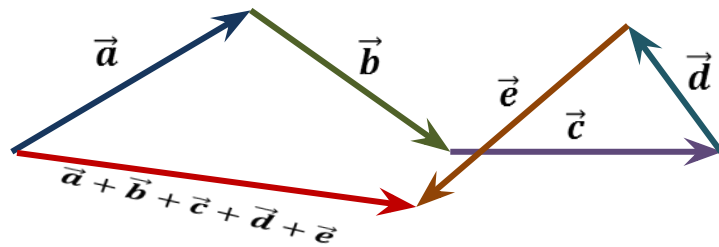
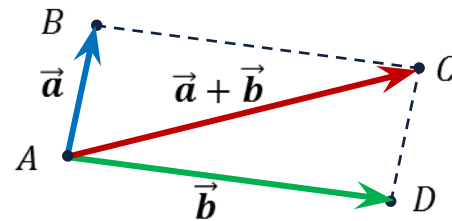
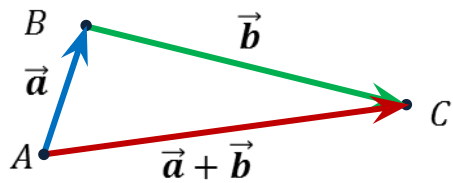


Вычитание векторов

Сумма векторов



Разность векторов

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$$

Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называют такой вектор \vec{c} , сумма которого с вектором \vec{b} равна вектору \vec{a} .

Задача. По данным векторам \vec{a} и \vec{b} построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.

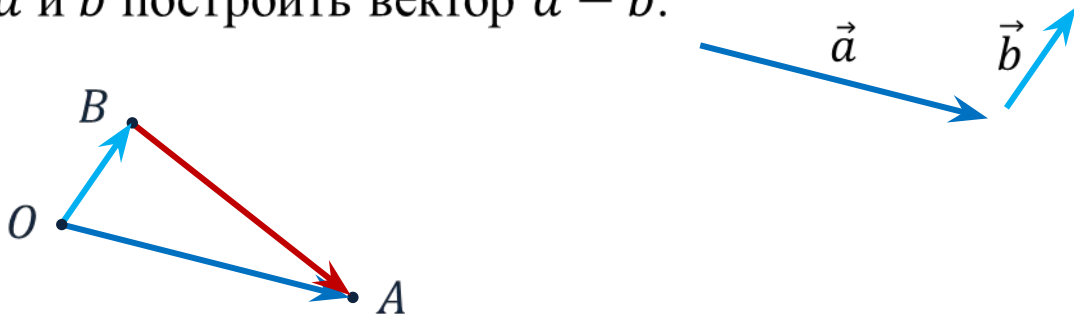
Построение.

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$$

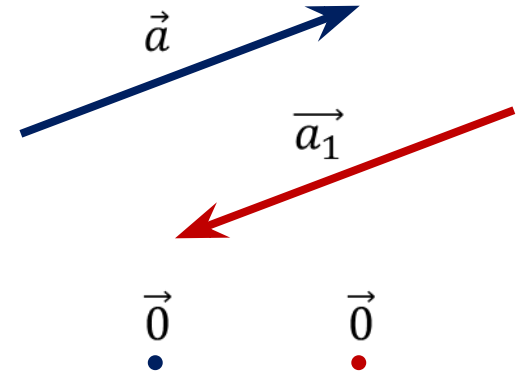
$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



Для произвольного ненулевого вектора \vec{a}
вектор \vec{a}_1 будет **противоположным**, если:

1. $|\vec{a}| = |\vec{a}_1|$
2. $\vec{a} \updownarrow \vec{a}_1$



Вектор \vec{a} и вектор $-\vec{a}$ называются противоположными векторами.

«минус a »

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

Теорема. Для любых векторов \vec{a} и \vec{b} справедливо равенство

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Доказательство.

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} = \vec{a}$$

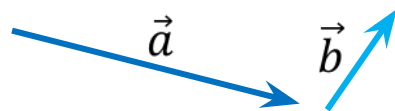
$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{0} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Что и требовалось доказать.

Задача. По данным векторам \vec{a} и \vec{b} построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.



Построение.

1 способ

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

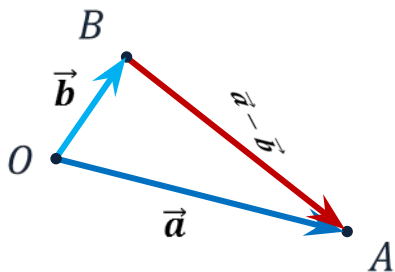
$$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



2 способ

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

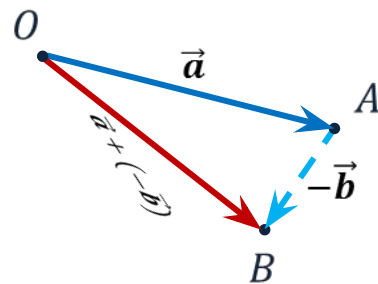
$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB} = -\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

$$\vec{a} + (-\vec{b}) = \overrightarrow{OB}$$

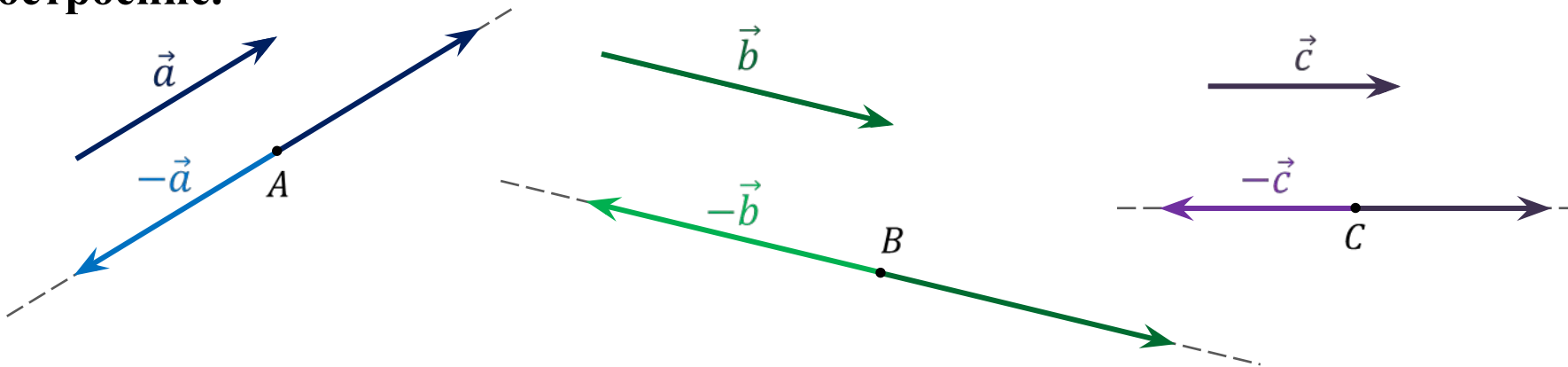
$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{OB}$$



Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
Построить на них векторы: $-\vec{a}$, $-\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{c} - \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{c}$.

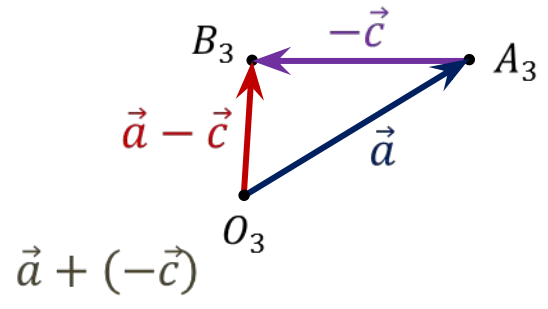
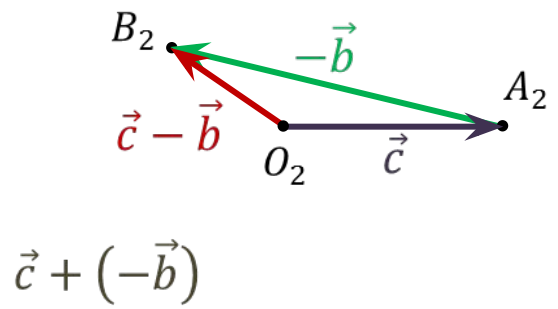
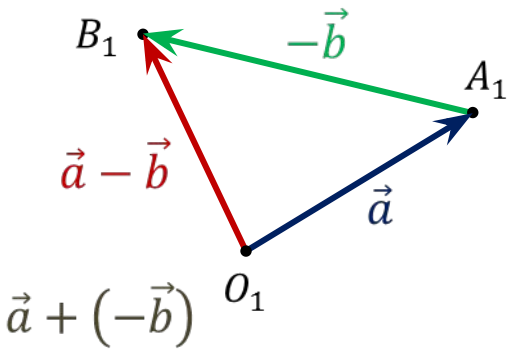
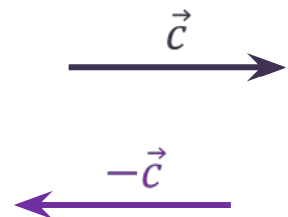
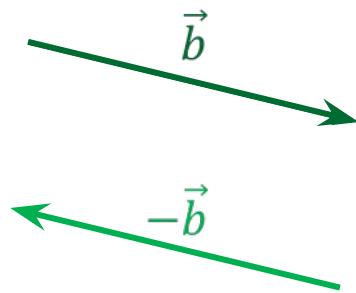
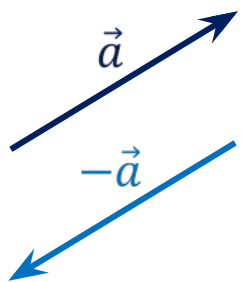
1. $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$
2. $\vec{a} \updownarrow -\vec{a}$

Построение.



Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
 Построить на них векторы: $-\vec{a}$, $-\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{c} - \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{c}$.

Построение.



Задача. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Найти $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}|$ и $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$.

Построение.

$$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

Решение.

$$|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DA}| = DA = a$$

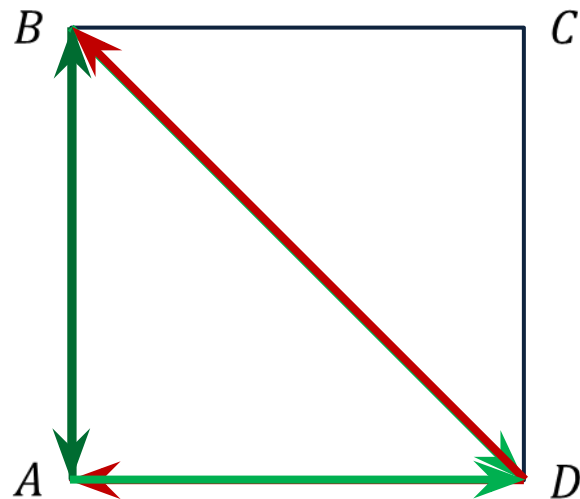
$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{2}$$

По теореме Пифагора: $AB^2 + AD^2 = DB^2$

$$DB = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

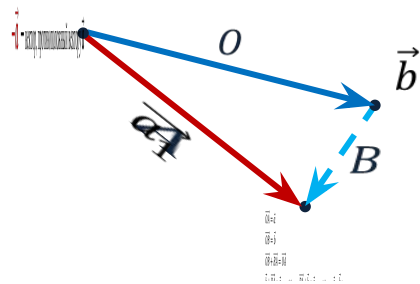
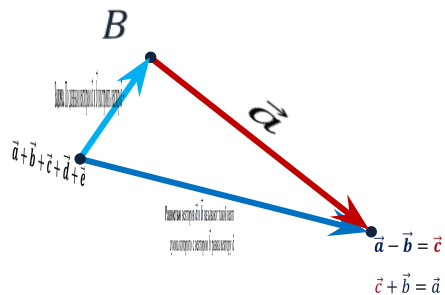
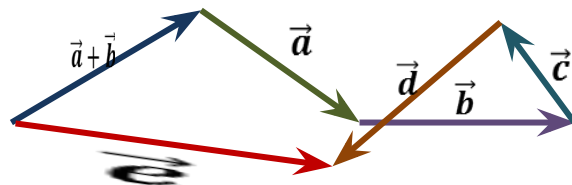
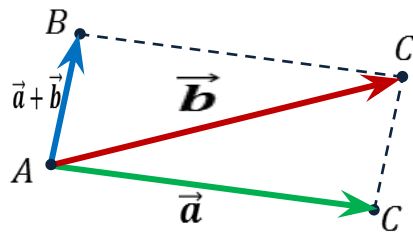
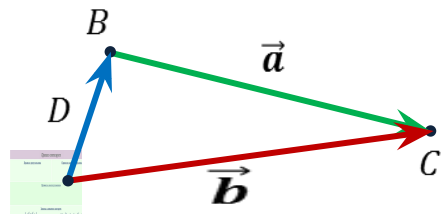
$$DB = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Ответ: $a; a\sqrt{2}$.

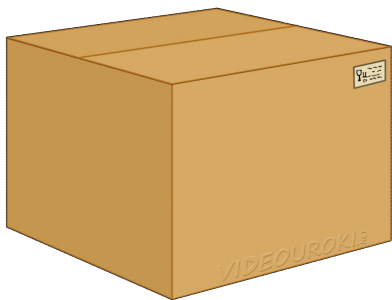


Произведение вектора на число

Сложение векторов

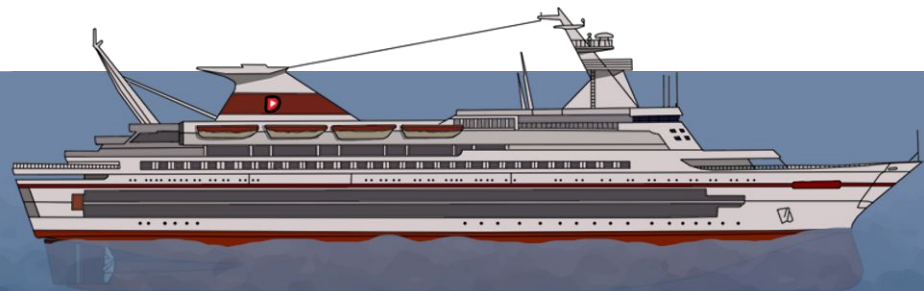


Умножение вектора на число



\vec{b}

2 способ
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
 $\vec{OA} = \vec{a}$
 $\vec{AB} = -\vec{b}$
 $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$
 $\vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{OB}$

 O $\vec{0}$ \vec{b}_1  \vec{a} 



1 способ

$$\vec{OA} = \vec{a}$$

$$\vec{OB} = \vec{b}$$

$$\vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OA}$$

$$\vec{b} + \vec{BA} = \vec{a}$$

$$\vec{BA} = \vec{a} - \vec{b}$$

O

B

Следствия.

\vec{a}

\vec{a}

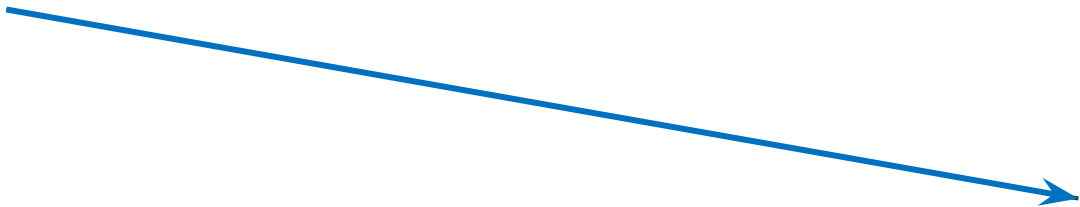


Формула вычитания векторов: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
Получим вектор $-\vec{b}$ как вектор, противоположный \vec{b} .

\vec{b}

B

C



A

\vec{c}

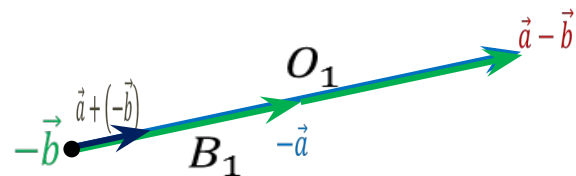
$-\vec{b}$



Свойства произведения вектора на число

$$-\vec{c}$$

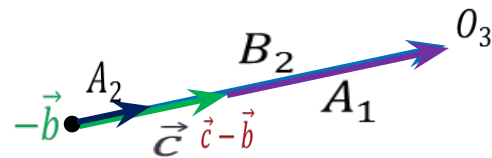
$$\vec{a}$$



$$1. |\vec{a}| = |-\vec{a}|$$

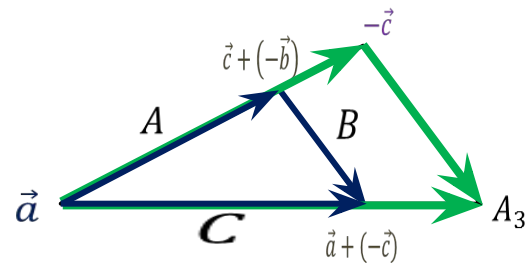
$$2. \vec{a} \uparrow \downarrow -\vec{a}$$

$$O_2$$



$$B_3$$

$$\vec{a} + (-\vec{c}) = \vec{a} - \vec{c}$$



Свойства произведения вектора на число

$-\vec{c}$

1. $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$

2. $\vec{a} \uparrow \downarrow -\vec{a}$

B_3

позволяют выполнять преобразования в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, так же как и в числовых выражениях.

$$|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AD}| =$$

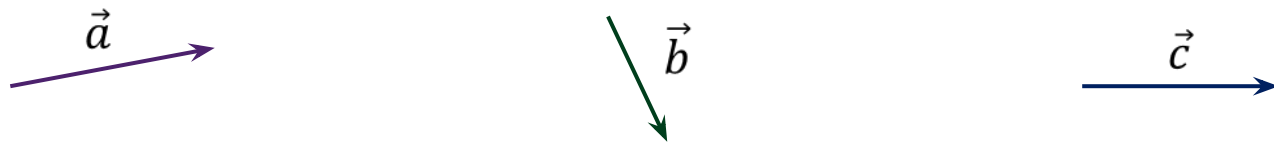
$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{2}$$

По теореме Пифагора: $AB^2 + AD^2 = DB^2$

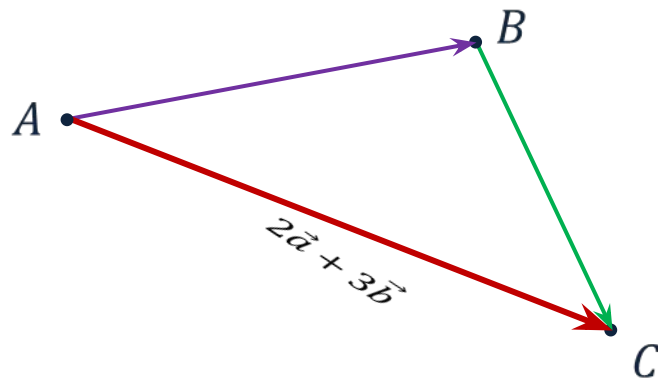
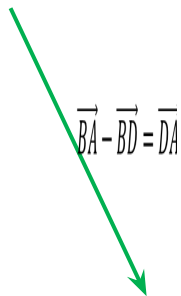
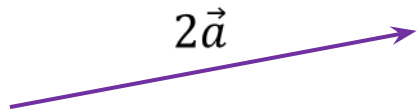
$$DB = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $a; a\sqrt{2}$.

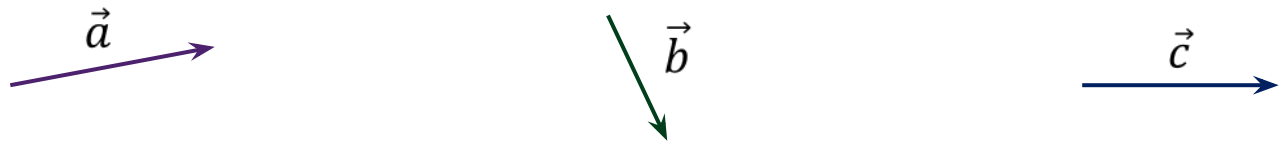
Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
Построить векторы $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$ и $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$.



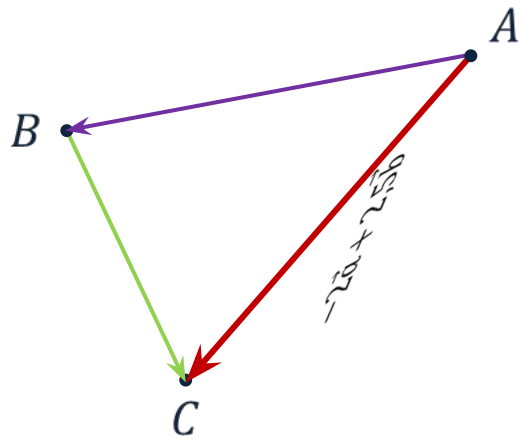
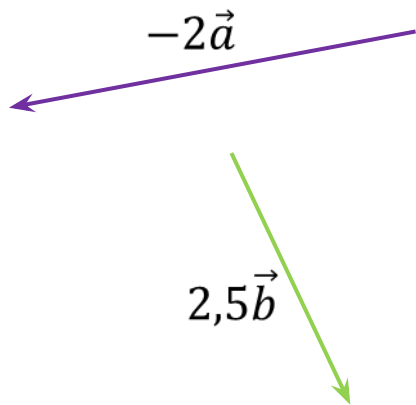
Построение.



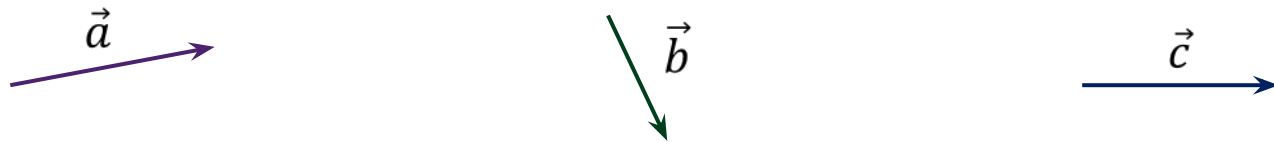
Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
Построить векторы $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$ и $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$.



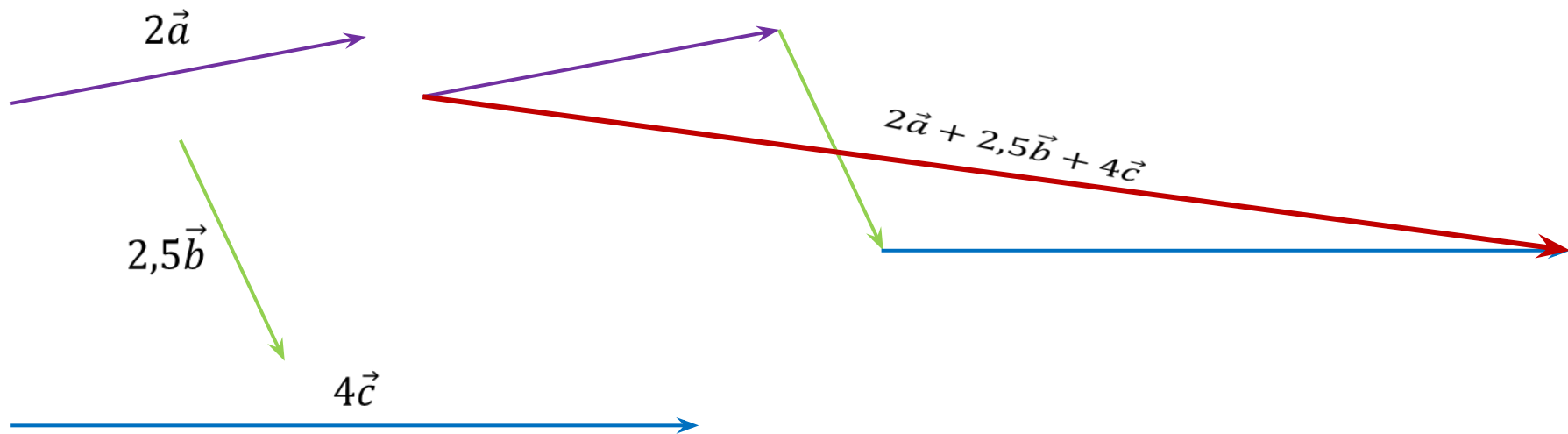
Построение.



Задача. Начертить попарно неколлинеарные векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
Построить векторы $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$ и $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$.

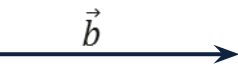
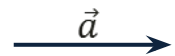


Построение.

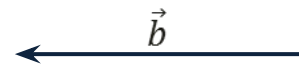
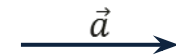


Произведение вектора на число

$$k \geq 0$$



$$k < 0$$



$$\vec{a} \cdot \mathbf{0} = \vec{\mathbf{0}}$$

$$\vec{a} \parallel k \cdot \vec{a}$$