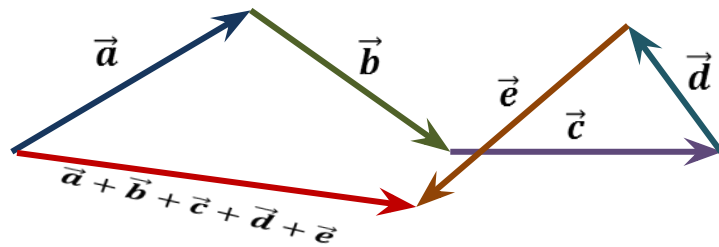
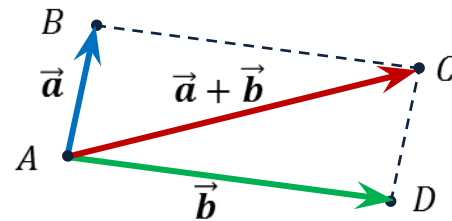
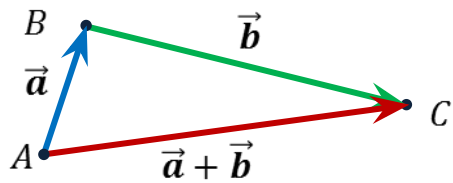


# Вычитание векторов

# Сумма векторов



# Разность векторов

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$$

**Разностью** векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называют такой вектор  $\vec{c}$ , сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$ .

**Задача.** По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{a} - \vec{b}$ .

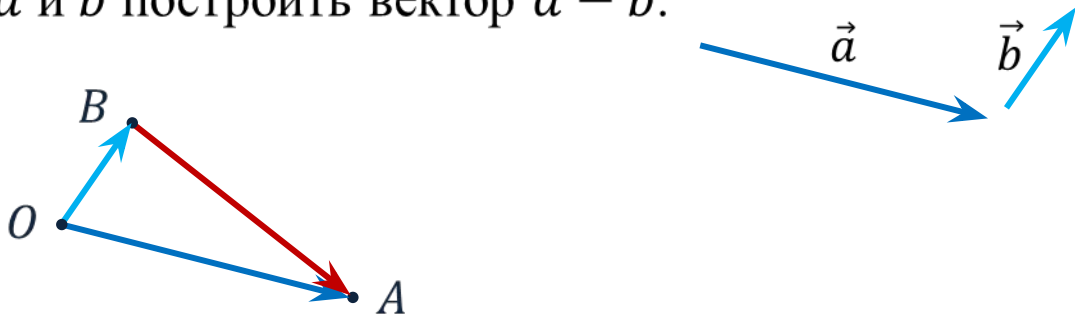
**Построение.**

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$$

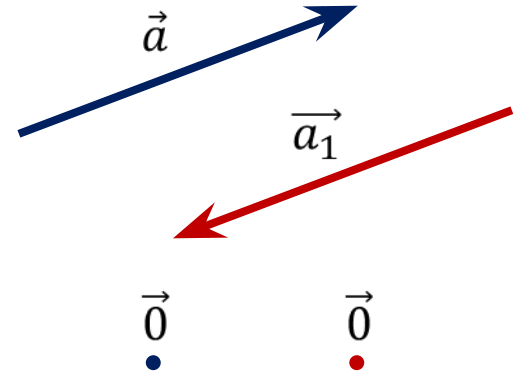
$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



Для произвольного ненулевого вектора  $\vec{a}$   
вектор  $\vec{a}_1$  будет **противоположным**, если:

1.  $|\vec{a}| = |\vec{a}_1|$
2.  $\vec{a} \updownarrow \vec{a}_1$



Вектор  $\vec{a}_1$  называется противоположным вектору  $\vec{a}$  —  $\vec{a}_1 = -\vec{a}$

«минус  $a$ »

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

**Теорема.** Для любых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  справедливо равенство

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

**Доказательство.**

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} = \vec{a}$$

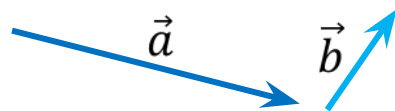
$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{0} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

**Что и требовалось доказать.**

**Задача.** По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{a} - \vec{b}$ .



**Построение.**

1 способ

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

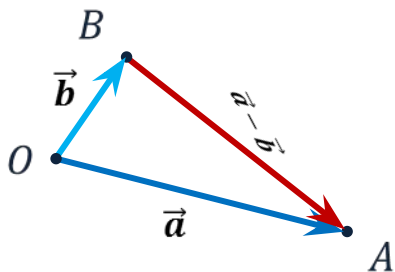
$$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{BA} + \vec{b} = \vec{a}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



2 способ

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

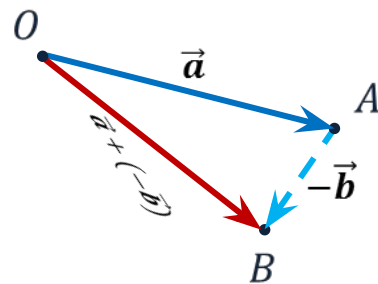
$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB} = -\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

$$\vec{a} + (-\vec{b}) = \overrightarrow{OB}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{OB}$$

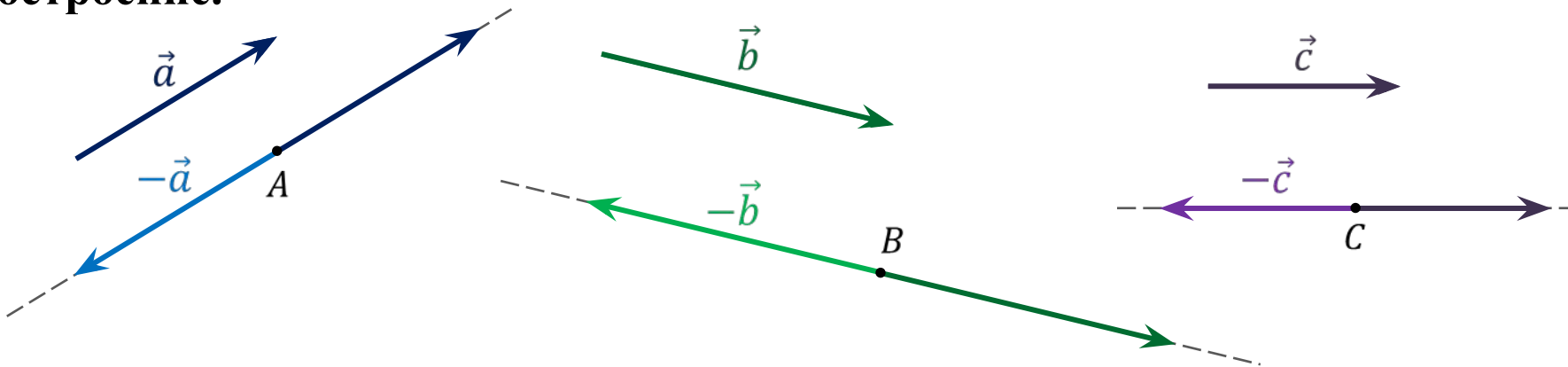


**Задача.** Начертить попарно неколлинеарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .  
Построить на них векторы:  $-\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$ ,  $-\vec{c}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{c} - \vec{b}$  и  $\vec{a} - \vec{c}$ .

1.  $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$

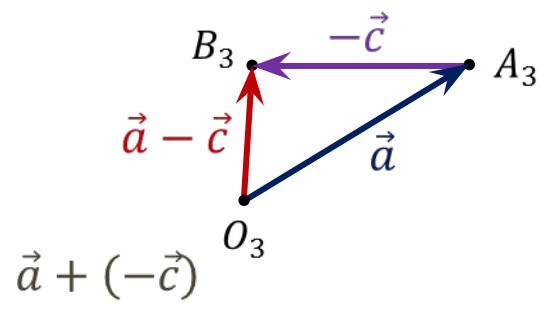
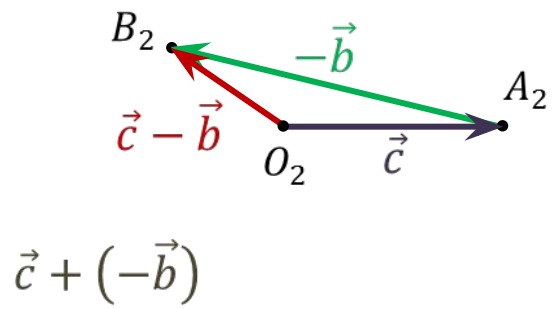
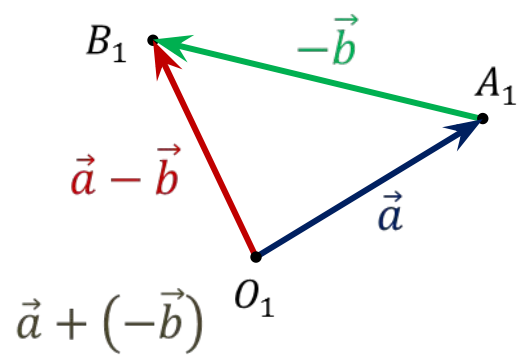
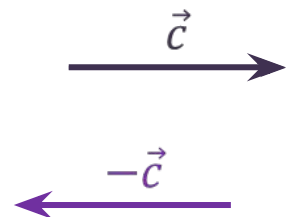
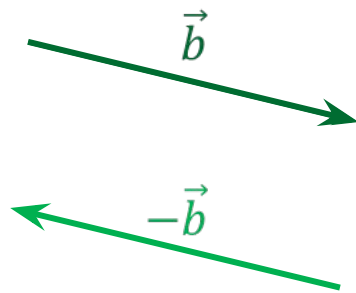
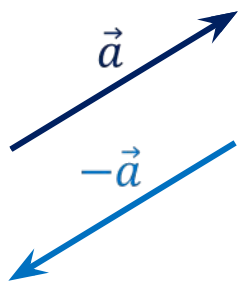
2.  $\vec{a} \updownarrow -\vec{a}$

**Построение.**



**Задача.** Начертить попарно неколлинеарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .  
 Построить на них векторы:  $-\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$ ,  $-\vec{c}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{c} - \vec{b}$  и  $\vec{a} - \vec{c}$ .

**Построение.**





**Задача.** Сторона квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Найти  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}|$  и  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ .

**Построение.**

$$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

**Решение.**

$$|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DA}| = DA = a$$

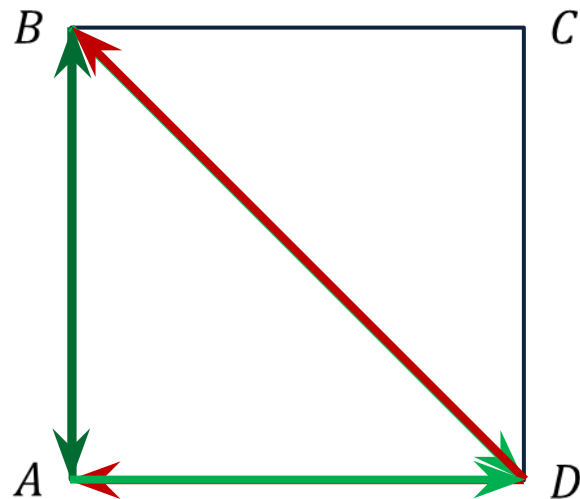
$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{2}$$

По теореме Пифагора:  $AB^2 + AD^2 = DB^2$

$$DB = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

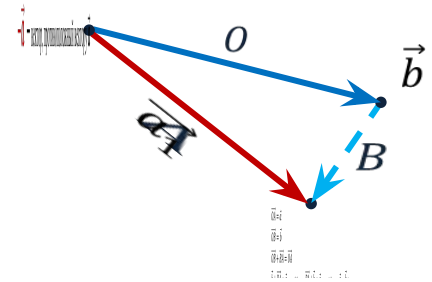
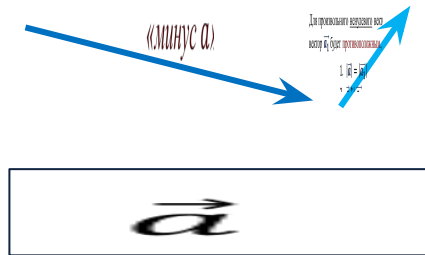
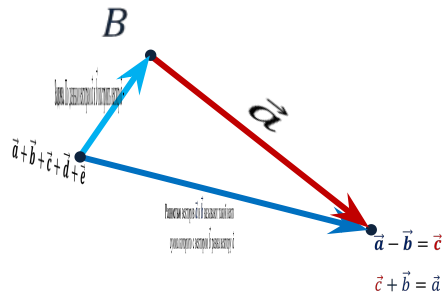
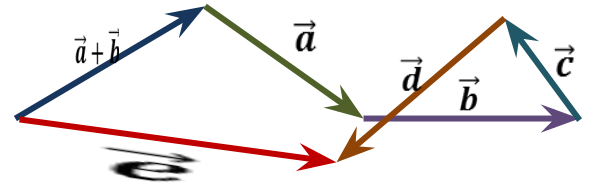
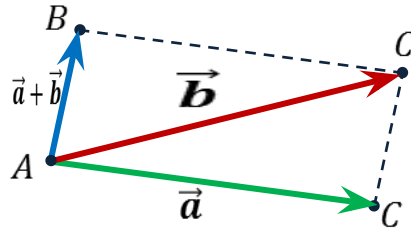
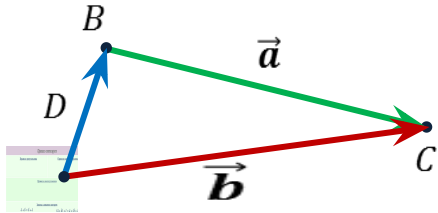
$$DB = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

**Ответ:**  $a; a\sqrt{2}$ .

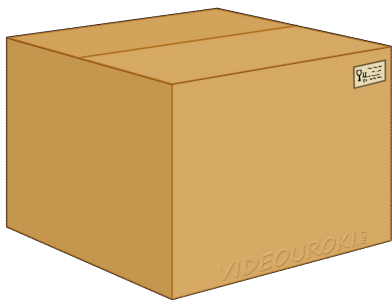


# Произведение вектора на число

# Сложение векторов

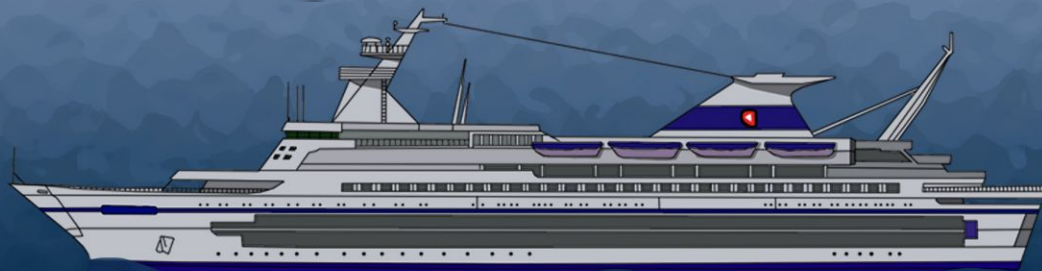
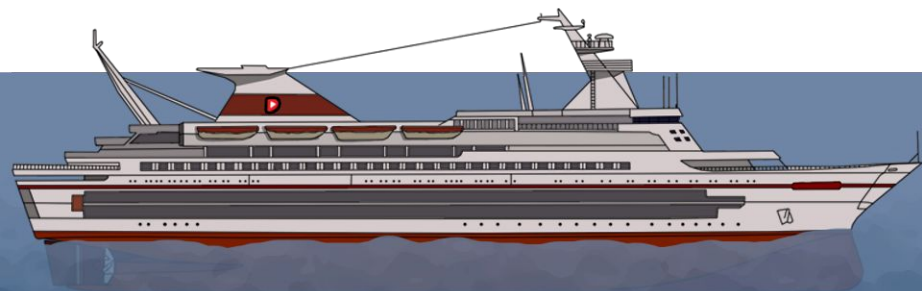


# *Умножение вектора на число*



$\vec{b}$ 

2 способ  
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$   
 $\vec{OA} = \vec{a}$   
 $\vec{AB} = -\vec{b}$   
 $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$   
 $\vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{OB}$

 $O$  $\vec{0}$  $\vec{b}_1$  $\vec{a}$ 



*1 способ*

$$\vec{OA} = \vec{a}$$

$$\vec{OB} = \vec{b}$$

$$\vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OA}$$

$$\vec{b} + \vec{BA} = \vec{a}$$

$$\vec{BA} = \vec{a} - \vec{b}$$

O

B

**Следствия.**

$\vec{a}$

$\vec{a}$

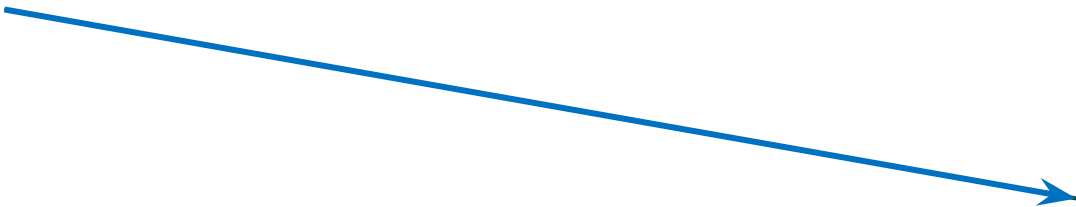


Формулы вычитания векторов:  
1)  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$   
2)  $\vec{a} - \vec{a} = \vec{0}$   
3)  $\vec{a} - \vec{0} = \vec{a}$   
4)  $\vec{0} - \vec{a} = -\vec{a}$

$\vec{b}$

$B$

$C$



$A$

$\vec{c}$

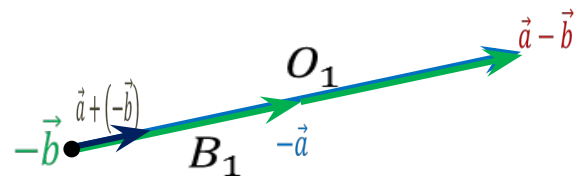
$-\vec{b}$



# Свойства произведения вектора на число

$-\vec{c}$

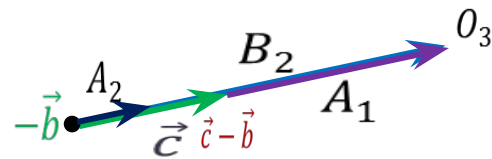
$\vec{a}$



1.  $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$

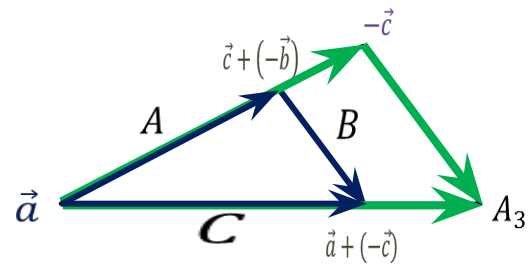
2.  $\vec{a} \uparrow \downarrow -\vec{a}$

$O_2$



$B_3$

Сумма сторон треугольника ABC равна нулю:  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$





## Свойства произведения вектора на число

$-\vec{c}$

1.  $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$

2.  $\vec{a} \uparrow \downarrow -\vec{a}$

$B_3$

позволяют выполнять преобразования в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, так же как и в числовых выражениях.

$$|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AD}| =$$

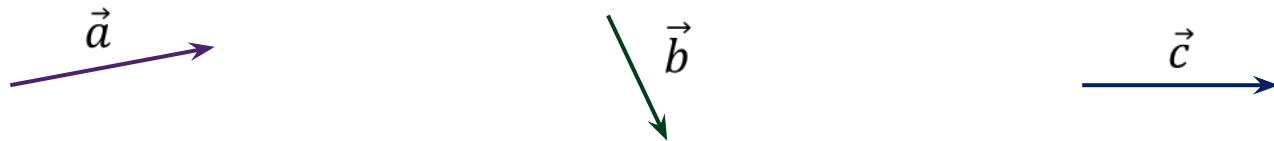
$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{2}$$

По теореме Пифагора:  $AB^2 + AD^2 = DB^2$

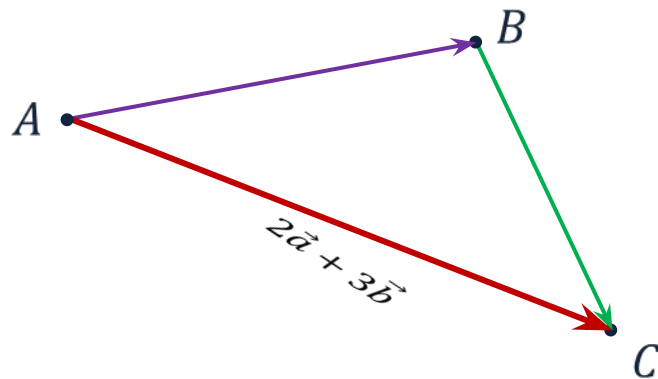
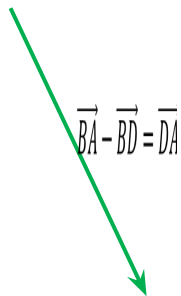
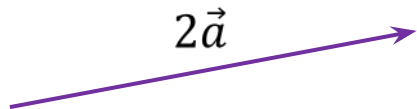
$$DB = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Ответ:**  $a; a\sqrt{2}$ .

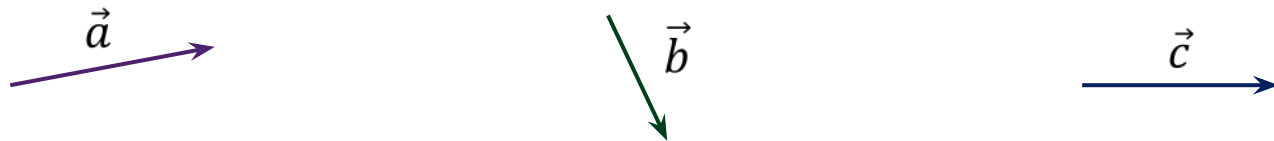
**Задача.** Начертить попарно неколлинеарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .  
Построить векторы  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$  и  $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$ .



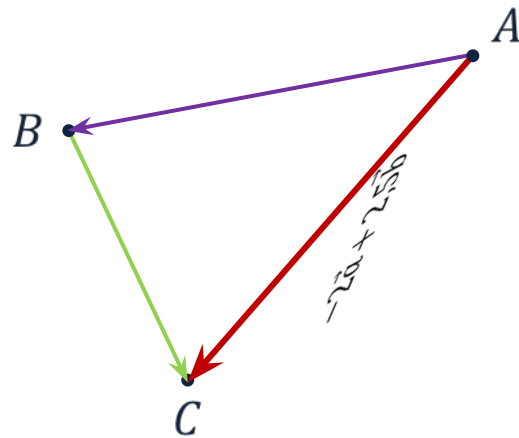
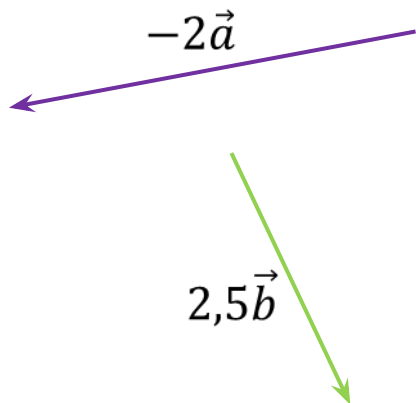
**Построение.**



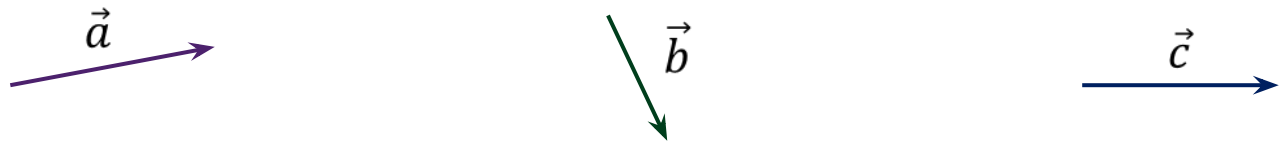
**Задача.** Начертить попарно неколлинеарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .  
Построить векторы  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$  и  $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$ .



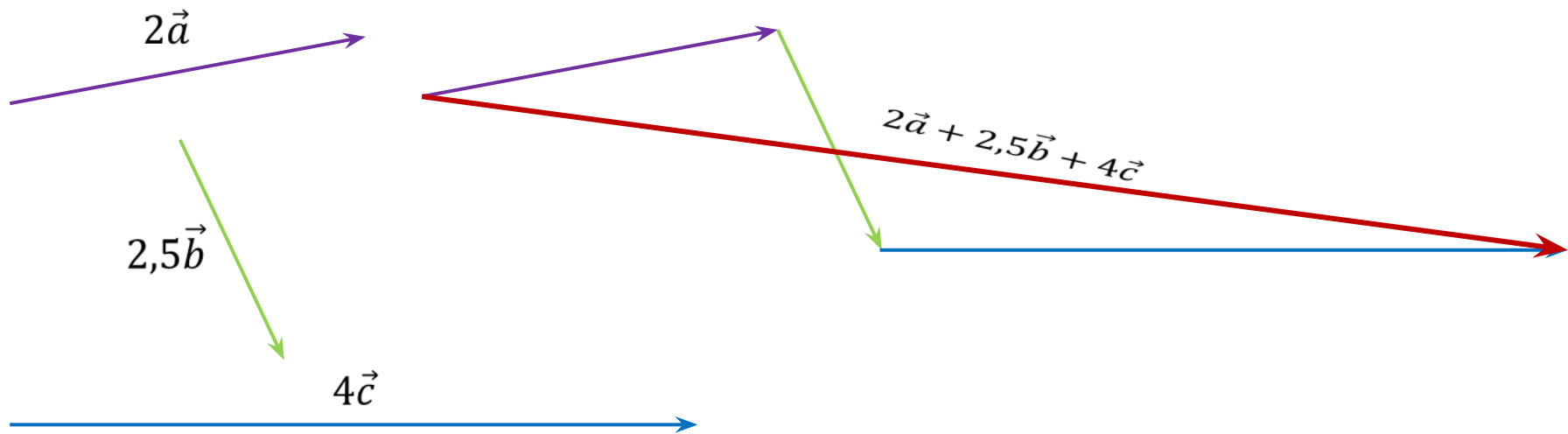
**Построение.**



**Задача.** Начертить попарно неколлинеарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .  
Построить векторы  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $-2\vec{a} + 2,5\vec{b}$  и  $2\vec{a} + 2,5\vec{b} + 4\vec{c}$ .

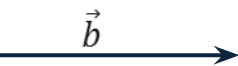
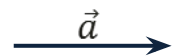


**Построение.**

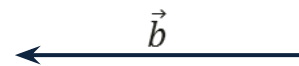
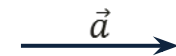


# Произведение вектора на число

$$k \geq 0$$



$$k < 0$$



$$\vec{a} \cdot \mathbf{0} = \vec{\mathbf{0}}$$

$$\vec{a} \parallel k \cdot \vec{a}$$