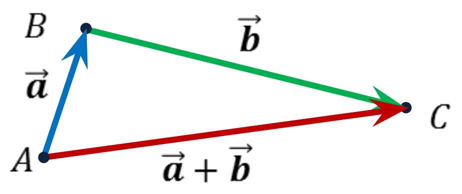
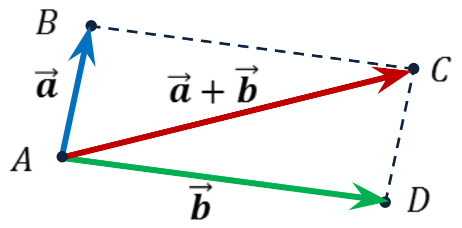
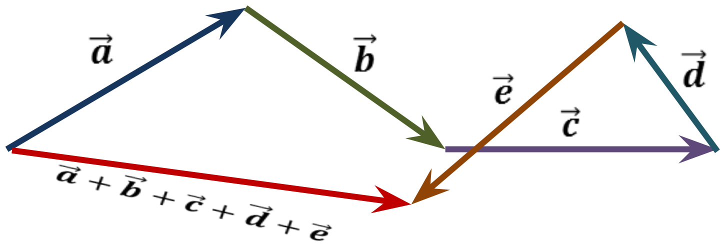
Вычитание векторов

Сумма векторов







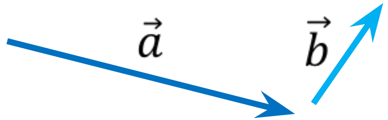
Разность векторов

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

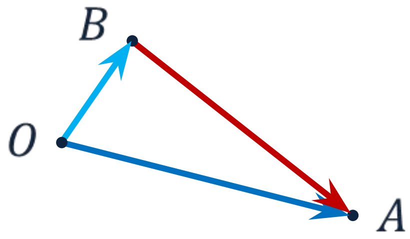
$$\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$$

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют такой вектор $\vec{c}$, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.

Задача. По данным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.



Построение.



$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

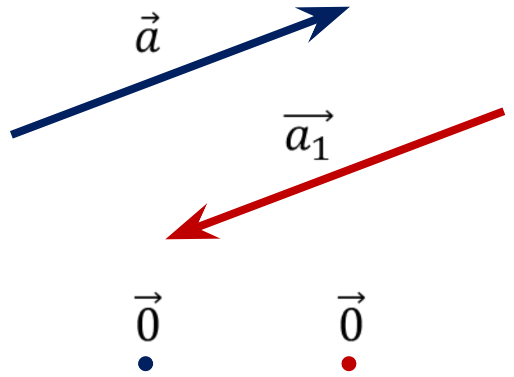
$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$

$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$

Для произвольного <u>ненулевого</u> вектора $\vec{a}$ вектор $\overrightarrow{a_1}$ будет противоположным, если:

1. $|\vec{a}| = |\overrightarrow{a_1}|$
2. $\vec{a} \uparrow\downarrow \overrightarrow{a_1}$



$-\vec{a}$ — вектор, противоположный вектору $\vec{a}$

«минус а»

$$\boxed{\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}}$$

Теорема. Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Доказательство.

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} = \vec{a}$$

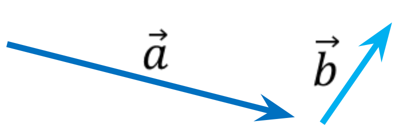
$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{0} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Что и требовалось доказать.

Задача. По данным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.



Построение.

1 способ

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

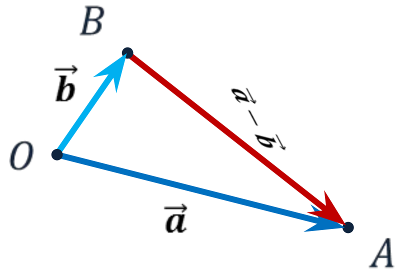
$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$

$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a}$

$\overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a}$

$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$



2 способ

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

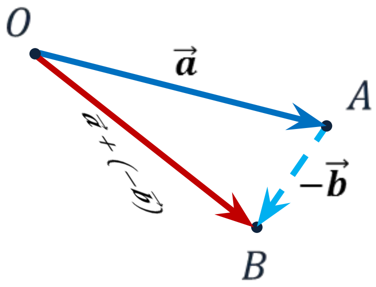
$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

$\overrightarrow{AB} = -\vec{b}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

$\vec{a} + (-\vec{b}) = \overrightarrow{OB}$

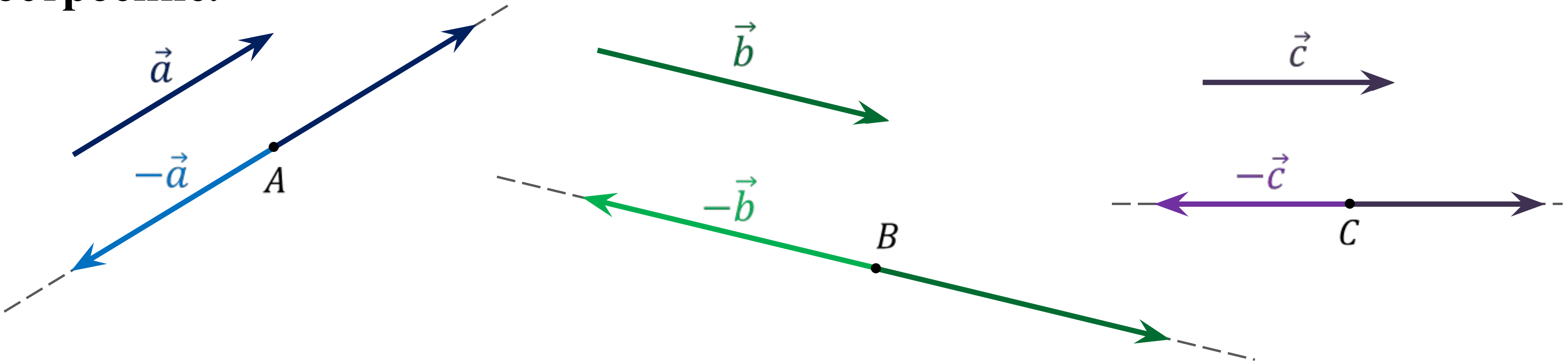
$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{OB}$



Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Построить на них векторы: $-\vec{a}$, $-\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{c}-\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{c}$.

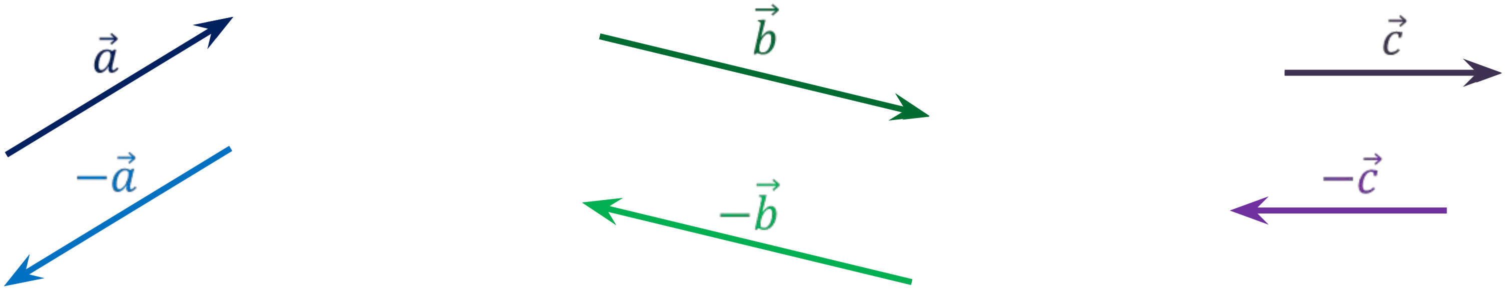
1. $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$
2. $\vec{a} \uparrow\downarrow -\vec{a}$

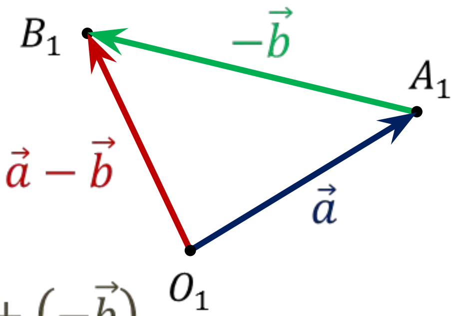
Построение.



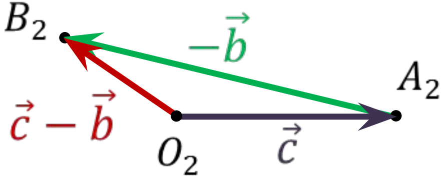
Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Построить на них векторы: $-\vec{a}$, $-\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{c}-\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{c}$.

Построение.

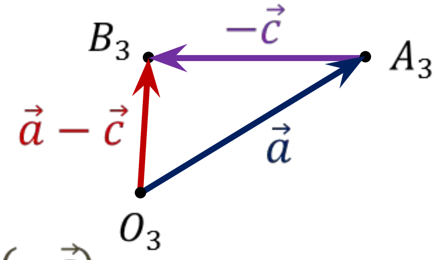




$\vec{a}+(-\vec{b})$



$\vec{c}+(-\vec{b})$



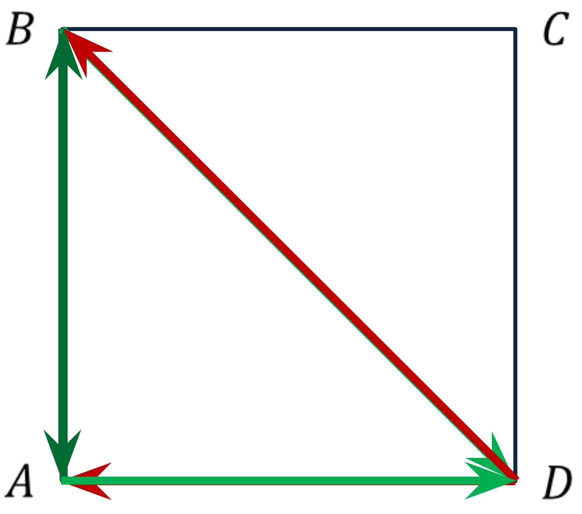
$\vec{a}+(-\vec{c})$

Задача. Сторона квадрата $ABCD$ равна a. Найти $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}|$ и $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$.

Построение.

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$



Решение.

$|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DA}| = DA = a$

$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{2}$

По теореме Пифагора: $AB^2 + AD^2 = DB^2$

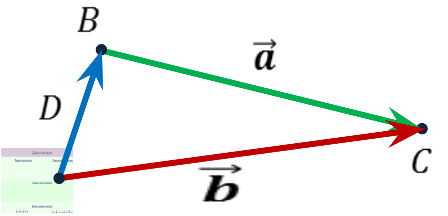
$$DB = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

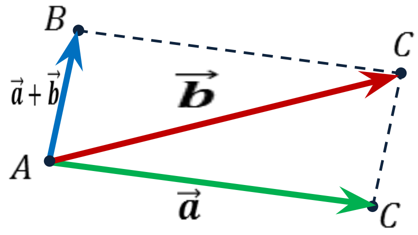
$$DB = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

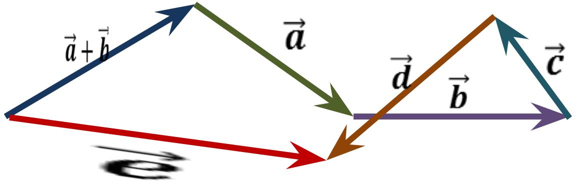
Ответ: a; $a\sqrt{2}$.

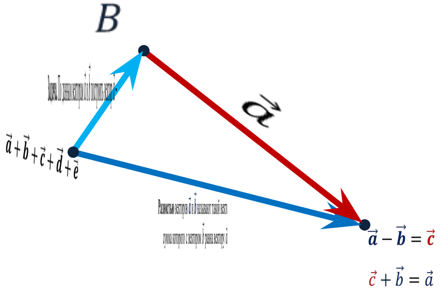
Произведение вектора на число

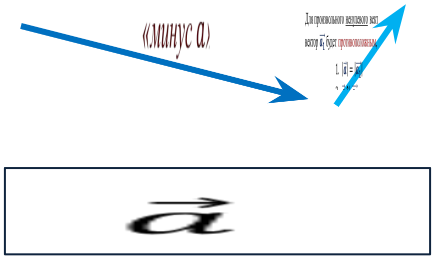
Сложение векторов

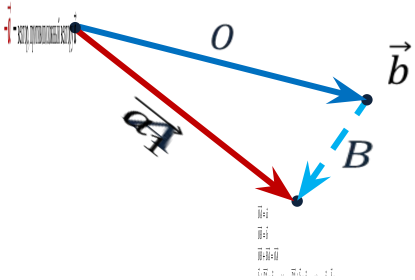




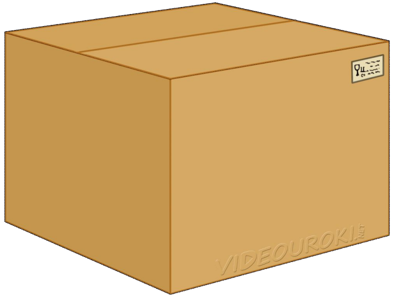








Умножение вектора на число

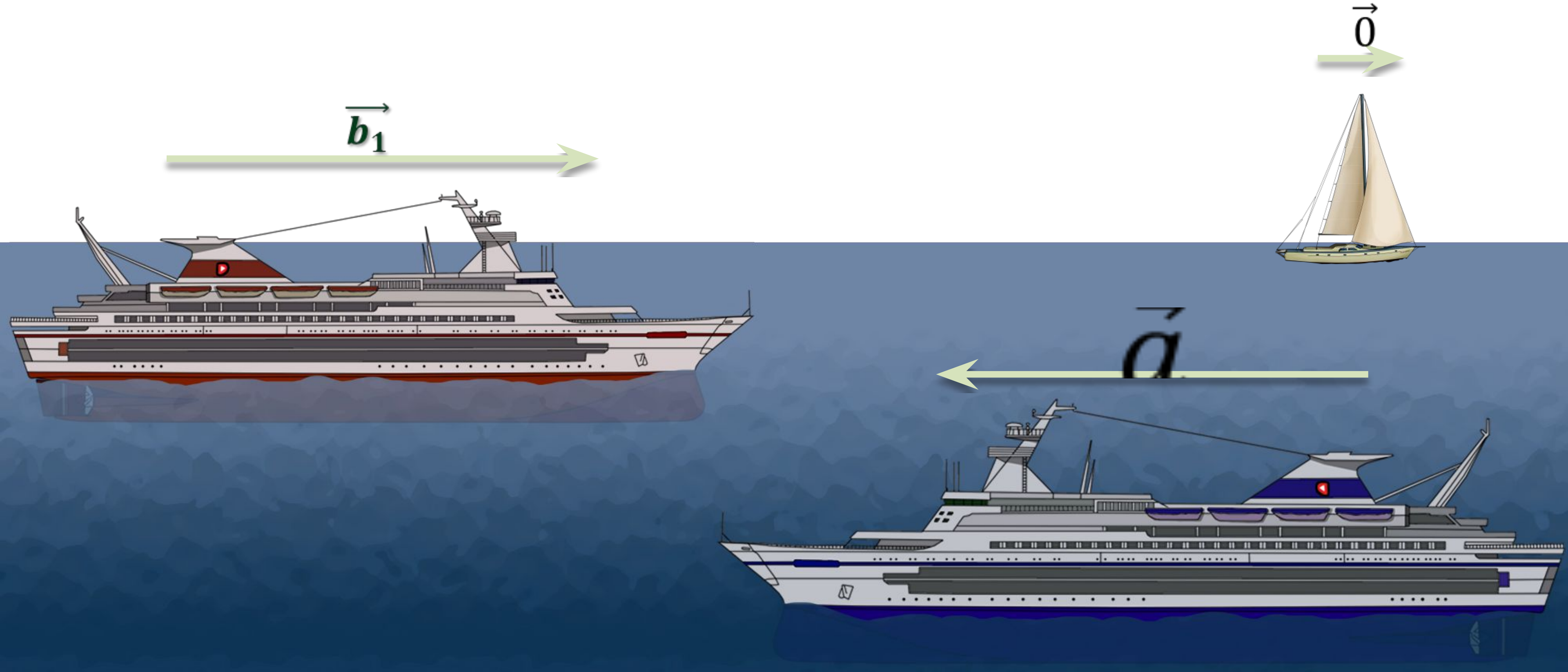


$\vec{b}$

<u>*2 способ*</u>

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$
$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$
$$\overrightarrow{AB} = -\vec{b}$$
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$
$$\vec{a} + (-\vec{b}) = \overrightarrow{OB}$$

O



$$-\vec{b}$$

1 способ

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$

$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a}$

O B

Следствия.

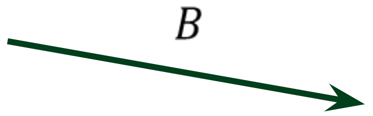
$\vec{a}$ $\vec{a}$

$\vec{a}$

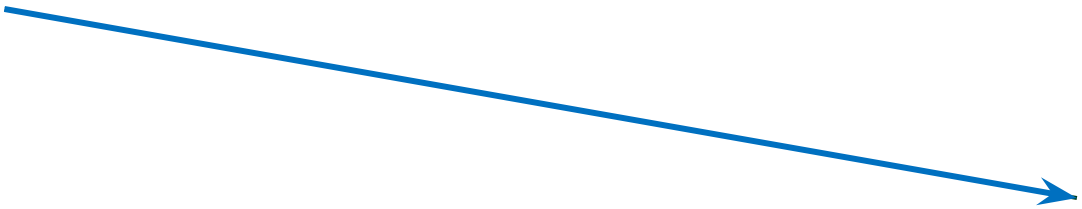
Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Построить на них векторы: $-\vec{a}$, $-\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{c}-\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{c}$.

$\vec{b}$



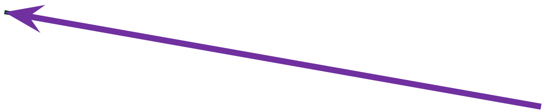
C



A

$\vec{c}$

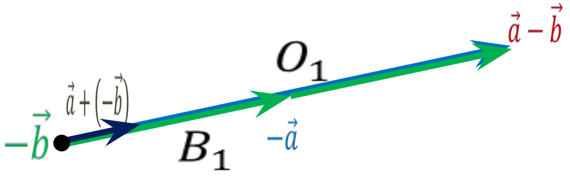
$-\vec{b}$



<u>Свойства</u> произведения вектора на число

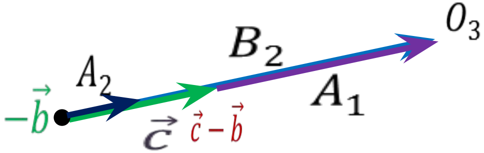
$-\vec{c}$

$\vec{a}$



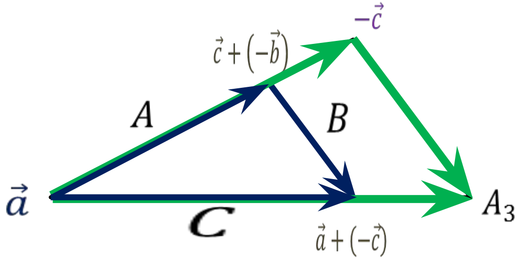
1. $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$
2. $\vec{a} \uparrow\downarrow -\vec{a}$

O_2



B_3

Задача. Сторона квадрата $ABCD$ равна a. Найти $|\vec{BA}-\vec{BD}|$ и $|\vec{AB}-\vec{AD}|$.



Свойства произведения вектора на число

$-\vec{c}$

позволяют выполнять преобразования в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, так же как и в числовых выражениях.

1. $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$
2. $\vec{a} \uparrow\downarrow -\vec{a}$

$|\vec{BA} - \vec{BD}| = |\vec{D.}\ \vec{AB} - \vec{AD} =$

$|\vec{AB} - \vec{AD}| = |\vec{DB}| = DB = a\sqrt{2}$

По теореме Пифагора: $AB^2 + \ldots$

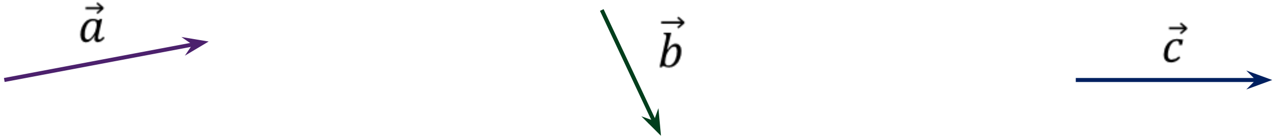
$DB = \surd$ $= \frac{1}{2}\vec{x}\ (2\vec{x} + \vec{y})\ \frac{1}{2}\ \vec{y})$

$DB = \surd$

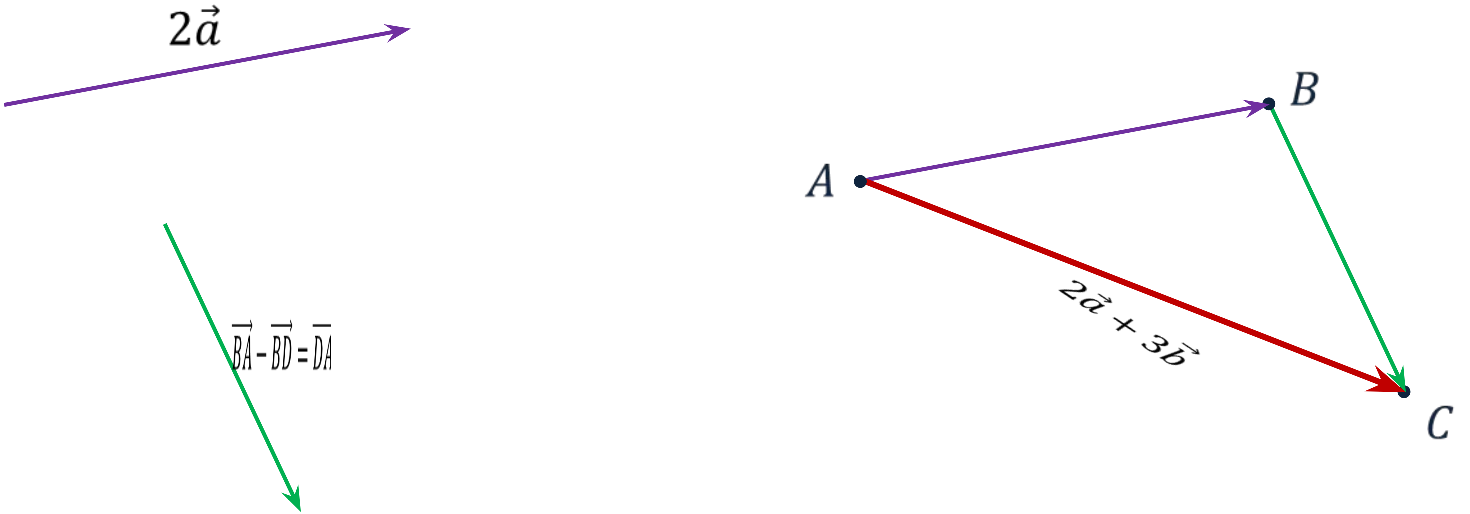
B_3

Ответ: $a;\ a\sqrt{2}.$

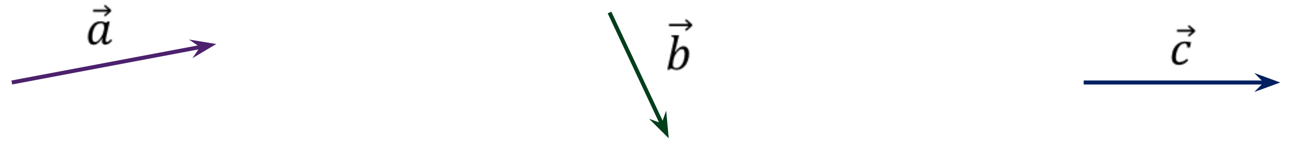
Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Построить векторы $2\vec{a}+3\vec{b}$, $-2\vec{a}+2{,}5\vec{b}$ и $2\vec{a}+2{,}5\vec{b}+4\vec{c}$.



Построение.

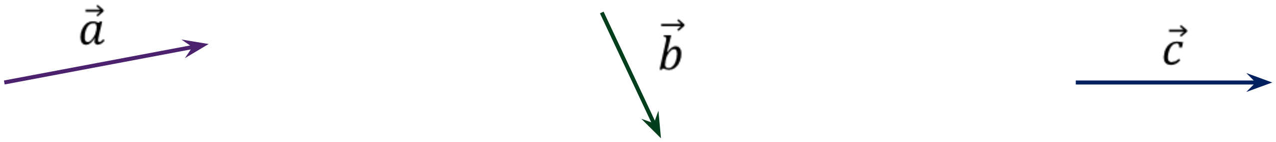


Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Построить векторы $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $-2\vec{a} + 2{,}5\vec{b}$ и $2\vec{a} + 2{,}5\vec{b} + 4\vec{c}$.

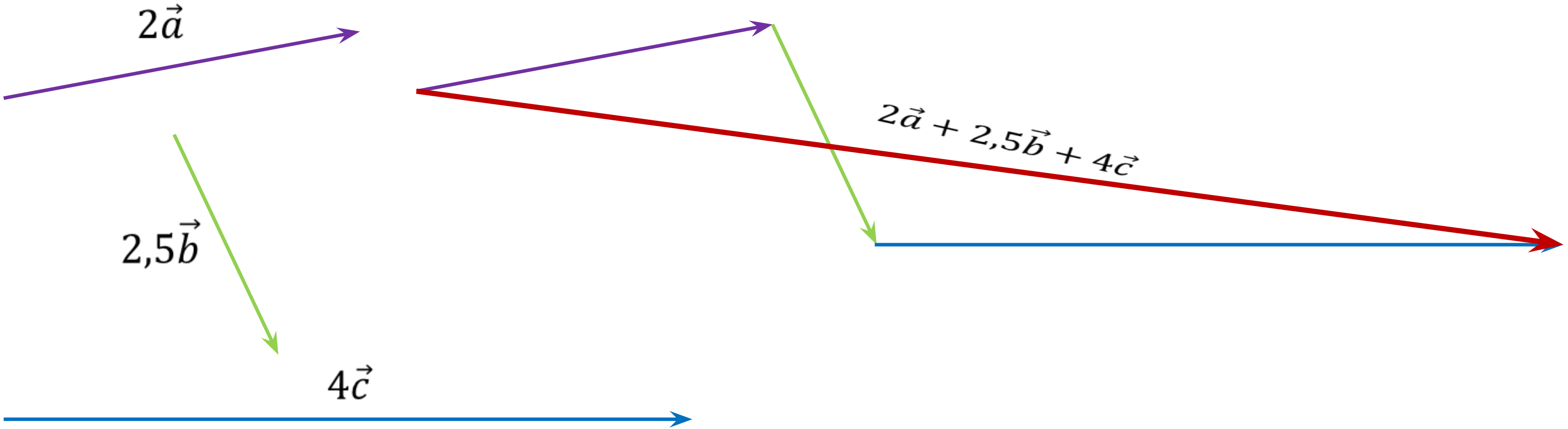


Построение.

Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Построить векторы $2\vec{a}+3\vec{b}$, $-2\vec{a}+2{,}5\vec{b}$ и $2\vec{a}+2{,}5\vec{b}+4\vec{c}$.

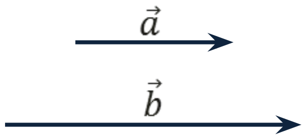


Построение.

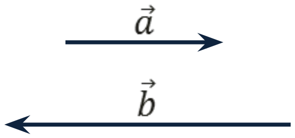


Произведение вектора на число

$\boxed{k \geq 0}$



$\boxed{k < 0}$



$$\boxed{\vec{a} \cdot 0 = \vec{0}}$$

$$\boxed{\vec{a} \parallel k \cdot \vec{a}}$$