

***Интегрированный урок
(Алгебра + Физика)
Действия со степенями
8 класс***

Маркевич Тамара Николаевна, учитель
физики

Игумнова Татьяна Николаевна, учитель
математики

МБОУ СШ №20, г. Архангельск

2018 г.

ЧАЙНИК



греет воду, которая находится у него внутри.

Благодаря конвекции вода в нём быстро прогревается.

При температуре 100° вода кипит и свистит свисток.

Он свистит из-за того, что потоки пара обладают большой внутренней энергией и стремятся выйти через носик чайника.

Процесс изменения температуры чайника при кипении выражается формулой:

$$T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt} .$$

Это также пример процесса выравнивания, который в физике можно наблюдать при включении и выключении электрических цепей, и при падении тела с парашютом.



История возникновения степени

- Диофант Александрийский – древнегреческий математик. До сих пор не выяснены ни год рождения, ни дата смерти его; полагают, что он жил в 3 веке нашей эры.



Он придумал специальный математический знак, который стал показывать, сколько раз необходимо умножить то или иное число на само себя.

Диофант описывает первые натуральные степени чисел так:

«квдрато-квдраты — от умножения квадратов самих на себя, далее квдрато-кубы, получающиеся от умножения квадрата на куб его стороны, далее кубо-кубы — от умножения кубов самих на себя».



В конце XVI-начале XVII века нидерландский математик **Симон Стевин** обозначал неизвестную величину кружком O , а внутри его указывал показатель степени.

Например:

①, ②, ③ обозначали x , x^2 , x^3 .

Впоследствии известный французский математик Рене Декарт усовершенствовал написание этого выражения, предложив при обозначении степени чисел просто приписывать ее в правом верхнем углу над основным числом.



Например: a^2 , a^5 .

Этим обозначением мы пользуемся и до сих пор.



Степень числа

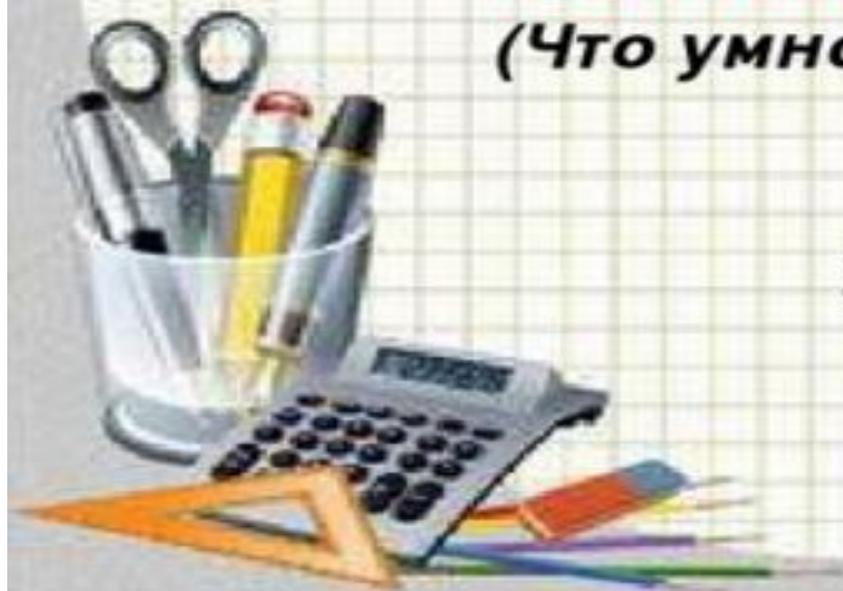
$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

3⁵

Показатель степени
(Сколько раз?)

Основание степени
(Что умножаем?)

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$$



Свойства степеней.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$3^5 \cdot 3^2 = 3^7$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(5^2)^3 = 5^6$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$3^7 \cdot 2^7 = 6^7$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{4^5}{9^5} = \left(\frac{4}{9}\right)^5$$

СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

**При умножении степеней с
одинаковыми основаниями...**

**При делении степеней с
одинаковыми основаниями...**

**При возведении
степени в степень...**

**При возведении
произведения в степень...**

**...основание остается прежним,
а показатели перемножаются.**

**...в эту степень возводят
каждый множитель и
результаты перемножают.**

**...основание остается прежним,
а показатели складываются.**

**...основание остается прежним,
а показатели вычитаются.**

СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями...

При делении степеней с одинаковыми основаниями.

При возведении степени в степень...

При возведении произведения в степень...

...основание остается прежним, а показатели перемножаются.

...в эту степень возводят каждый множитель и результаты перемножают.

...основание остается прежним, а показатели складываются.

...основание остается прежним, а показатели вычитаются.

Завершающим аккордом в письменном оформлении степени чисел стала деятельность небезызвестного **Никола Шюке**, который смело ввел в научный оборот сначала отрицательную, а затем и нулевую степень.

Он писал его мелким шрифтом сверху и справа от коэффициента.



Он сделал также проницательное замечание, что если к верхней строке добавить отрицательное число $-n$ (Шюке обозначал его: $0-n$), то в нижней ему будет соответствовать дробь $1/a^n$.



Определение степени с отрицательным целым показателем:

Если n – натуральное число и $a \neq 0$, $b \neq 0$,
то:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a)^n; \quad a^0 = 1.$$

При возведении в степень **положительного** числа
получается **положительное** число.

$$4^3 = 64$$

Отрицательное число, возведённое в **чётную** степень,
есть число **положительное**.

$$(-4)^4 = 256$$

Отрицательное число, возведённое в **нечётную**
степень, — число **отрицательное**.

$$(-4)^3 = -64$$

Внимание!

$(-5)^4$ и -5^4 — *разные* числа



Самое большое число, записанное тремя числами

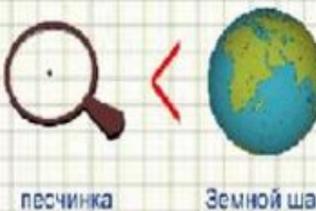
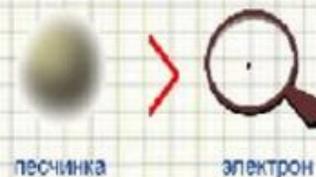


Чтобы написать это число
понадобится 150 томов по
100 страниц каждый.

Если писать по 2 цифры в
секунду, то сидя за столом
и продолжая работу,
понадобится 7 лет



Большое ли это число?



Вот что значит
операция
**возведение
в степень!**

Во Вселенной нет столько электронов,
сколько цифр в числе девять в степени
девять в девятой степени.





Стандартный вид числа



Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a \cdot 10^n$,
где $1 \leq a < 10$ и n – целое число.

a – мантисса числа, n – порядок числа

Примеры чисел, записанных в стандартном виде:

Объем Земли: $1,083 \cdot 10^{12} \text{ км}^3 = 1083\,000\,000\,000\,000 \text{ км}^3$

Толщина пленки мыльного пузыря: $6 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 0,000\,000\,06 \text{ см}$





Примеры.

3) Представьте число 6215 в стандартном виде.

$$6,215 \cdot 10^3$$

4) Представьте число 125,3 в стандартном виде.

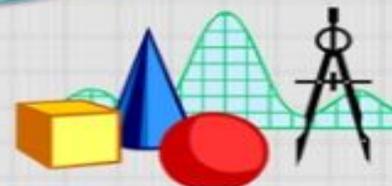
$$1,253 \cdot 10^2$$

5) Представьте число 0,0000125 в стандартном виде.

$$1,25 \cdot 10^{-5}$$

6) Представьте число 0,0456 в стандартном виде.

$$4,56 \cdot 10^{-2}$$



Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

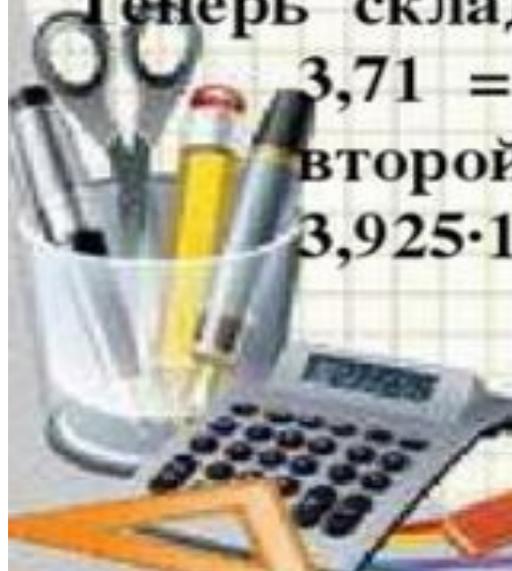
Все числа, записанные в стандартной форме, можно складывать и вычитать. Для сложения двух чисел, записанных в такой форме, сначала нужно преобразовать их так, чтобы степень десяти была одинаковой.

Например, $2,15 \cdot 10^4 + 3,71 \cdot 10^5 = 0,215 \cdot 10^5 + 3,71 \cdot 10^5$.

Теперь складываем первые множители: $0,215 + 3,71 = 3,925$ и приписываем справа общий второй множитель 10^5 . Получим результат: $3,925 \cdot 10^5$.

С вычитанием поступаем по аналогии:

$$\begin{aligned} 3,71 \cdot 10^5 - 2,15 \cdot 10^4 &= 3,71 \cdot 10^5 - \\ 0,215 \cdot 10^5 &= (3,71 - 0,215) \cdot 10^5 = \\ &= 3,495 \cdot 10^5. \end{aligned}$$



Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

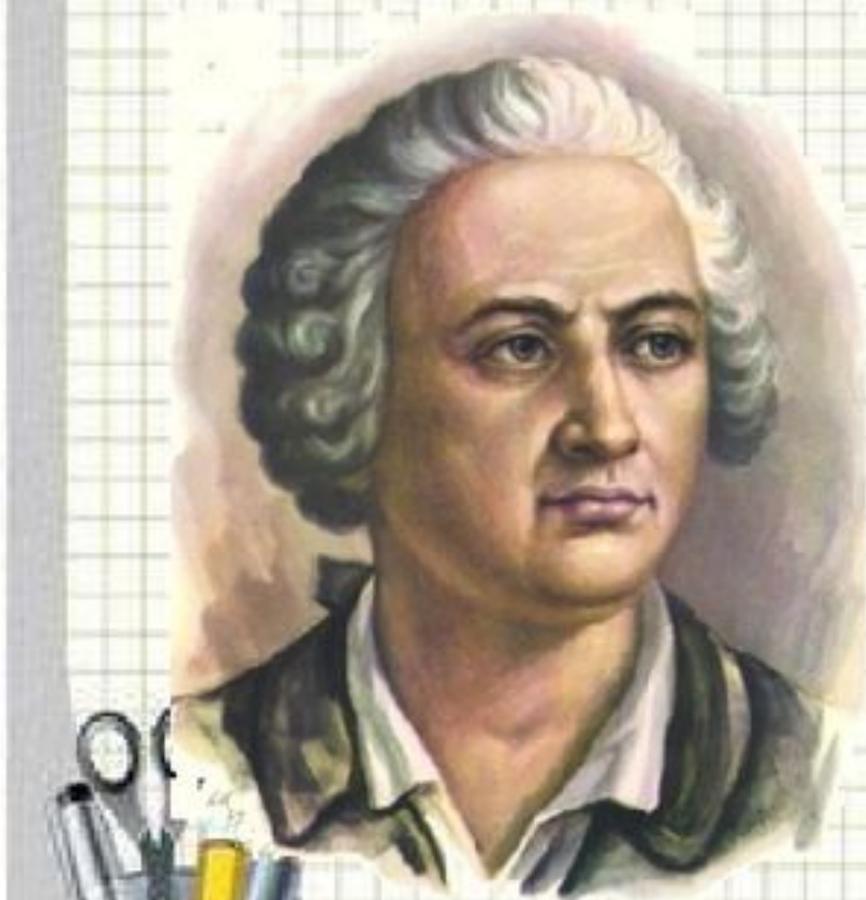
Для умножения чисел в стандартной форме например, $5,2 \cdot 10^4 \cdot 3,7 \cdot 10^5$, нужно перемножить первые сомножители: $5,2 \cdot 3,7 = 19,24$, а затем сложить показатели степеней: $10^4 \cdot 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$. Получим результат: $19,24 \cdot 10^9$, в котором перенесём запятую на один знак влево: $1,924 \cdot 10^{10}$.

При делении чисел в стандартной форме записи, например $5,4 \cdot 10^4 : 3,6 \cdot 10^6$ следует разделить первые множители $5,4 : 3,6 = 1,5$ и приписать второй множитель – десять в степени, где показатели вычитаются:

$$10^4 : 10^6 = 10^{4-6} = 10^{-2}.$$

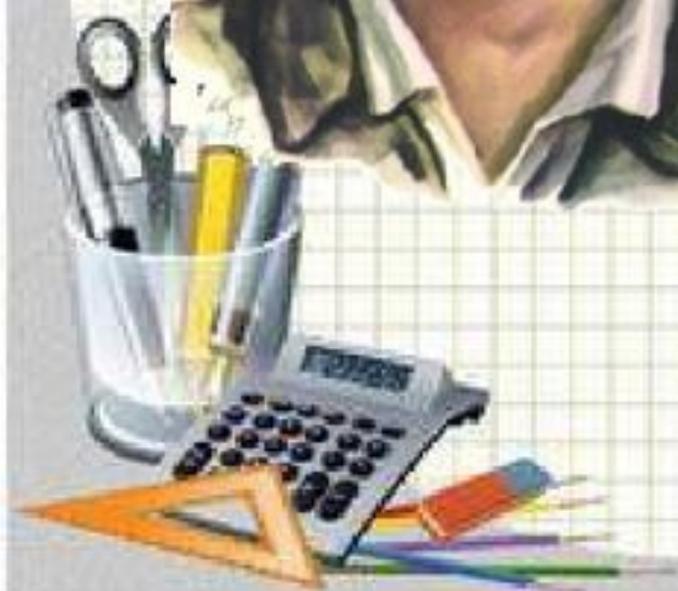
Получим ответ: $1,5 \cdot 10^{-2}$.





**«Пусть кто-нибудь
попробует вычеркнуть
из математики степени,
и он увидит, что без
них далеко не уедешь»**

М.В. Ломоносов.



Рост древесины происходит по закону:

$$A = A_0 a^{k \cdot t}, \text{ где}$$

A - изменение количества древесины во времени;

A_0 - начальное количество древесины;

t - время;

k, a - некоторые постоянные.



Рост количества бактерий происходит по закону:

$$N = 5^t, \text{ где}$$

N - число колоний бактерий в момент времени t ;

t - время размножения.



Давление воздуха убывает с высотой по закону:

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}, \text{ где}$$

P – давление на высоте h ;

P_0 - давление на уровне моря;

a – некоторые постоянные.

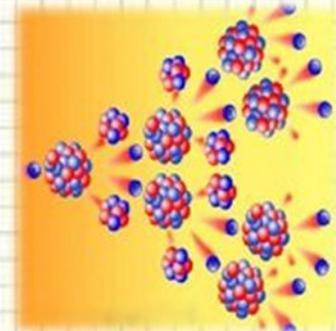


Количество радиоактивного вещества, оставшегося к
моменту t , описывается формулой:

$$N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}, \text{ где}$$

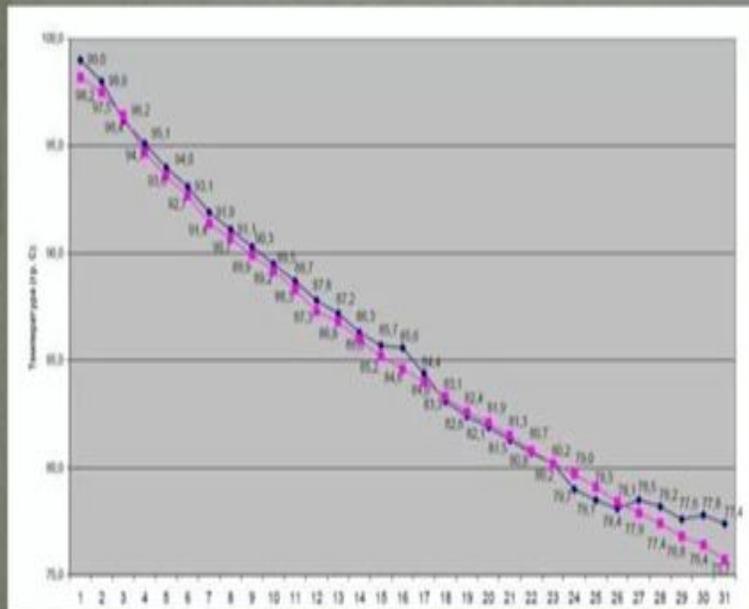
N_0 - первоначальное количество вещества;

$T_{1/2}$ - период полураспада.



Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее, это явление описывается формулой

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_0$$



При прохождении света через мутную среду каждый слой этой среды поглощает строго определенную часть падающего на него света.

Сила света I определяется по формуле:

$$I = I_0 e^{-ks}, \text{ где}$$

S – толщина слоя;

K – коэффициент, характеризующий мутную среду.



Физический смысл удельной теплоты плавления

Удельная теплота плавления показывает, на сколько увеличивается (уменьшается) внутренняя энергия вещества массой 1 кг, взятого при температуре плавления при его плавлении (кристаллизации).

Таблица 17

Удельная теплота плавления некоторых веществ, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
(при температуре плавления и нормальном атмосферном давлении)

Алюминий	$3,9 \cdot 10^5$	Сталь	$0,84 \cdot 10^5$
Лед	$3,4 \cdot 10^5$	Золото	$0,67 \cdot 10^5$
Железо	$2,7 \cdot 10^5$	Водород	$0,59 \cdot 10^5$
Медь	$2,1 \cdot 10^5$	Олово	$0,59 \cdot 10^5$
Цинк	$1,12 \cdot 10^5$	Свинец	$0,25 \cdot 10^5$
Спирт	$1,1 \cdot 10^5$	Кислород	$0,14 \cdot 10^5$
Серебро	$0,87 \cdot 10^5$	Ртуть	$0,12 \cdot 10^5$



Задача 1:

Алюминиевый и медный бруски массой по 1 кг нагреты до температуры их плавления. Сравнить количества теплоты, необходимые для плавления каждого из брусков.

Дано:

$$m_{ал} = 1 \text{ кг}$$

$$m_{м} = 1 \text{ кг}$$

$$\lambda_{ал} = 39 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$\lambda_{м} = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$Q_{ал} - ?$$

$$Q_{м} - ?$$

Во сколько раз ?

Решение:

$$Q_{ал} = \lambda_{ал} \cdot m_{ал} = 39 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q_{м} = \lambda_{м} \cdot m_{м} = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$\frac{Q_{ал}}{Q_{м}} = \frac{39 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{21 \cdot 10^4 \text{ Дж}} = 1,86 \text{ раза}$$

Задача 2:

Сколько тепла необходимо для плавления куска свинца массой 500 г, находящегося при температуре 27°C.

Дано:

$$m_{\text{св}} = 500 \text{ г}$$

$$\lambda_{\text{св}} = 2,5 * 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$t_{\text{пл}} = 327^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{св}} = 140 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$$

Q - ?

СИ

$$0,5 \text{ кг}$$

Решение:

Свинец сначала необходимо нагреть до температуры плавления (передать тепло Q_1), затем расплавить его (передать тепло Q_2)

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = c m (t_2 - t_1)$$

$$Q_1 = 130 * 0,5 * (327 - 27) = 19500 \text{ Дж} = 19,5 \text{ кДж}$$

$$Q_2 = \lambda m$$

$$Q_2 = 2,5 * 10^4 * 0,5 = 1,25 * 10^4 \text{ Дж} = 12500 \text{ Дж} = 12,5 \text{ кДж}$$

$$Q = 19,5 + 12,5 = 32 \text{ кДж}$$

ОТВЕТ: Q = 32 кДж

Задача 3:

Сколько энергии выделится при кристаллизации и остывании от температуры плавления до температуры 33°C медной шинки размерами 1 × 5 × 20 см.

Решение:

Дано:

$$a = 1 \text{ см}$$

$$b = 5 \text{ см}$$

$$c = 20 \text{ см}$$

$$\lambda_m = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$$t_1 = 1083^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 33^\circ\text{C}$$

$$c_m = 380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$$

$$\rho_m = 8900 \text{ кг/м}^3$$

$$Q = ?$$

СИ

$$0,01 \text{ м}$$

$$0,05 \text{ м}$$

$$0,2 \text{ м}$$

При кристаллизации выделяется тепло Q_1 , при остывании - тепло Q_2

$$Q_1 = \lambda m$$

$$Q_2 = c m (t_2 - t_1)$$

Масса неизвестна, найдем ее:

$$m = \rho V$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 0,01 \cdot 0,05 \cdot 0,2 = 0,0001 \text{ м}^3$$

$$m = 8900 \text{ Дж/кг} \cdot 0,0001 \text{ м}^3 = 0,89 \text{ кг}$$

$$Q_1 = \lambda m = 21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг} \cdot 0,89 \text{ кг} = 18,69 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = c m (t_2 - t_1) = 380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C} \cdot 0,89 \text{ кг} \cdot (33 - 1083) = 74760 \text{ Дж} = 7,476 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 18,69 \cdot 10^4 \text{ Дж} + 7,476 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 26,166 \cdot 10^4 \text{ Дж} = \underline{\underline{261,66 \text{ кДж}}}$$

Самостоятельная работа

- Выполнить вычисления на листочке по вариантам и заполнить таблицу
- Решить задачу по физике

Проверка

H $2^1 \cdot 2^3 = 16$

B $((1^2)^3) = 1$

E $2^2 \cdot 3^2 = 36$

M $3^2 / \underline{3^1} = 3$

C $(-2)^2 = 4$

T $4^2 / 2^3 = 2$

O $4^1 / 4^2 = \underline{1/4} = 0,25$

I $5^4 / 25 = 25$



4	25	3	0,25	16		4	2	36	1	25	36
C	I	M	O	H		C	T	E	B	I	H

Выполнить вычисления и заполнить таблицу

Вариант 2

T $2^3 \cdot 2^{-4} =$ **Н** $5^3 \cdot 5^{-4} =$ **Е** $10^2 * 10^{-4} =$

K $6^2 \cdot 2^{-2} =$ **Д** $2^7 \cdot 2^{-5} =$ **И** $(-25)^0 =$

P $(-2)^{-4} =$ **A** $(1,2)^{-2} =$



$1/16$	$0,01$	$0,2$	$0,01$		4	$0,01$	9	$25/36$	$1/16$	$0,5$



Проверка

T $2^3 \cdot 2^{-4} = 1/2 = 0,5$ **H** $5^3 \cdot 5^{-4} = 1/5 = 0,2$ **E** $10^2 * 10^{-4} = 0,01$

K $6^2 \cdot 2^{-2} = \underline{9}$ **Д** $2^7 \cdot 2^{-5} = 4$ **И** $(-25)^0 = 1$

P $(-2)^{-4} = 1/16$ **A** $(1,2)^{-2} = 25/36$

⊕

<i>1/16</i>	<i>0,01</i>	<i>0,2</i>	<i>0,01</i>		<i>4</i>	<i>0,01</i>	<i>9</i>	<i>25/36</i>	<i>1/16</i>	<i>0,5</i>
<i>P</i>	<i>E</i>	<i>H</i>	<i>E</i>		<i>Д</i>	<i>E</i>	<i>K</i>	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>T</i>

□

Самостоятельная работа



Определите, какое количество дров надо сжечь бабе Яге, чтобы сварить кашу, если для этого необходимо затратить 20 МДж теплоты. Тепловыми потерями пренебречь.