Интегрированный урок (Алгебра + Физика) Действия со степенями 8 класс

Маркевич Тамара Николаевна, учитель физики

Игумнова Татьяна Николаевна, учитель математики

МБОУ СШ №20, г. Архангельск

2018 г.

ЧАЙНИК

греет воду, которая находится у него внутри. Благодаря конвекции вода в нём быстро прогревается. При температуре 100^0 вода кипит и свистит свисток. Он свистит из-за того, что потоки пара обладают большой внутренней энергией и стремятся выйти через носик чайника.

Процесс изменения температуры чайника при кипении выражается формулой:

$$T=T_0 + (100-T_0)e^{-kt} .$$

Это также пример процесса выравнивания, который в физике можно наблюдать при включении и выключении электрических цепей, и при падении тела с парашютом.

История возникновения степени

- Диофант Александрийский – древнегреческий математик. До сих пор не выяснены ни год рождения, ни дата смерти его; полагают, что он жил в 3 веке нашей эры.

Он придумал специальный математический знак, который стал показывать, сколько раз необходимо умножить то или иное число на само себя.

Диофант описывает первые натуральные степени чисел так:

«**квадрато-квадраты** — от умножения квадратов самих на себя, далее **квадрато-кубы**, получающиеся от умножения квадрата на куб его стороны, далее **кубо-кубы** — от умножения кубов самих на себя».

В конце XVI-начале XVII века нидерландский математик **Симон Стевин** обозначал неизвестную величину кружком ○, а внутри его указывал показатель степени.

Например:

①,②,③ обозначали x, x^2, x^3.

Впоследствии известный французский математик **Рене Декарт** усовершенствовал написание этого выражения, предложив при обозначении степени чисел просто приписывать ее в правом верхнем углу над основным числом.

Например: a^2, a^5.

Этим обозначением мы пользуемся и до сих пор.

Степень числа

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

$$3^5$$

Показатель степени

(Сколько раз?)

Основание степени

(Что умножаем?)

$3\ 3\cdot3\ 3\ 3 = 3^5 = 243$

Свойства степеней.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$3^5 \cdot 3^2 = 3^7$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\left(5^2\right)^3 = 5^6$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$3^7 \cdot 2^7 = 6^7$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{4^5}{9^5} = \left(\frac{4}{9}\right)^5$$

СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями…

При делении степеней с одинаковыми основаниями…

При возведении степени в степень…

При возведении произведения в степень…

…основание остается прежним, а показатели перемножаются.

…в эту степень возводят каждый множитель и результаты перемножают.

…основание остается прежним, а показатели складываются.

…основание остается прежним, а показатели вычитаются.

СОЕДИНИ СТРЕЛКАМИ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЧАСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями…	…основание остается прежним, а показатели перемножаются.
При делении степеней с одинаковыми основаниями…	…в эту степень возводят каждый множитель и результаты перемножают.
При возведении степени в степень…	…основание остается прежним, а показатели складываются.
При возведении произведения в степень…	…основание остается прежним, а показатели вычитаются.

Завершающим аккордом в письменном оформлении степени чисел стала деятельность небезызвестного **Никола Шюке**, который смело ввел в научный оборот сначала отрицательную, а затем и нулевую степень.

Он писал его мелким шрифтом сверху и справа от коэффициента.

Он сделал также проницательное замечание, что если к верхней строке добавить отрицательное число ***-n*** (Шюке обозначал его: ***0-n***), то в нижней ему будет соответствовать дробь $1/a^n$.

Определение степени с отрицательным целым показателем:

Если n – натуральное число и $a\neq0$, b≠0, то:

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$$

$$\left(\frac{a}{в}\right)^{-n}=\left(\frac{в}{a}\right)^{n}; \qquad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}=(a)^{n}; \qquad a^{0}=1.$$

При возведении в степень положительного числа получается положительное число.

$$4^3 = 64$$

Отрицательное число, возведённое в чётную степень, есть число положительное.

$$(-4)^4 = 256$$

Отрицательное число, возведённое в нечётную степень, — число отрицательное.

$$(-4)^3 = -64$$

Внимание!

$(-5)^4$ и -5^4 – ***разные*** числа

Самое большое число, записанное тремя числами

Чтобы написать это число понадобится 150 томов по 100 страниц каждый.

Если писать по 2 цифры в секунду, то сидя за столом и продолжая работу, понадобится 7 лет

Большое ли это число?

Вот что значит операция возведение в степень!

Во Вселенной нет столько электронов, сколько цифр в числе девять в степени девять в девятой степени.

Стандартный вид числа

Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \le a < 10$ и n – целое число.

a – *мантисса числа*, n – порядок числа

Примеры чисел, записанных в стандартном виде:

Объем Земли: $1{,}083 \cdot 10^{12}\,км^3 = 1083\,000\,000\,000\,км^3$

Толщина пленки мыльного пузыря: $6 \cdot 10^{-8}\,см = 0{,}000\,000\,06\,см$

Примеры.

3) Представьте число 6215 в стандартном виде.

$$6,215 \cdot 10^{3}$$

4) Представьте число 125,3 в стандартном виде.

$$1,253 \cdot 10^{2}$$

5) Представьте число 0,0000125 в стандартном виде.

$$1,25 \cdot 10^{-5}$$

6) Представьте число 0,0456 в стандартном виде.

$$4,56 \cdot 10^{-2}$$

Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

Все числа, записанные в стандартной форме, можно складывать и вычитать. Для сложения двух чисел, записанных в такой форме, сначала нужно преобразовать их так, чтобы степень десяти была одинаковой.

Например, $2{,}15 \cdot 10^4 + 3{,}71 \cdot 10^5 = 0{,}215 \cdot 10^5 + 3{,}71 \cdot 10^5$.

Теперь складываем первые множители: $0{,}215 + 3{,}71 = 3{,}925$ и приписываем справа общий второй множитель 10^5. Получим результат: $3{,}925 \cdot 10^5$.

С вычитанием поступаем по аналогии: $3{,}71 \cdot 10^5 - 2{,}15 \cdot 10^4 = 3{,}71 \cdot 10^5 - 0{,}215 \cdot 10^5 = (3{,}71 - 0{,}215) \cdot 10^5 = 3{,}495 \cdot 10^5$.

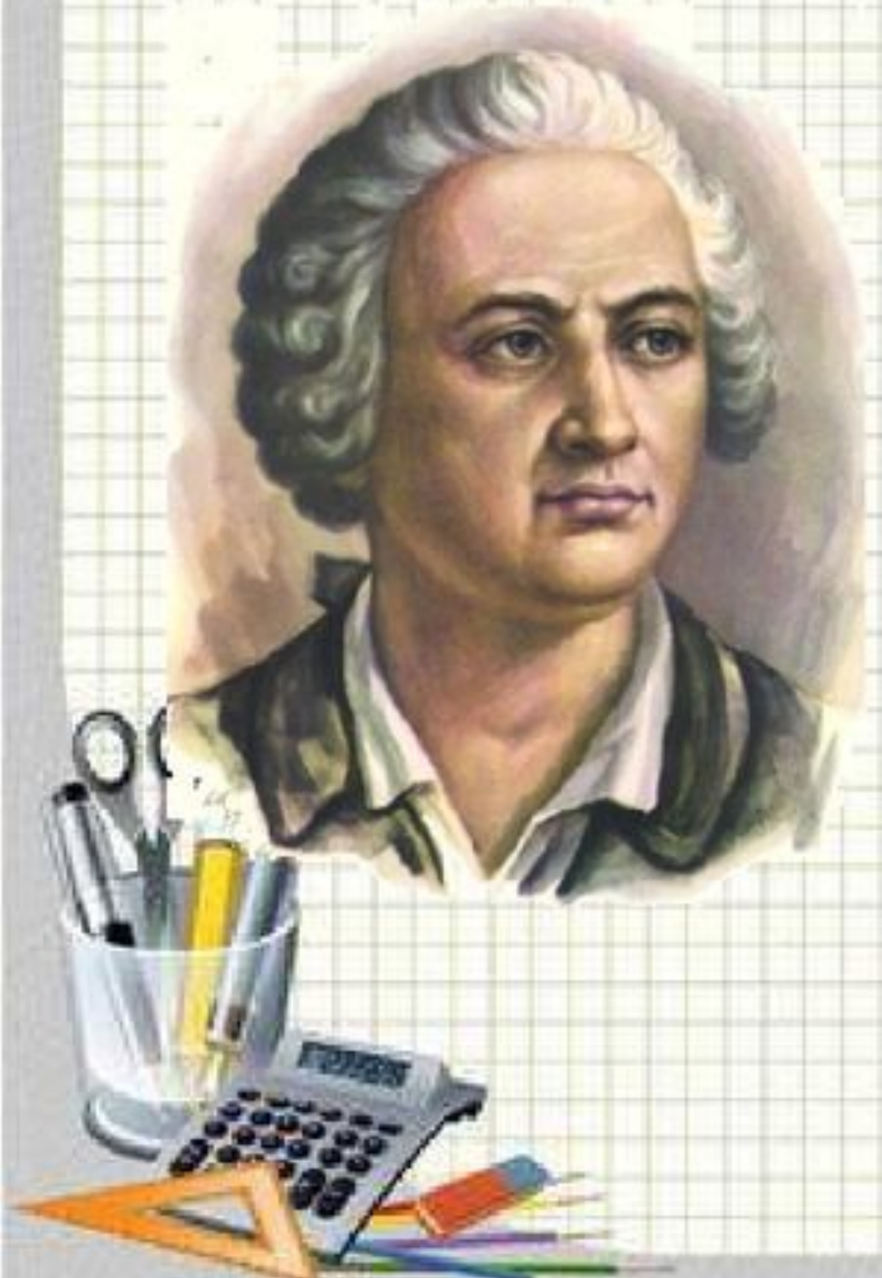
Тайна чисел применяемых на уроках физики (плюс или минус?)

Для умножения чисел в стандартной форме например, $5{,}2\cdot10^4 \cdot 3{,}7\cdot10^5$, нужно перемножить первые сомножители: $5{,}2 \cdot 3{,}7 = 19{,}24$, а затем сложить показатели степеней: $10^4 \cdot 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$. Получим результат: $19{,}24\cdot10^9$, в котором перенесём запятую на один знак влево: $1{,}924\cdot10^{10}$.

При делении чисел в стандартной форме записи, например $5{,}4\cdot10^4 : 3{,}6\cdot10^6$ следует разделить первые множители $5{,}4 : 3{,}6 = 1{,}5$ и приписать второй множитель – десять в степени, где показатели вычитаются:

$$10^4 : 10^6 = 10^{4-6} = 10^{-2}.$$

Получим ответ: $1{,}5\cdot10^{-2}$.



«Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь»

М.В. Ломоносов.

Рост древесины происходит по закону:

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$, где

A - изменение количества древесины во времени;

A_0 - начальное количество древесины;

t – время;

k, a – некоторые постоянные.

Рост количества бактерий происходит по закону:

$$N=5^t$$, где

N – число колоний бактерий в момент времени t;

t – время размножения.

Давление воздуха убывает с высотой по закону:

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$, где

P – давление на высоте h;

P0 - давление на уровне моря;

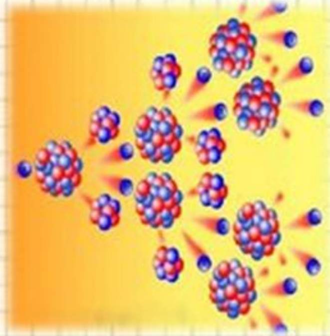
а – некоторые постоянные.

Количество радиоактивного вещества, оставшегося к моменту t, описывается формулой:

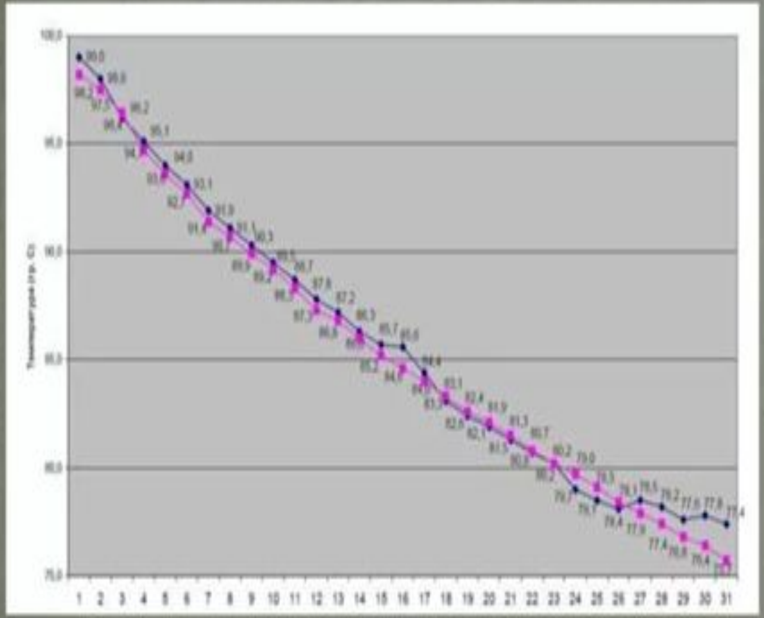
$$N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}$$, где

N_0 - первоначальное количество вещества;

$T_{1/2}$ - период полураспада.



Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее, это явление описывается формулой $T=(T_1-T_0)e^{-kt}+T_1$



При прохождении света через мутную среду каждый слой этой среды поглощает строго определенную часть падающего на него света.

Сила света l определяется по формуле:

$$l=l_0e^{-ks}\text{ , где}$$

S – толщина слоя;

K – коэффициент, характеризующий мутную среду.

Физический смысл удельной теплоты плавления

Удельная теплота плавления показывает, на сколько увеличивается (уменьшается) внутренняя энергия вещества массой 1 кг, взятого при температуре плавления при его плавлении (кристаллизации).

Таблица 17

Удельная теплота плавления некоторых веществ, $\frac{Дж}{кг}$
(при температуре плавления и нормальном атмосферном давлении)

Алюминий	$3{,}9 \cdot 10^5$	Сталь	$0{,}84 \cdot 10^5$
Лед	$3{,}4 \cdot 10^5$	Золото	$0{,}67 \cdot 10^5$
Железо	$2{,}7 \cdot 10^5$	Водород	$0{,}59 \cdot 10^5$
Медь	$2{,}1 \cdot 10^5$	Олово	$0{,}59 \cdot 10^5$
Цинк	$1{,}12 \cdot 10^5$	Свинец	$0{,}25 \cdot 10^5$
Спирт	$1{,}1 \cdot 10^5$	Кислород	$0{,}14 \cdot 10^5$
Серебро	$0{,}87 \cdot 10^5$	Ртуть	$0{,}12 \cdot 10^5$

См. стр. 108

Задача 1:

Алюминиевый и медный бруски массой по 1 кг нагреты до температуры их плавления. Сравнить количества теплоты, необходимые для плавления каждого из брусков.

Дано:

$m_{ал} = 1$ кг

$m_м = 1$ кг

$\lambda_{ал} = 39 * 10^4$ Дж/кг

$\lambda_м = 21 * 10^4$ Дж/кг

$Q_{ал}$ - ?

$Q_м$ - ?

Во сколько раз ?

Решение:

$$Q_{ал} = \lambda_{ал} * m_{ал} = 39 * 10^4 \text{ Дж}$$

$$Q_м = \lambda_м * m_м = 21 * 10^4 \text{ Дж}$$

$$\frac{Q_{ал}}{Q_м} = \frac{39 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{21 \cdot 10^4 \text{ Дж}} = 1{,}86 \text{ раза}$$

РАСЧЕТ ТЕПЛА ПРИ ПЛАВЛЕНИИ И ОТВЕРДЕВАНИИ

Задача 2:

Сколько тепла необходимо для плавления куска свинца массой 500 г, находящегося при температуре 27⁰С.

Дано:	СИ	Решение:
$m_{св}$ = 500 г	0,5 кг	Свинец сначала необходимо нагреть до температуры плавления (передать тепло Q_1), затем расплавить его (передать тепло Q_2)
$\lambda_{св} = 2,5 * 10^4$ Дж/кг		$Q = Q_1 + Q_2$
$t_1 = 27^0C$		$Q_1 = c\ m\ (t_2 - t_1)$
$t_{пл} = 327^0C$		Q_1 = 130*0.5*(327-27) = 19500 Дж = 19,5 кДж
$c_{св}$ = 140 Дж/кг⁰С		$Q_2 = \lambda\ m$
Q - ?		$Q_2 = 2,5*10^4*0,5 = 1,25*10^4$ Дж = 12500 Дж = 12,5 кДж
		Q = 19,5 + 12,5 = 32 кДж

ОТВЕТ: Q = 32 кДж

Задача 3:

Сколько энергии выделится при кристаллизации и остывании от температуры плавления до температуры 33^0C медной шинки размерами $1\times5\times20$ см.

Решение:

Дано:	СИ
a =1 см	0,01м
в =5 см	0,05 м
с =20 см	0,2м
$\lambda_м = 21 * 10^4$ Дж/кг	
$t_1 = 1083^0C$	
$t_2 = 33^0C$	
$c_м = 380$ Дж/кг^{0}С	
$\rho_м = 8900$ кг/м^3	
Q - ?	

При кристаллизации выделяется тепло Q_1, при остывании - тепло Q_2

$\boxed{Q_1 = \lambda\ m}$ $\boxed{Q_2 = c\ m\ (t_2 - t_1)}$

Масса неизвестна, найдем ее:

$\boxed{m = \rho V}$ $\boxed{V = a*b*c}$

$V = a*b*c = 0{,}01*0{,}05*0{,}2 = 0{,}0001$ м^3

$m = 8900$ Дж/кг$*$ $0{,}0001$ м$^3 = 0{,}89$ кг

$Q_1 = \lambda\ m = 21*10^4$ Дж/кг$*$ $0{,}89$кг $= 18{,}69*10^4$ Дж

$Q_2 = c\ m\ (t_2 - t_1) = 380$ Дж/кг^{0}С$*0{,}89$ кг$*(33-1083) =$ 74760 Дж $= 7{,}476*10^4$ Дж

$Q = Q_1 + Q_2 = 18{,}69*10^4$ Дж$+7{,}476*10^4$ Дж $=$ $26{,}166 * 10^4$ Дж $=$ **<u>261,66 кДж</u>**

Самостоятельная работа

- Выполнить вычисления на листочке по вариантам и заполнить таблицу
- Решить задачу по физике

Выполнить вычисления и заполнить таблицу
Вариант 1

Н $2^1 \cdot 2^3 =$

В $((1^2)^3) =$

Е $2^2 \cdot 3^2 =$

М $3^2 / 3^1 =$

С $(-2)^2 =$

Т $4^2 / 2^3 =$

О $4^1 / 4^2 =$

И $5^4 / 25 =$

4	25	3	0,25	16		4	2	36	1	25	36

Проверка

Н $2^1 \cdot 2^3 = 16$

В $((1^{2})^{3}) = 1$

Е $2^2 \cdot 3^2 = 36$

М $3^2 / 3^1 = 3$

С $(-2)^2 = 4$

Т $4^2/2^3 = 2$

О $4^1 / 4^2 = ¼ = 0,25$

И $5^4 / 25 = 25$

4	25	3	0,25	16		4	2	36	1	25	36
С	И	М	О	Н		С	Т	Е	В	И	Н

Выполнить вычисления и заполнить таблицу
Вариант 2

Т $2^3 \cdot 2^{-4} =$ Н $5^3 \cdot 5^{-4} =$ Е $10^2 * 10^{-4} =$

К $6^2 \cdot 2^{-2} =$ Д $2^7 \cdot 2^{-5} =$ И $(-25)^0 =$

Р $(-2)^{-4} =$ А $(1,2)^{-2} =$

1/16	0,01	0,2	0,01		4	0,01	9	25/36	1/16	0,5

Проверка

Т $2^3 \cdot 2^{-4} = ½=0,5$ **Н** $5^3 \cdot 5^{-4} = 1/5=0,2$ **Е** $10^2 * 10^{-4} = 0,01$

К $6^2 \cdot 2^{-2}= 9$ **Д** $2^7 \cdot 2^{-5} = 4$ **И** $(-25)^0 =1$

Р $(-2)^{-4}= 1 / 16$ **А** $(1,2)^{-2} = 25/36$

1/16	0,01	0,2	0,01		4	0,01	9	25/36	1/16	0,5
Р	Е	Н	Е		Д	Е	К	А	Р	Т

Самостоятельная работа

Определите, какое количество дров надо сжечь бабе Яге, чтобы сварить кашу, если для этого необходимо затратить 20 МДж теплоты. Тепловыми потерями пренебречь.