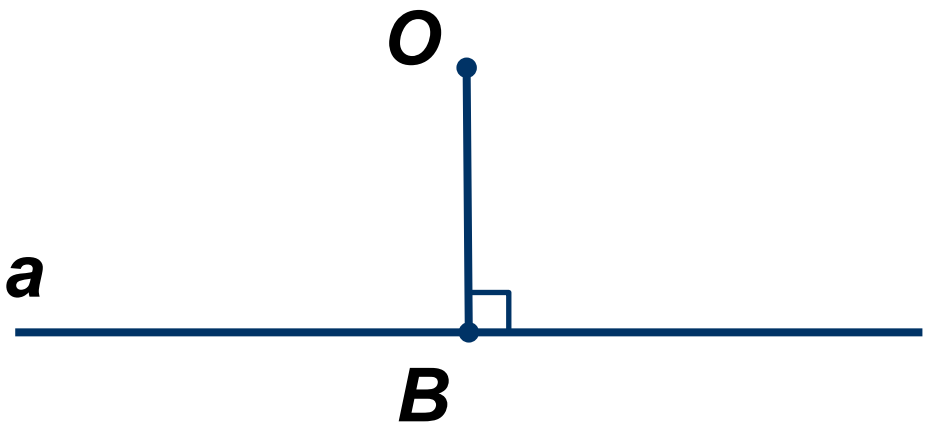
Перпендикуляр к прямой



Отрезок *OB* называется перпендикуляром, проведённым из точки *O* к прямой *a*, если отрезок *OB* и прямая *a* перпендикулярны.

Точка *B* – основание перпендикуляра.

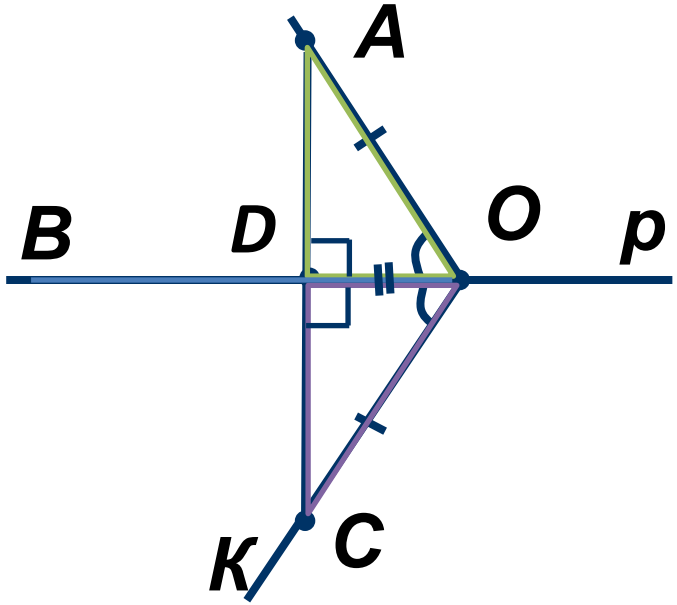
Теорема. Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.

Доказательство.

1. Существует $\triangle ADO = \triangle CDO$ (по первому признаку), OD – общая сторона, $\angle AOD = \angle COD$, $OA = OC$.

Следовательно, $\angle CDO = \angle ADO$ (смежные углы).

$\angle CDO = \angle ADO = 90^\circ$. $AD \perp p$, т. е. перпендикуляр существует.



2. *Единственность.*

Пусть $D_1 \neq D$.

$\Delta ADD_1 = \Delta CDD_1$ (по первому признаку, DD_1 – общая сторона, $AD = CD$,

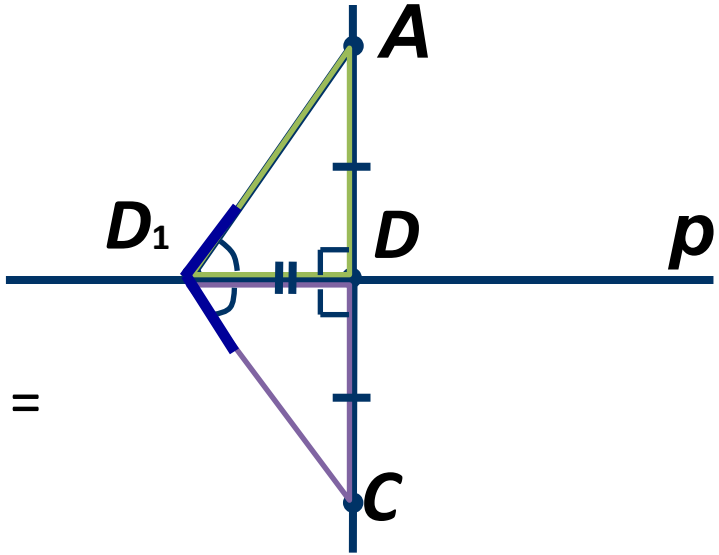
$\angle ADD_1 = \angle CDD_1 = 90°$.

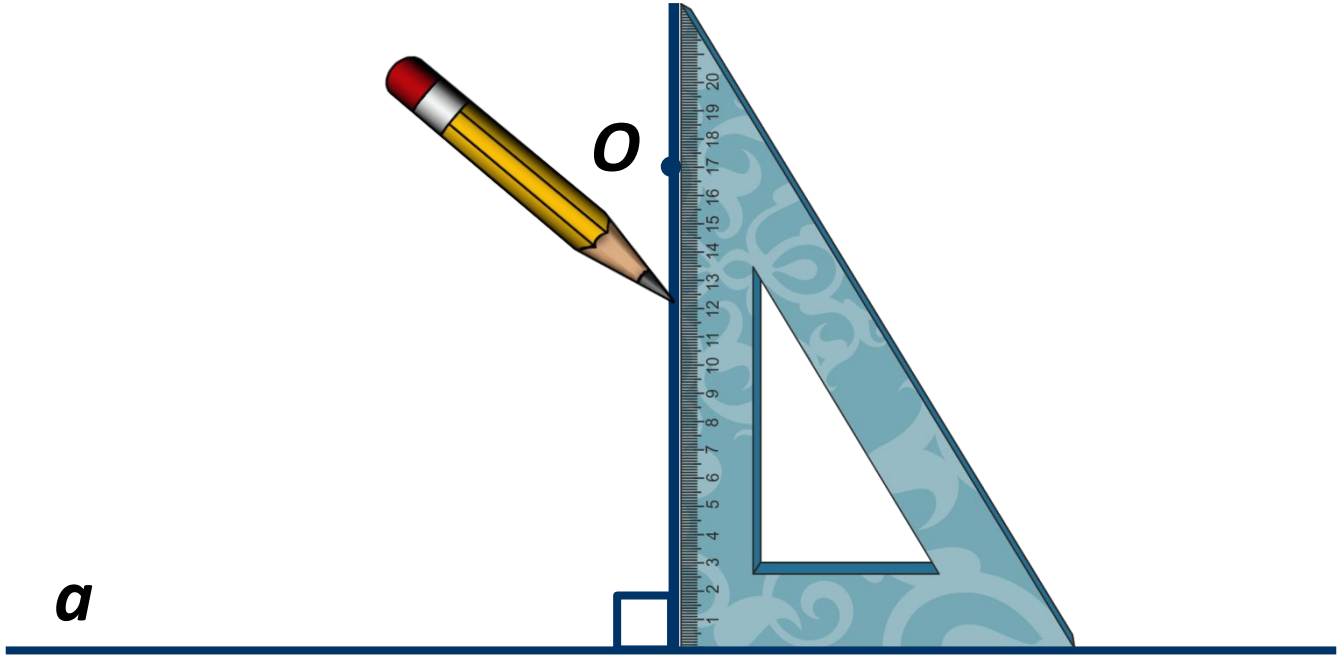
Следовательно, $\angle AD_1D = \angle CD_1D$.

Так как по предположению $\angle AD_1D = 90°$, то $\angle CD_1D = 90°$. Но $\angle AD_1C$ – развёрнутый, D_1A и D_1C составляют прямую, что невозможно.

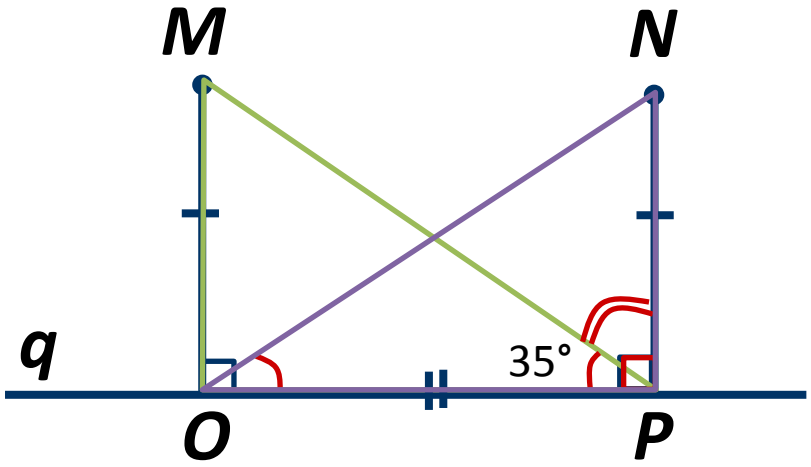
Предположение неверно.

Теорема доказана.




O
a

Задача. Точки *M* и *N* лежат по одну сторону от прямой *q*. Перпендикуляры *MO* и *NP*, проведённые к прямой *q* равны. Найдите градусную меру угла *NPM*, если угол *NOP* равен 35°.



Решение:

Рассмотрим ΔMOP и ΔNPO. NO – общая сторона, $MO = NP$, $\angle MOP = \angle NPO = 90°$. Следовательно, $\Delta MOP = \Delta NPO$ (по первому признаку).

Тогда $\angle NOP = \angle MPO = 35°$.

$\angle NPM = \angle NPO + \angle MPO$, $\angle NPM = 90° - 35°$, $\angle NPM = 55°$.

$\angle NPM = \angle NPO - \angle MPO$.

Ответ: 55°.