

Алгебра 10 класс

Тема урока:

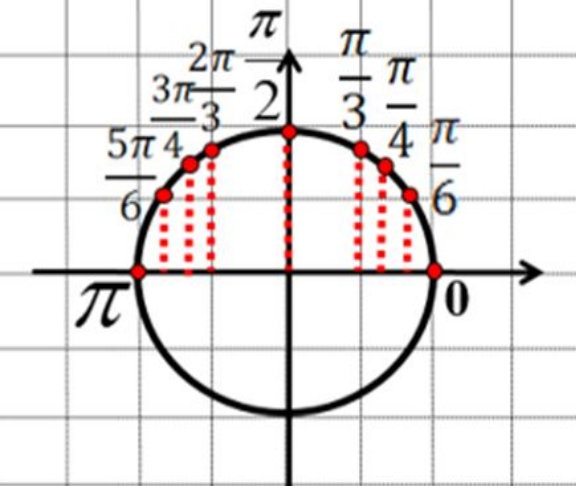
«Тригонометрические функции и их графики.»

(1 час)

Цели урока:

1. Ввести определение числовых функции тангенс и котангенс.
2. Рассмотреть свойства функций $y = \text{tg } x$ и $y = \text{ctg } x$.
3. Научиться строить графики функций.

Преподаватель: Фомина Л.В.



Определение

Тангенсом угла α называют число, равное отношению $\sin \alpha$ к $\cos \alpha$, обозначают $\operatorname{tg} \alpha$, т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$D(\operatorname{tg} x): x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Тангенс определён для всех углов α , кроме тех, для которых косинус равен нулю

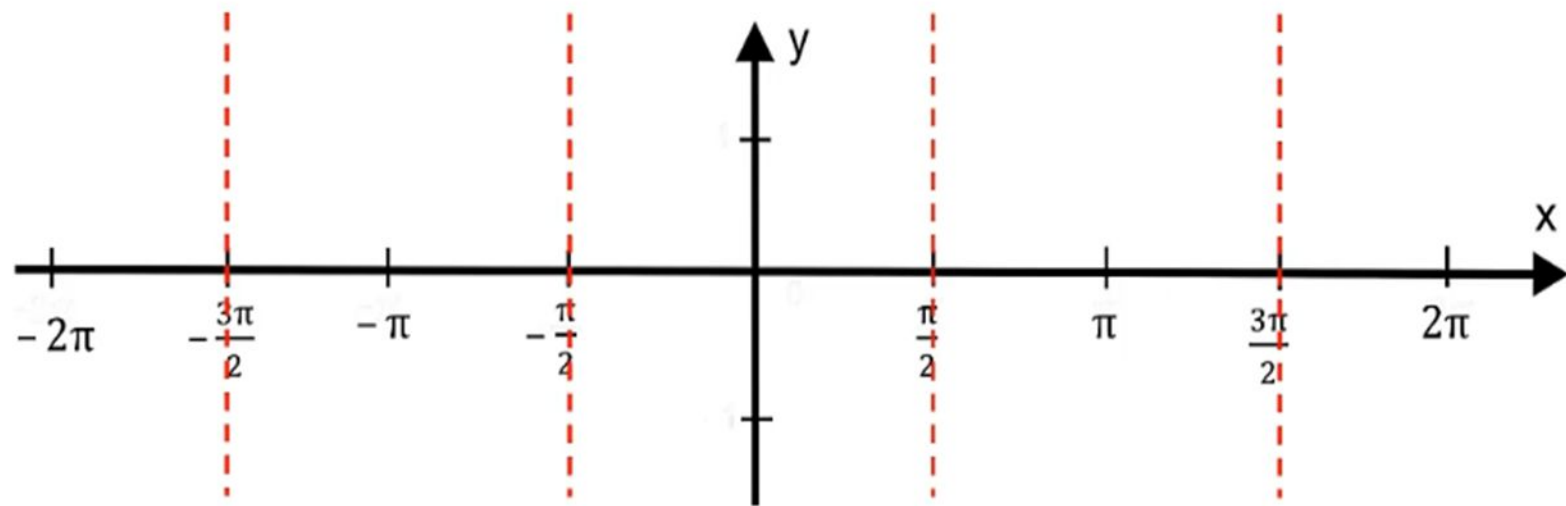
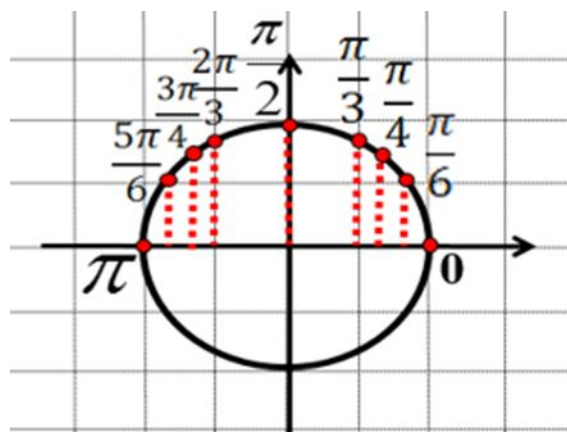
Для любого угла $\alpha \neq \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ существует, и притом единственный $\operatorname{tg} \alpha$

Определение

Числовые функции, заданные формулами $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, называют соответственно тангенсом и котангенсом.

Функция $y = \operatorname{tg} x$, её свойства и график

Свойство 1. Областью определения функции $y = \operatorname{tg} x$ являются все действительные числа, кроме чисел вида $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$.

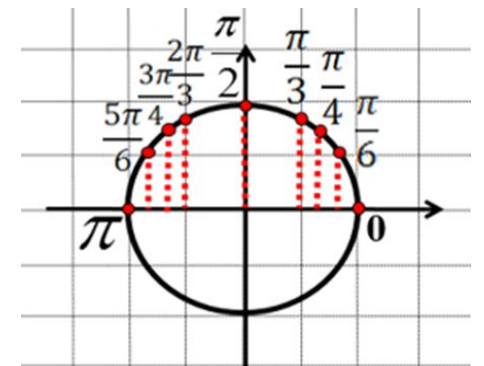


Свойство 2. Функция $y = \operatorname{tg} x$ является периодической с основным периодом π .

$$\operatorname{tg}(x - \pi) = \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + \pi);$$

Свойство 3. Функция $y = \operatorname{tg} x$ является нечетной функцией, так как справедливо равенство $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$.

(графики нечетных функций симметричны относительно начала координат).

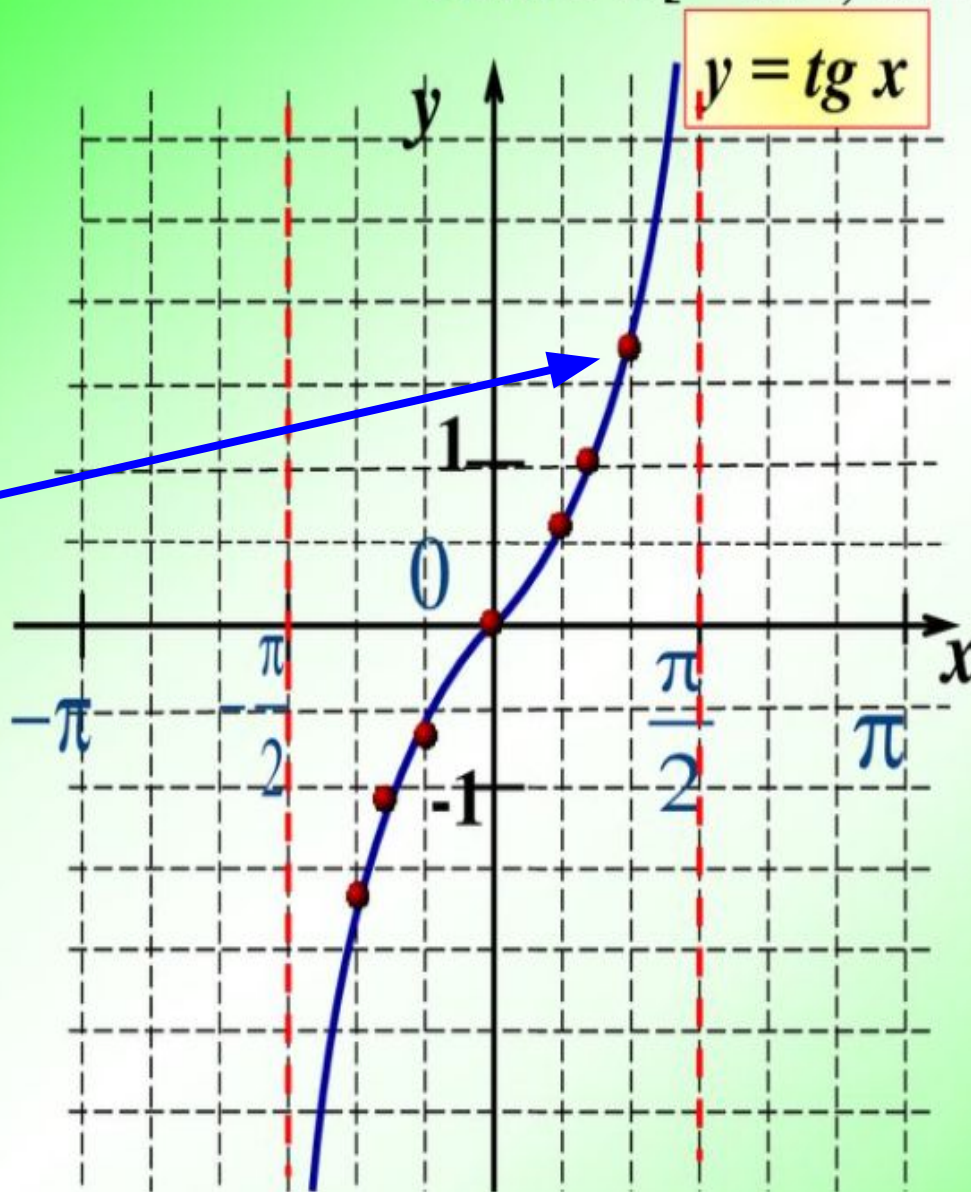


$$y = \operatorname{tg} x;$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
tg x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

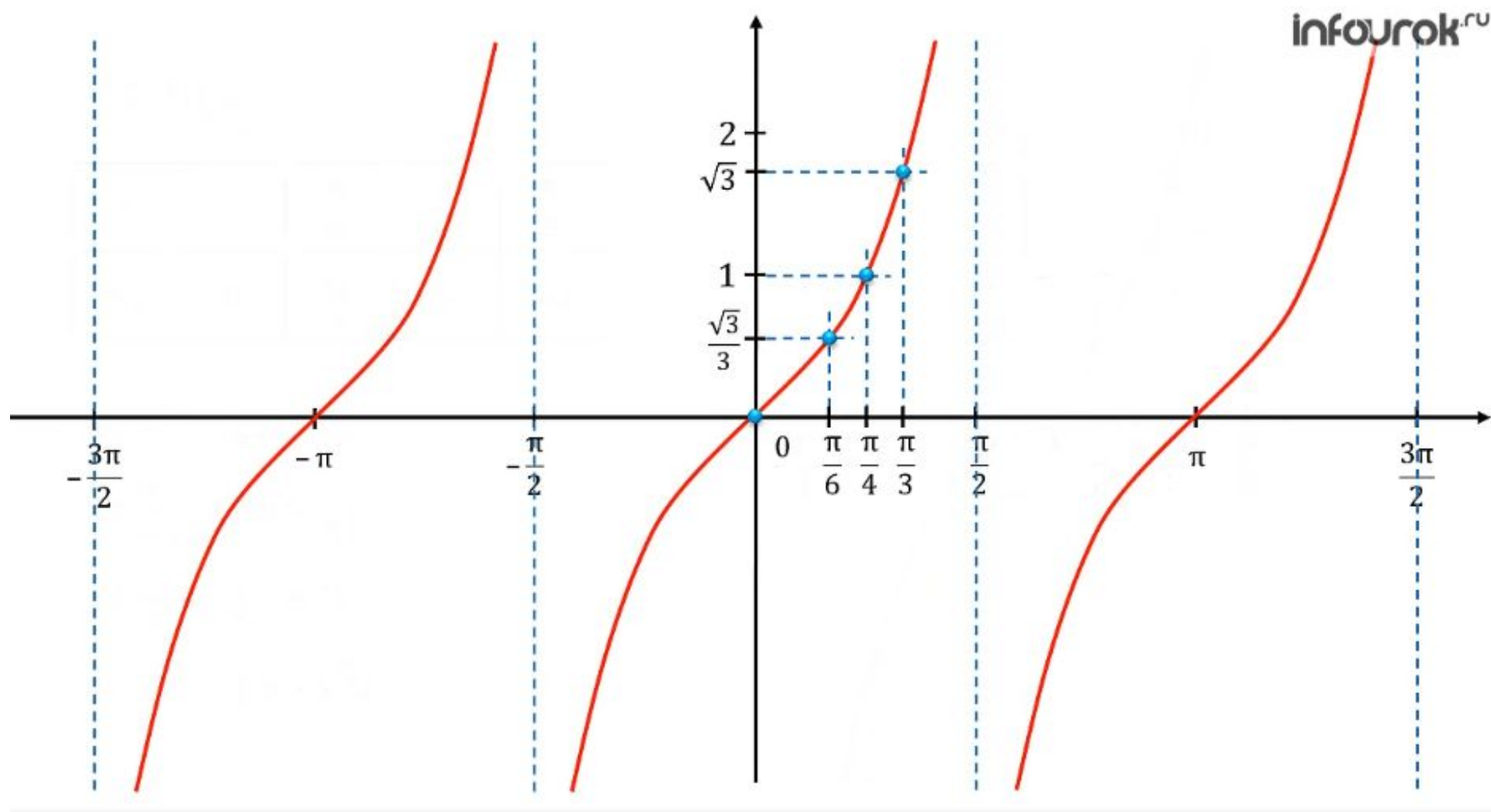
Главная ветвь

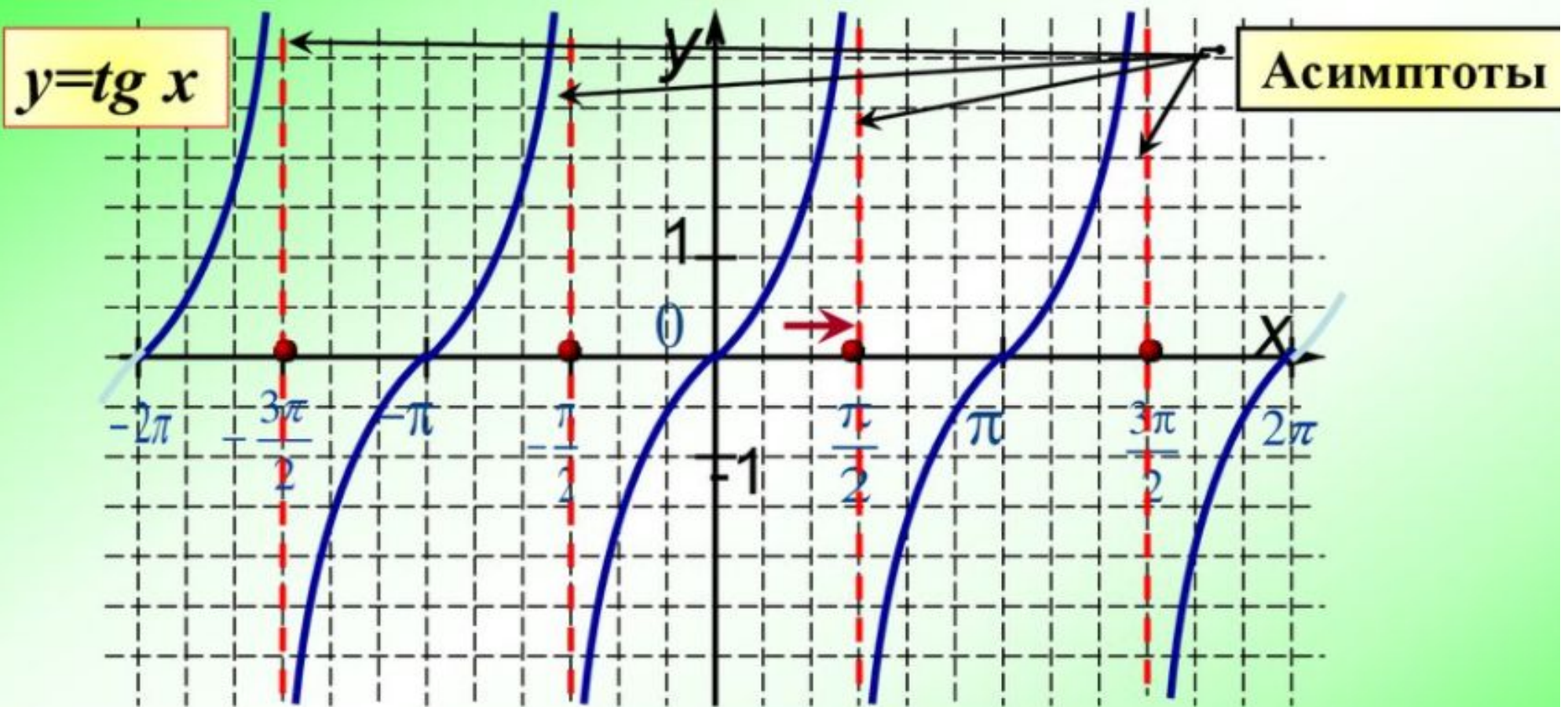
Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$,
если $x \in [-\pi/2; \pi/2]$



x	$y = \operatorname{tg} x$
0	0
$\pm\pi/6$	$\approx \pm 0,6$
$\pm\pi/4$	± 1
$\pm\pi/3$	$\approx \pm 1,7$
$\pm\pi/2$	Не существ.

Тангенсоида





При $x = \pi/2 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ - функция $y = \operatorname{tg} x$ не определена.

Точки $x = \pi/2 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ – точки разрыва функции.

Свойство 4. Функция $y = \operatorname{tg} x$ возрастает на каждом из промежутков $(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k)$.

Свойство 5. Функция $y = \operatorname{tg} x$ не ограничена ни сверху, ни снизу.

Свойство 6. Функция $y = \operatorname{tg} x$ не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.

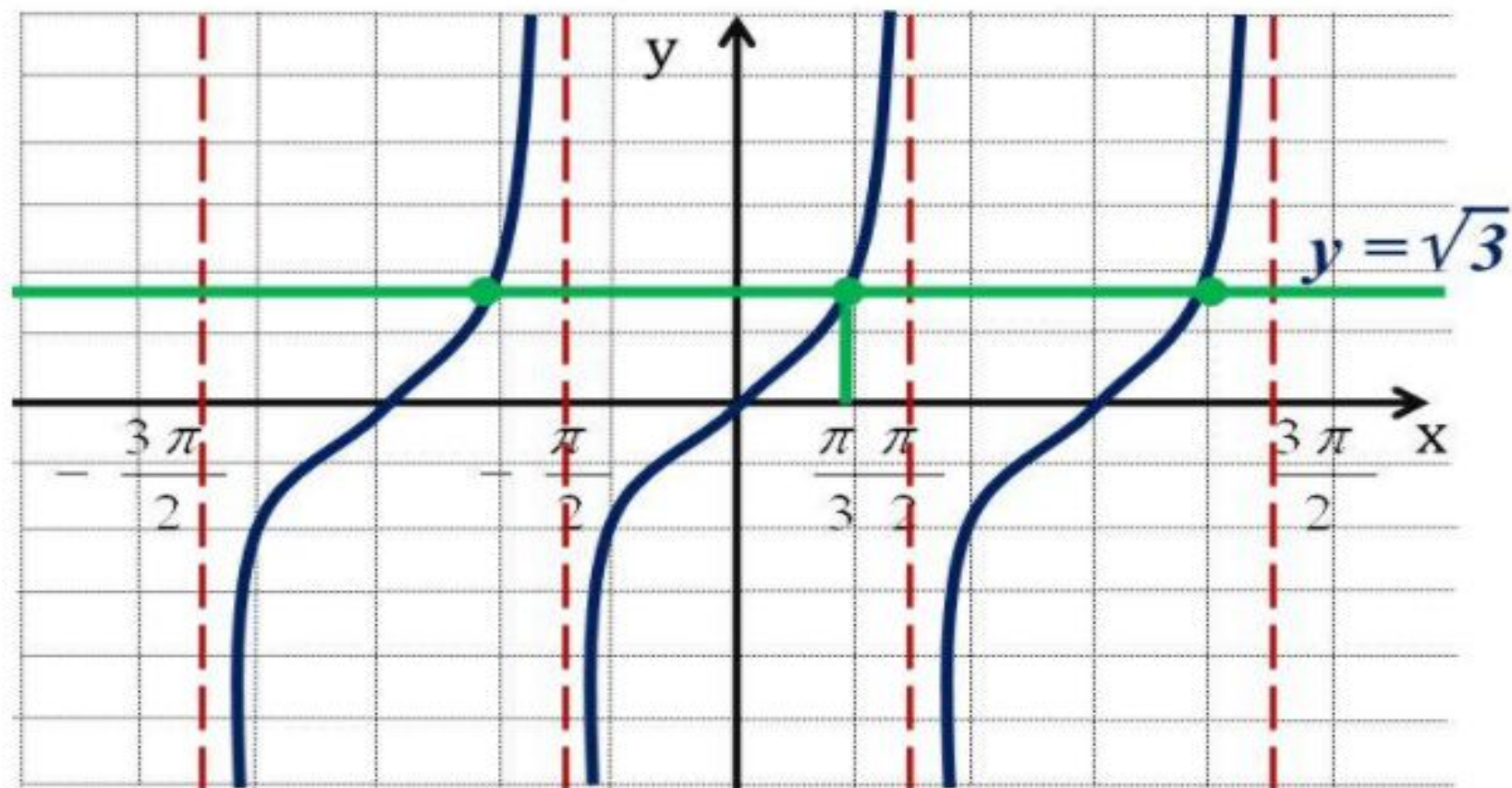
Свойство 7. Функция $y = \operatorname{tg} x$ непрерывна на любом интервале вида $(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k)$.

Прямая вида $\frac{\pi}{2} + \pi k$ — асимптота.

Свойство 8. Множеством значений функции $y = \operatorname{tg} x$ являются все действительные числа, то есть $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

Пример 1.

Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$



Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$.

Определение

Котангенсом угла α называют число, равное отношению $\cos \alpha$ к $\sin \alpha$, обозначают $\operatorname{ctg} \alpha$, т. е.

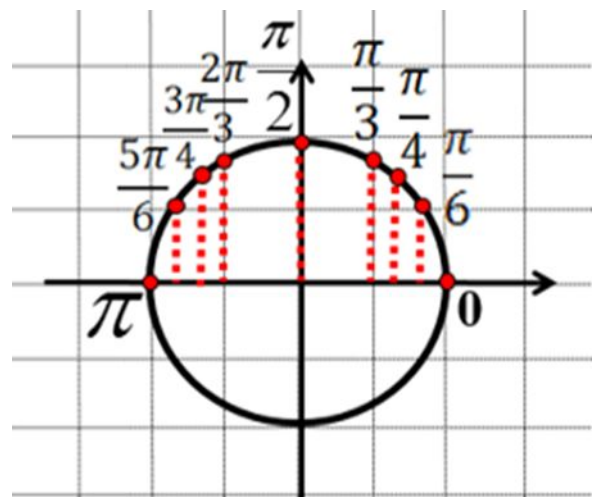
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

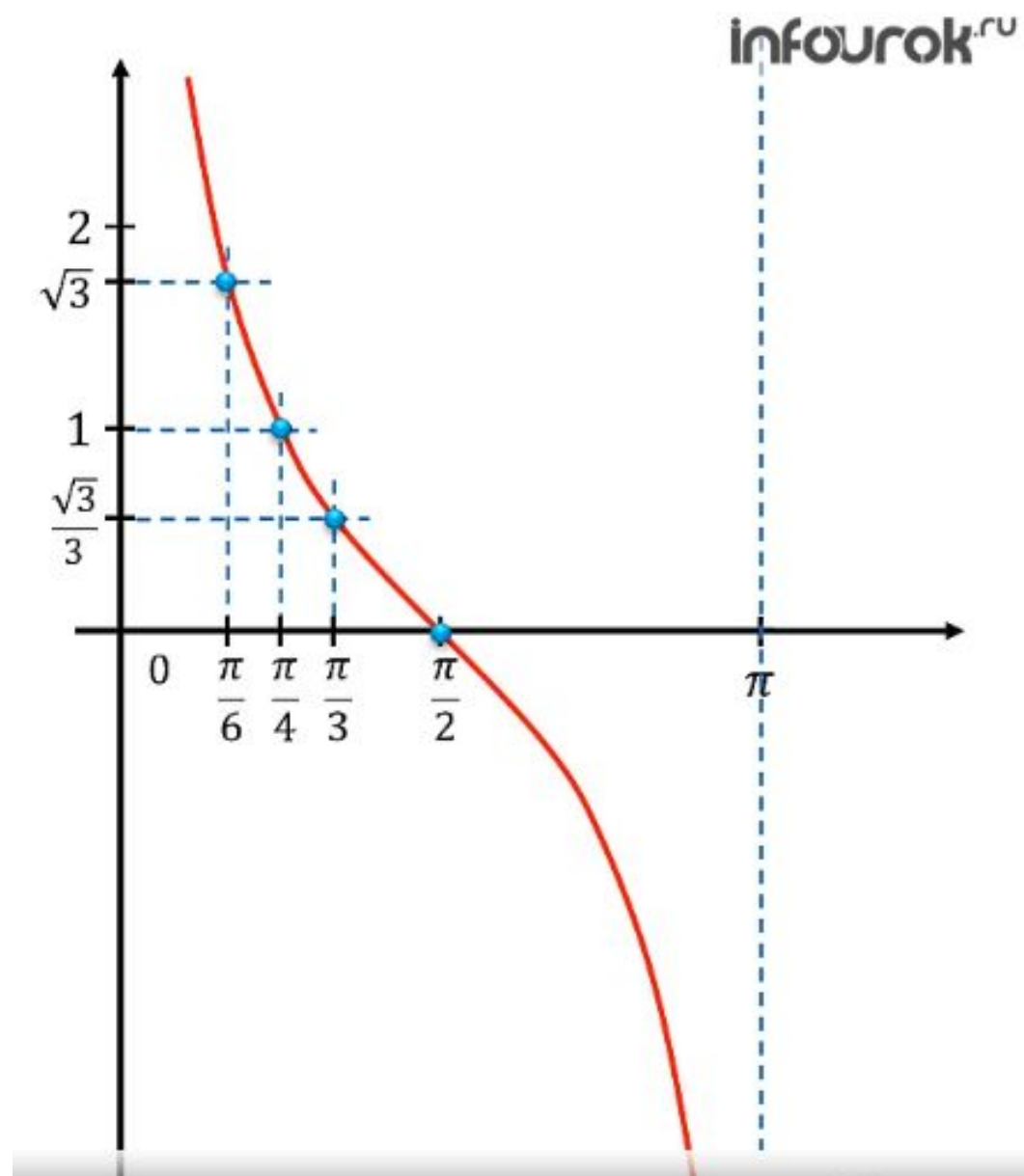
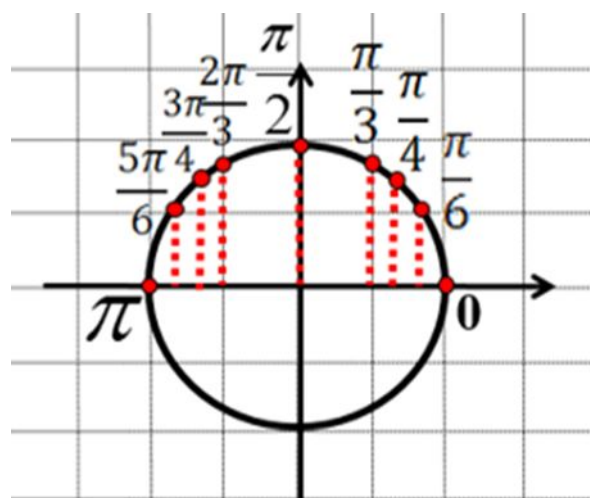
$$D(\operatorname{ctg} x): x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Котангенс определён для всех углов α , **кроме тех, для которых синус равен нулю**

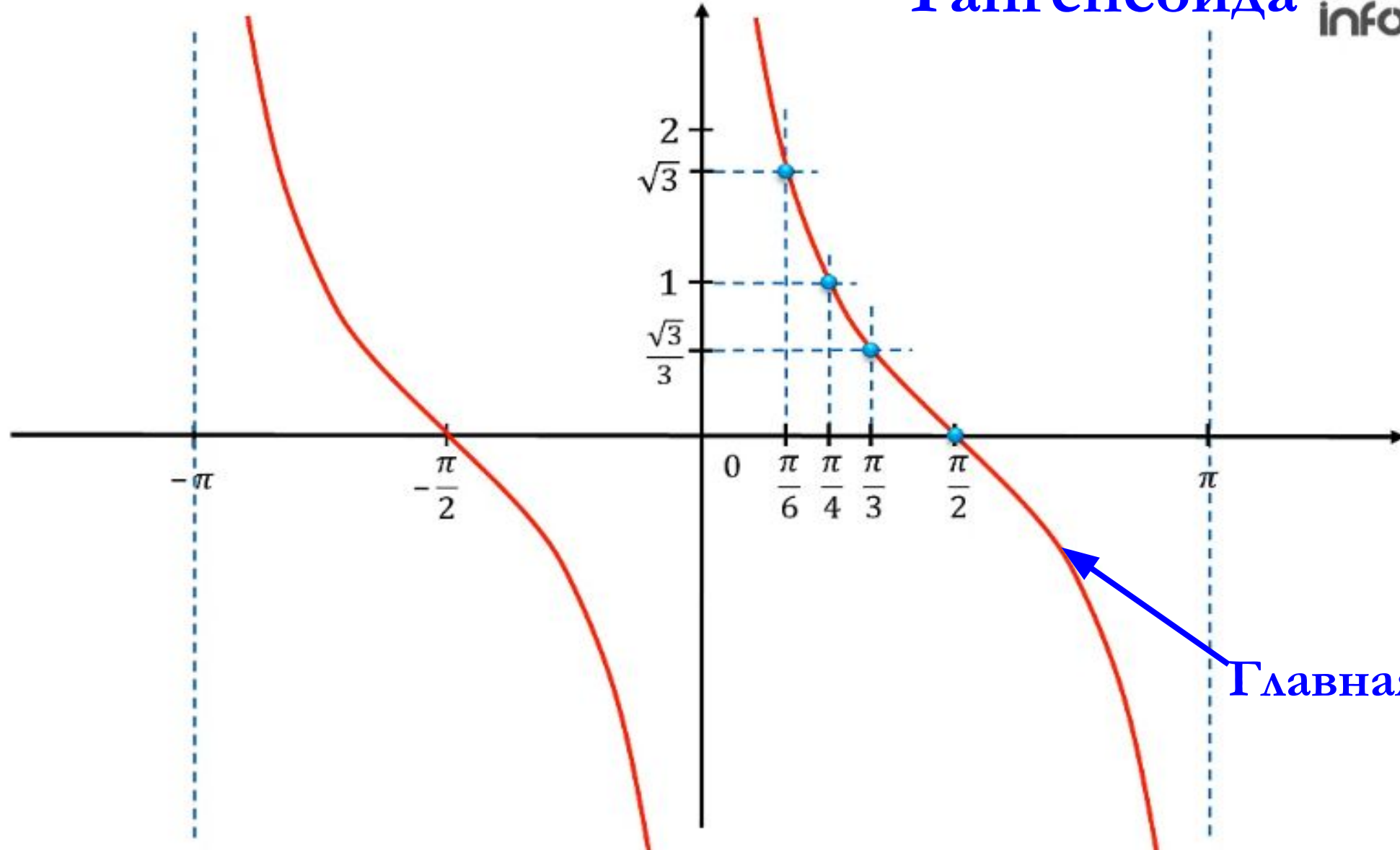
Для любого угла $\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$ существует, и притом **единственный** $\operatorname{ctg} \alpha$



t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
ctg t	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0



Тангенсоида infour



Свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$

- 1) $D(f)$: множество всех действительных чисел, кроме чисел вида $x = \pi k$. $k \in \mathbb{Z}$
- 2) Периодическая с периодом π .
- 3) Нечётная функция.
- 4) Функция убывает на любом интервале вида $(\pi k; \pi + \pi k)$.
- 5) Функция не ограничена ни снизу, ни сверху.
- 6) Функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
- 7) Функция непрерывна на любом интервале вида $(\pi k; \pi + \pi k)$.
- 8) $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

Домашнее задание

1. Изучить материал презентации и учебника (п.3 стр.16-19).
2. Законспектировать материал презентации.
3. Начертить график функции $y = \operatorname{ctg} x$
4. Начертить график функции $y = \operatorname{ctg} x$
5. Учебник: № 36 (б)