

Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным

Основные методы решения тригонометрических уравнений



Решите уравнение:

$$6\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$$

введем новую переменную $\sin x = t$.

Тогда уравнение примет вид

$$6t^2 - 5t - 4 = 0$$

$$t_1 = \frac{4}{3}$$

$$t_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{4}{3}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

корней нет

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



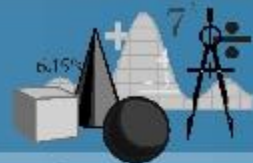


Решим уравнения:

$$4\cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0$$

$$7\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$$





$$1. \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2. \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \arctg g + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



Решите используя основные методы решения тригонометрических уравнений



I вариант

$$a) 6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 2$$

$$б) \cos 2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$$

$$в) \cos 2x + \sin^2 x = 0,25$$

II вариант

$$a) 7\sin^2 x + 8\cos x - 8 = 0$$

$$б) 2\sin^2 x - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$$

$$в) \sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$$



Тригонометрические уравнения:

1 вид:

- 1) $\cos^2 x + 4\cos x + 3 = 0,$
- 4) $-\sin^2 x + 2\sin x - 1 = 0,$
- 5) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0.$

2 вид: 3) $\cos^2 x + 2\sin x - 2 = 0.$

3 вид: 2) $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \cos^2 x.$

Однородные уравнения



$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$6 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x = 0$$

$$5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \mid \cos^2 x$$

$$\frac{5 \sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3 \sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$5 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 2 = 0$$



Задача 1Решите уравнение $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$.**Решение**

► Пусть $\sin x = t$, тогда получаем:
 $2t^2 - 7t + 3 = 0$.

Отсюда $t_1 = 3$; $t_2 = \frac{1}{2}$.

1. При $t = 3$ имеем $\sin x = 3$ — уравнение не имеет корней, поскольку $|3| > 1$.

2. При $t = \frac{1}{2}$ имеем $\sin x = \frac{1}{2}$,

тогда $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$,

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$. ◀

Комментарий

Анализируя вид этого уравнения, замечаем, что в его запись входит только одна тригонометрическая функция $\sin x$. Поэтому удобно ввести новую переменную $\sin x = t$.

После решения квадратного уравнения необходимо выполнить обратную замену и решить полученные простейшие тригонометрические уравнения.

Замечание. Записывая решения задачи 1, можно при введении замены $\sin x = t$ учесть, что $|\sin x| \leq 1$, и записать ограничения $|t| \leq 1$, а далее заметить, что один из корней $t = 3$ не удовлетворяет условию $|t| \leq 1$, и после этого обратную замену выполнять только для $t = \frac{1}{2}$.

№1

a) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

б) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

в) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

г) $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$