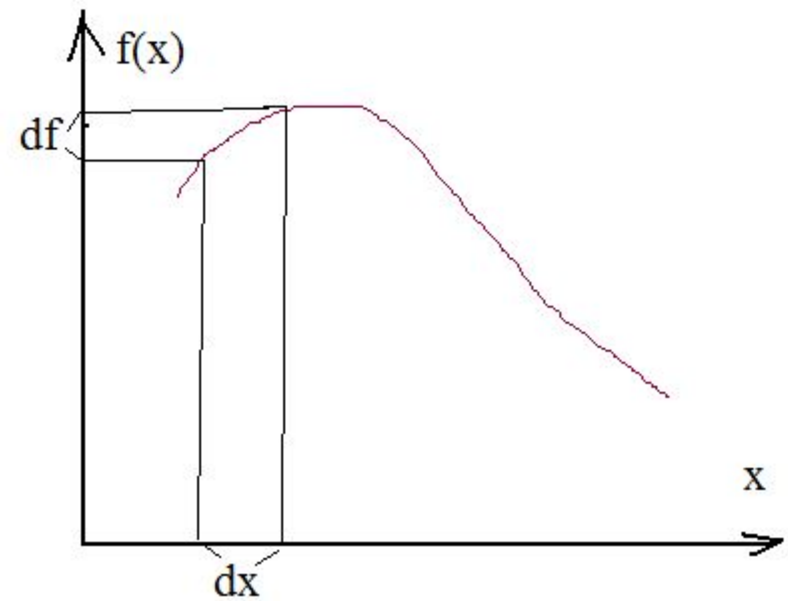
1. Производная и дифференциал

Производная функции $y = f(x)$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}.$$



Пример: $\upsilon = \dfrac{ds}{dt} = s'$

dy - *дифференциал* функции dx - *дифференциал* аргумента.

$$dy = f'(x) \cdot dx.$$

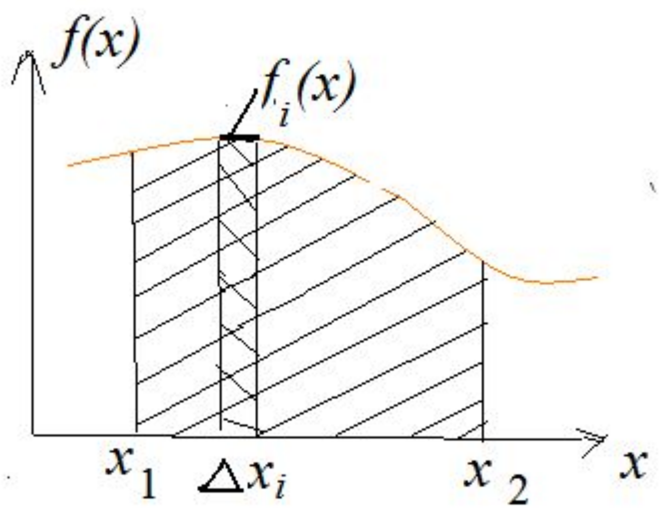
Для функции многих переменных $f(x, y)$ ее *полный дифференциал*

$$d\, f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} d\, x + \frac{\partial f}{\partial y} d\, y\,,$$

где $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ - *частные производные* функции. Это производные по

одному из аргументов, вычисленные в предположении, что остальные аргументы постоянны.

2. Интеграл.
2.1 Определенный интеграл



Сумму $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i$ при столь малых Δx_i
,
что на каждом из этих интервалов $f(x) = const$
,
обозначают $\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$ и называют

определенным интегралом от $f(x)$ в интервале (x_1, x_2) .

Графически этот интеграл представляет площадь фигуры под кривой $f(x)$
.

Пример: работа силы при конечном перемещении вдоль *OX* :

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x)dx.$$

2.2 Неопределенный интеграл

Если в задаче необходимо узнать не численный ответ:

$$F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx\ ,$$

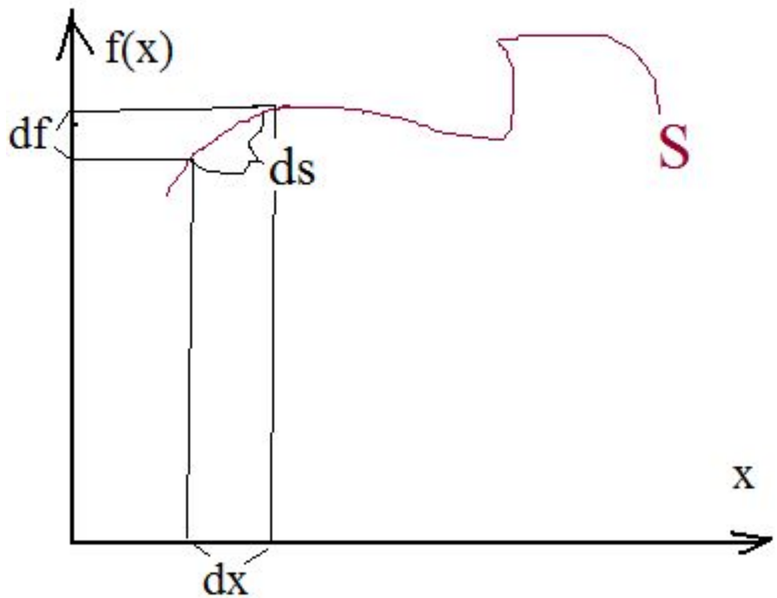
а саму зависимость $F(x)$, то находят неопределенный интеграл от функции $f(x)$:

$$\int f(x)\, d\ x = F(x) + C\ .$$

Здесь С – произвольная постоянная, определяемая при решении конкретной задачи.

2.3 Криволинейный интеграл

f(x), но *f(s)* и *x(s).*



Интегрирование ведется не по кривой *f(x)*, а по заданной кривой S.

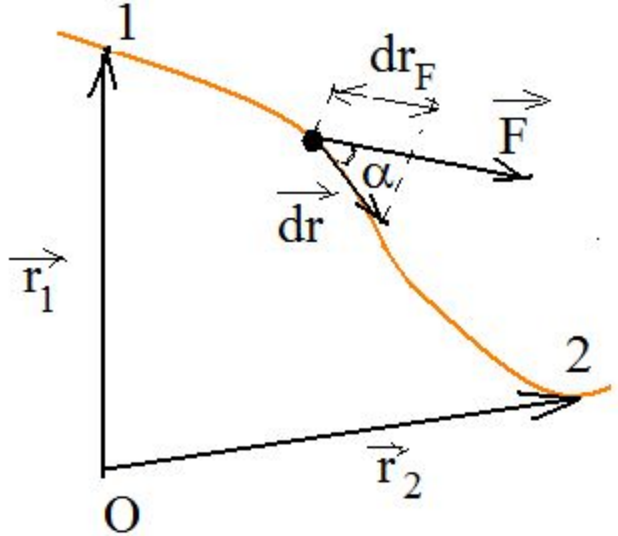
Пример: работа силы

Работа переменной силы по криволинейной траектории.

Механическая работа, или работа силы является количественной мерой изменения механических видов энергии.

Пусть тело движется по траектории 1-2 под действием си$\vec{F}(r)$. Работа силы выражается <u>криволинейным</u> интегралом:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F dr \cdot cos\alpha = \int_1^2 F dr_F = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$



$$dr_F = drcos\alpha$$

$$F_r = Fcos\alpha$$