Производная функции

Филатова Юлия Александровна
преподаватель
ГБПОУ ВО «Лискинский аграрно - технологический техникум»

Цели:

- Ввести формулы нахождения производных функций
- Выполнить упражнения на применение правил дифференцирования
- Вырабатывать умения и навыки в решении упражнений на применение правил вычисления производных
- Развитие логического мышления учащихся

Изучение нового материала

Определение. Пусть функция $y = f(x)$ определена в некотором интервале, содержащем внутри себя точку x_0. Дадим аргументу приращение Δx такое, чтобы не выйти из этого интервала. Найдем соответствующее приращение функции Δy (при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$) и составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если существует предел этого отношения при $\Delta x \to 0$, то указанный предел называют **производной функции $y = f(x)$ в точке x_0** и обозначают $f'(x_0)$.

Итак,

$$\boxed{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0).}$$

Изучение нового материала

Алгоритм нахождения производной функции $y = f(x)$.

1. Зафиксировать значение x, найти $f(x)$.
2. Дать аргументу x приращение Δx, перейти в новую точку $x + \Delta x$, найти $f(x + \Delta x)$.
3. Найти приращение функции: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.
4. Составить отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.
5. Вычислить $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

   Этот предел и есть $f'(x)$.

Изучение нового материала

Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$
$$x' = 1$$
$$(kx + m)' = k$$
$$(x^2)' = 2x$$
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$
$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$

Изучение нового материала

Правила дифференцирования

Теорема 1. **Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ имеют производную в точке x, то и их сумма имеет производную в точке x, причем производная суммы равна сумме производных:**

$$\boxed{(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).}$$

Изучение нового материала

Правила дифференцирования

Теорема 2. Если функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x, то и функция $y = kf(x)$ имеет производную в точке x, причем

$$\boxed{(kf(x))' = kf'(x).}$$

Изучение нового материала

Правила дифференцирования

Теорема 3. Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ имеют производную в точке x, то и их произведение имеет производную в точке x, причем

$$\boxed{(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x).}$$

Изучение нового материала

Правила дифференцирования

Теорема 4. Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ имеют производную в точке x и в этой точке $g(x) \neq 0$, то функция $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ имеет производную в точке x, причем

$$\boxed{\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.}$$

Закрепление нового материала

Пример 1. Найти значение производной данной функции в данной точке:

а) $y = 3x + 5$, $x = 4$;

б) $y = x^2$, $x = -1$;

в) $y = \frac{1}{x}$, $x = \frac{1}{2}$;

г) $y = \sqrt{x}$, $x = 4$;

д) $y = \sin x$, $x = 0$;

е) $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{6}$.

Закрепление нового материала

Пример 2.

А) $(x^2 + \sin x)' = (x^2)' + (\sin x)' = 2x + \cos x$

Б) $(5x^2)' = 5(x^2)' = 5 \cdot 2x = 10x$

В) $((2x + 3)\sin x)' = (2x + 3)' \sin x + (2x + 3)(\sin x)' = 2 \sin x + (2x + 3)\cos x$

Г) $\left(\dfrac{x^2}{5 - 4x}\right)' = \dfrac{(x^2)' \cdot (5 - 4x) - x^2(5 - 4x)'}{(5 - 4x)^2} = \dfrac{2x(5 - 4x) - x^2(-4)}{(5 - 4x)^2} = \dfrac{10x - 4x^2}{(5 - 4x)^2}$

Домашнее задание

Найдите производную функции:

а) $y = 7x + 4$

б) $y = x^2$

в) $y = -6x + 1$

г) $y = \frac{1}{x}$

д) $y = \sin x$

е) $y = \sqrt{x}$

ж) $y = \cos x$

Итог урока

- Дайте определение производной функции $y=f(x)$ в точке x_o
- Перечислите этапы алгоритма нахождения производной функции $y=f(x)$
- Назовите формулы дифференцирования
- Назовите правила дифференцирования