

***Интегрированный урок  
(Алгебра + Физика)  
Действия со степенями  
8 класс***

Маркевич Тамара Николаевна, учитель  
физики

Игумнова Татьяна Николаевна, учитель  
математики

МБОУ СШ №20, г. Архангельск

2018 г.

# ЧАЙНИК



*греет воду, которая находится у него внутри.*

*Благодаря конвекции вода в нём быстро прогревается.*

*При температуре 100° вода кипит и свистит свисток.*

*Он свистит из-за того, что потоки пара обладают большой внутренней энергией и стремятся выйти через носик чайника.*

**Процесс изменения температуры чайника при кипении выражается формулой:**

$$T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt}.$$

Это также пример процесса выравнивания, который в физике можно наблюдать при включении и выключении электрических цепей, и при падении тела с парашютом.



# История возникновения степени

- Диофант Александрийский – древнегреческий математик. До сих пор не выяснены ни год рождения, ни дата смерти его; полагают, что он жил в 3 веке нашей эры.



Он придумал специальный математический знак, который стал показывать, сколько раз необходимо умножить то или иное число на само себя.

Диофант описывает первые натуральные степени чисел так:

«**квдрато-квдраты** — от умножения квадратов самих на себя, далее **квдрато-кубы**, получающиеся от умножения квадрата на куб его стороны, далее **кубо-кубы** — от умножения кубов самих на себя».





В конце XVI-начале XVII века нидерландский математик **Симон Стевин** обозначал неизвестную величину кружком  $O$ , а внутри его указывал показатель степени.

Например:

①, ②, ③ обозначали  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ .



Впоследствии известный французский математик Рене Декарт усовершенствовал написание этого выражения, предложив при обозначении степени чисел просто приписывать ее в правом верхнем углу над основным числом.



Например:  $a^2$ ,  $a^5$ .

Этим обозначением мы пользуемся и до сих пор.



# Степень числа

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

**3**<sup>5</sup>

**Показатель степени**  
(Сколько раз?)

**Основание степени**  
(Что умножаем?)

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$$





### **Свойства степеней.**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$3^5 \cdot 3^2 = 3^7$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(5^2)^3 = 5^6$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$3^7 \cdot 2^7 = 6^7$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{4^5}{9^5} = \left(\frac{4}{9}\right)^5$$

# **СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:**

**При умножении степеней с  
одинаковыми основаниями...**

**При делении степеней с  
одинаковыми основаниями...**

**При возведении  
степени в степень...**

**При возведении  
произведения в степень...**

**...основание остается прежним,  
а показатели перемножаются.**

**...в эту степень возводят  
каждый множитель и  
результаты перемножают.**

**...основание остается прежним,  
а показатели складываются.**

**...основание остается прежним,  
а показатели вычитаются.**



# СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями...

При делении степеней с одинаковыми основаниями.

При возведении степени в степень...

При возведении произведения в степень...

...основание остается прежним, а показатели перемножаются.

...в эту степень возводят каждый множитель и результаты перемножают.

...основание остается прежним, а показатели складываются.

...основание остается прежним, а показатели вычитаются.

Завершающим аккордом в письменном оформлении степени чисел стала деятельность небезызвестного **Никола Шюке**, который смело ввел в научный оборот сначала отрицательную, а затем и нулевую степень.

Он писал его мелким шрифтом сверху и справа от коэффициента.



Он сделал также проницательное замечание, что если к верхней строке добавить отрицательное число  $-n$  (Шюке обозначал его:  $0-n$ ), то в нижней ему будет соответствовать дробь  $1/a^n$ .





## Определение степени с отрицательным целым показателем:

Если  $n$  – натуральное число и  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  
то:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a)^n; \quad a^0 = 1.$$

При возведении в степень **положительного** числа  
получается **положительное** число.

$$4^3 = 64$$

**Отрицательное** число, возведённое в **чётную** степень,  
есть число **положительное**.

$$(-4)^4 = 256$$

**Отрицательное** число, возведённое в **нечётную**  
степень, — число **отрицательное**.

$$(-4)^3 = -64$$

**Внимание!**

$(-5)^4$  и  $-5^4$  — *разные* числа





# Самое большое число, записанное тремя числами



Чтобы написать это число  
понадобится 150 томов по  
100 страниц каждый.

Если писать по 2 цифры в  
секунду, то сидя за столом  
и продолжая работу,  
понадобится 7 лет



## Большое ли это число?



Вот что значит  
операция  
**возведение  
в степень!**

Во Вселенной нет столько электронов,  
сколько цифр в числе девять в степени  
девять в девятой степени.





# Стандартный вид числа



Стандартным видом числа  $a$  называют его запись в виде  $a \cdot 10^n$ ,  
где  $1 \leq a < 10$  и  $n$  – целое число.

$a$  – мантисса числа,  $n$  – порядок числа

**Примеры чисел, записанных в стандартном виде:**

Объем Земли:  $1,083 \cdot 10^{12} \text{ км}^3 = 1083\,000\,000\,000\,000 \text{ км}^3$

Толщина пленки мыльного пузыря:  $6 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 0,000\,000\,06 \text{ см}$







# Примеры.

3) Представьте число 6215 в стандартном виде.

$$6,215 \cdot 10^3$$

4) Представьте число 125,3 в стандартном виде.

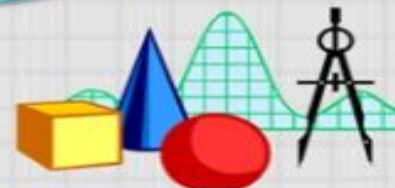
$$1,253 \cdot 10^2$$

5) Представьте число 0,0000125 в стандартном виде.

$$1,25 \cdot 10^{-5}$$

6) Представьте число 0,0456 в стандартном виде.

$$4,56 \cdot 10^{-2}$$



## Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

Все числа, записанные в стандартной форме, можно складывать и вычитать. Для сложения двух чисел, записанных в такой форме, сначала нужно преобразовать их так, чтобы степень десяти была одинаковой.

Например,  $2,15 \cdot 10^4 + 3,71 \cdot 10^5 = 0,215 \cdot 10^5 + 3,71 \cdot 10^5$ .

Теперь складываем первые множители:  $0,215 + 3,71 = 3,925$  и приписываем справа общий второй множитель  $10^5$ . Получим результат:  $3,925 \cdot 10^5$ .

С вычитанием поступаем по аналогии:

$$\begin{aligned} 3,71 \cdot 10^5 - 2,15 \cdot 10^4 &= 3,71 \cdot 10^5 - \\ 0,215 \cdot 10^5 &= (3,71 - 0,215) \cdot 10^5 = \\ &= 3,495 \cdot 10^5. \end{aligned}$$





## Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

**Для умножения чисел** в стандартной форме например,  $5,2 \cdot 10^4 \cdot 3,7 \cdot 10^5$ , нужно перемножить первые сомножители:  $5,2 \cdot 3,7 = 19,24$ , а затем сложить показатели степеней:  $10^4 \cdot 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$ . Получим результат:  $19,24 \cdot 10^9$ , в котором перенесём запятую на один знак влево:  $1,924 \cdot 10^{10}$ .

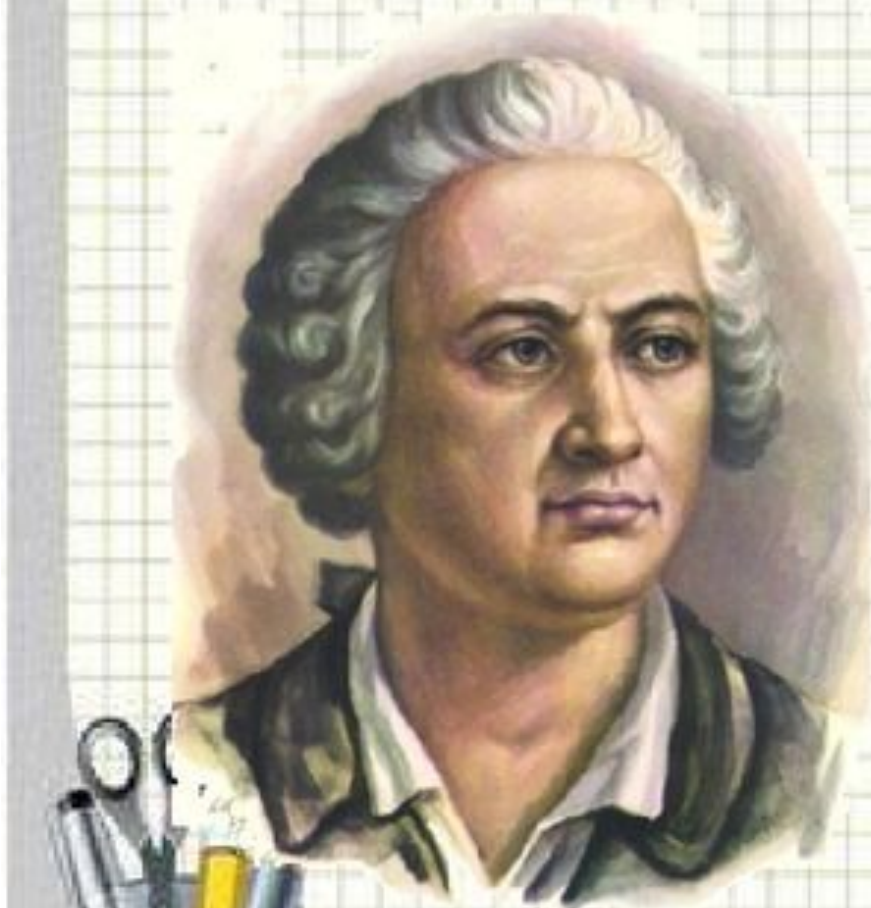
**При делении чисел** в стандартной форме записи, например  $5,4 \cdot 10^4 : 3,6 \cdot 10^6$  следует разделить первые множители  $5,4 : 3,6 = 1,5$  и приписать второй множитель – десять в степени, где показатели вычитаются:

$$10^4 : 10^6 = 10^{4-6} = 10^{-2}.$$

Получим ответ:  $1,5 \cdot 10^{-2}$ .







**«Пусть кто-нибудь  
попробует вычеркнуть  
из математики степени,  
и он увидит, что без  
них далеко не уедешь»**

**М.В. Ломоносов.**





## Рост древесины происходит по закону:

$$A = A_0 a^{k \cdot t}, \text{ где}$$

A - изменение количества древесины во времени;

$A_0$  - начальное количество древесины;

t - время;

k, a - некоторые постоянные.



## Рост количества бактерий происходит по закону:

$$N = 5^t, \text{ где}$$

N - число колоний бактерий в момент времени t;

t - время размножения.





## Давление воздуха убывает с высотой по закону:

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}, \text{ где}$$

$P$  – давление на высоте  $h$ ;

$P_0$  - давление на уровне моря;

$a$  – некоторые постоянные.

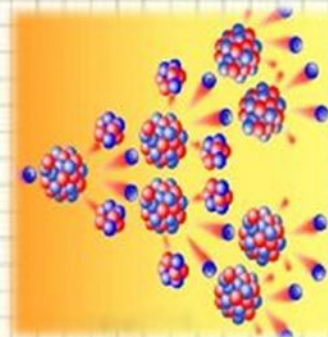


Количество радиоактивного вещества, оставшегося к моменту  $t$ , описывается формулой:

$$N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}, \text{ где}$$

$N_0$  - первоначальное количество вещества;

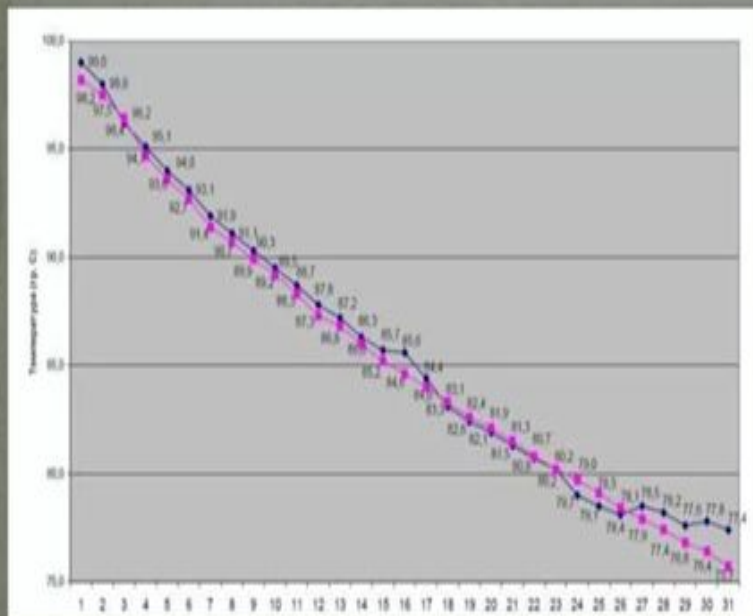
$T_{1/2}$  - период полураспада.





Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее, это явление описывается формулой

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_0$$



При прохождении света через мутную среду каждый слой этой среды поглощает строго определенную часть падающего на него света.

Сила света  $I$  определяется по формуле:

$$I = I_0 e^{-ks}, \text{ где}$$

$S$  – толщина слоя;

$K$  – коэффициент, характеризующий мутную среду.





# Физический смысл удельной теплоты плавления

Удельная теплота плавления показывает, на сколько увеличивается (уменьшается) внутренняя энергия вещества массой 1 кг, взятого при температуре плавления при его плавлении (кристаллизации).

**Таблица 17**

**Удельная теплота плавления некоторых веществ,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$**   
*(при температуре плавления и нормальном атмосферном давлении)*

Алюминий	$3,9 \cdot 10^5$	Сталь	$0,84 \cdot 10^5$
Лед	$3,4 \cdot 10^5$	Золото	$0,67 \cdot 10^5$
Железо	$2,7 \cdot 10^5$	Водород	$0,59 \cdot 10^5$
Медь	$2,1 \cdot 10^5$	Олово	$0,59 \cdot 10^5$
Цинк	$1,12 \cdot 10^5$	Свинец	$0,25 \cdot 10^5$
Спирт	$1,1 \cdot 10^5$	Кислород	$0,14 \cdot 10^5$
Серебро	$0,87 \cdot 10^5$	Ртуть	$0,12 \cdot 10^5$





**Задача 1:**

Алюминиевый и медный бруски массой по 1 кг нагреты до температуры их плавления. Сравнить количества теплоты, необходимые для плавления каждого из брусков.

**Дано:**

$$m_{\text{ал}} = 1 \text{ кг}$$

$$m_{\text{м}} = 1 \text{ кг}$$

$$\lambda_{\text{ал}} = 39 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$\lambda_{\text{м}} = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$Q_{\text{ал}} - ?$$

$$Q_{\text{м}} - ?$$

**Во сколько раз ?**

**Решение:**

$$Q_{\text{ал}} = \lambda_{\text{ал}} \cdot m_{\text{ал}} = 39 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q_{\text{м}} = \lambda_{\text{м}} \cdot m_{\text{м}} = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$\frac{Q_{\text{ал}}}{Q_{\text{м}}} = \frac{39 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{21 \cdot 10^4 \text{ Дж}} = 1,86 \text{ раза}$$

## Задача 2:

Сколько тепла необходимо для плавления куска свинца массой 500 г, находящегося при температуре 27°C.

Дано:

$$m_{\text{св}} = 500 \text{ г}$$

$$\lambda_{\text{св}} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$t_{\text{пл}} = 327^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{св}} = 140 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$$

Q - ?

СИ

$$0,5 \text{ кг}$$

Решение:

Свинец сначала необходимо нагреть до температуры плавления (передать тепло  $Q_1$ ), затем расплавить его (передать тепло  $Q_2$ )

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = c m (t_2 - t_1)$$

$$Q_1 = 130 \cdot 0,5 \cdot (327 - 27) = 19500 \text{ Дж} = 19,5 \text{ кДж}$$

$$Q_2 = \lambda m$$

$$Q_2 = 2,5 \cdot 10^4 \cdot 0,5 = 1,25 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 12500 \text{ Дж} = 12,5 \text{ кДж}$$

$$Q = 19,5 + 12,5 = 32 \text{ кДж}$$

ОТВЕТ: Q = 32 кДж



### Задача 3:

Сколько энергии выделится при кристаллизации и остывании от температуры плавления до температуры 33°C медной шинки размерами 1 × 5 × 20 см.

Решение:

Дано:

$$a = 1 \text{ см}$$

$$b = 5 \text{ см}$$

$$c = 20 \text{ см}$$

$$\lambda_m = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$t_1 = 1083^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 33^\circ\text{C}$$

$$c_m = 380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$$

$$\rho_m = 8900 \text{ кг/м}^3$$

$$Q = ?$$

СИ

$$0,01 \text{ м}$$

$$0,05 \text{ м}$$

$$0,2 \text{ м}$$

При кристаллизации выделяется тепло  $Q_1$ , при остывании - тепло  $Q_2$

$$Q_1 = \lambda m$$

$$Q_2 = c m (t_2 - t_1)$$

Масса неизвестна, найдем ее:

$$m = \rho V$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 0,01 \cdot 0,05 \cdot 0,2 = 0,0001 \text{ м}^3$$

$$m = 8900 \text{ Дж/кг} \cdot 0,0001 \text{ м}^3 = 0,89 \text{ кг}$$

$$Q_1 = \lambda m = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг} \cdot 0,89 \text{ кг} = 18,69 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = c m (t_2 - t_1) = 380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C} \cdot 0,89 \text{ кг} \cdot (33 - 1083) = 74760 \text{ Дж} = 7,476 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 18,69 \cdot 10^4 \text{ Дж} + 7,476 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 26,166 \cdot 10^4 \text{ Дж} = \underline{\underline{261,66 \text{ кДж}}}$$

# Самостоятельная работа

- Выполнить вычисления на листочке по вариантам и заполнить таблицу
- Решить задачу по физике





# Проверка

**H**  $2^1 \cdot 2^3 = 16$

**B**  $((1^2)^3) = 1$

**E**  $2^2 \cdot 3^2 = 36$

**M**  $3^2 / \underline{3^1} = 3$

**C**  $(-2)^2 = 4$

**T**  $4^2 / 2^3 = 2$

**O**  $4^1 / 4^2 = \underline{1/4} = 0,25$

**I**  $5^4 / 25 = 25$



4	25	3	0,25	16		4	2	36	1	25	36
C	I	M	O	H		C	T	E	B	I	H



# Выполнить вычисления и заполнить таблицу

## Вариант 2

**T**  $2^3 \cdot 2^{-4} =$       **Н**  $5^3 \cdot 5^{-4} =$       **Е**  $10^2 * 10^{-4} =$

**K**  $6^2 \cdot 2^{-2} =$       **Д**  $2^7 \cdot 2^{-5} =$       **И**  $(-25)^0 =$

**P**  $(-2)^{-4} =$       **A**  $(1,2)^{-2} =$



<i>1/16</i>	<i>0,01</i>	<i>0,2</i>	<i>0,01</i>		<i>4</i>	<i>0,01</i>	<i>9</i>	<i>25/36</i>	<i>1/16</i>	<i>0,5</i>



# Проверка

**T**  $2^3 \cdot 2^{-4} = 1/2 = 0,5$    **H**  $5^3 \cdot 5^{-4} = 1/5 = 0,2$    **E**  $10^2 * 10^{-4} = 0,01$

**K**  $6^2 \cdot 2^{-2} = \underline{9}$    **Д**  $2^7 \cdot 2^{-5} = 4$    **И**  $(-25)^0 = 1$

**P**  $(-2)^{-4} = 1/16$    **A**  $(1,2)^{-2} = 25/36$

⊕

<i>1/16</i>	<i>0,01</i>	<i>0,2</i>	<i>0,01</i>		<i>4</i>	<i>0,01</i>	<i>9</i>	<i>25/36</i>	<i>1/16</i>	<i>0,5</i>
<i>P</i>	<i>E</i>	<i>H</i>	<i>E</i>		<i>Д</i>	<i>E</i>	<i>K</i>	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>T</i>

□



# Самостоятельная работа



Определите, какое количество дров надо сжечь бабе Яге, чтобы сварить кашу, если для этого необходимо затратить 20 МДж теплоты. Тепловыми потерями пренебречь.