $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$ .**Решение**

► Пусть  $\sin x = t$ , тогда получаем:  
 $2t^2 - 7t + 3 = 0$ .

Отсюда  $t_1 = 3$ ;  $t_2 = \frac{1}{2}$ .

1. При  $t = 3$  имеем  $\sin x = 3$  — уравнение не имеет корней, поскольку  $|3| > 1$ .

2. При  $t = \frac{1}{2}$  имеем  $\sin x = \frac{1}{2}$ ,

тогда  $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$ ,

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

**Ответ:**  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$ . ◀

**Комментарий**

Анализируя вид этого уравнения, замечаем, что в его запись входит только одна тригонометрическая функция  $\sin x$ . Поэтому удобно ввести новую переменную  $\sin x = t$ .

После решения квадратного уравнения необходимо выполнить обратную замену и решить полученные простейшие тригонометрические уравнения.

**Замечание.** Записывая решения задачи 1, можно при введении замены  $\sin x = t$  учесть, что  $|\sin x| \leq 1$ , и записать ограничения  $|t| \leq 1$ , а далее заметить, что один из корней  $t = 3$  не удовлетворяет условию  $|t| \leq 1$ , и после этого обратную замену выполнять только для  $t = \frac{1}{2}$ .



№1

a)  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

б)  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

в)  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

г)  $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$