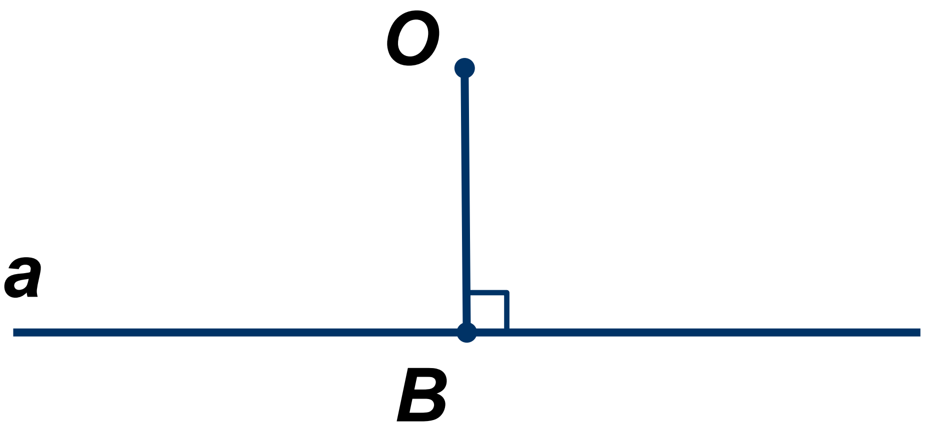
Перпендикуляр к прямой



Отрезок *OB* называется **перпендикуляром**, проведённым из точки *O* к прямой *a*, если отрезок *OB* и прямая *a* перпендикулярны

Точка *B* – основание перпендикуляра.

Теорема. Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.

Доказательство.

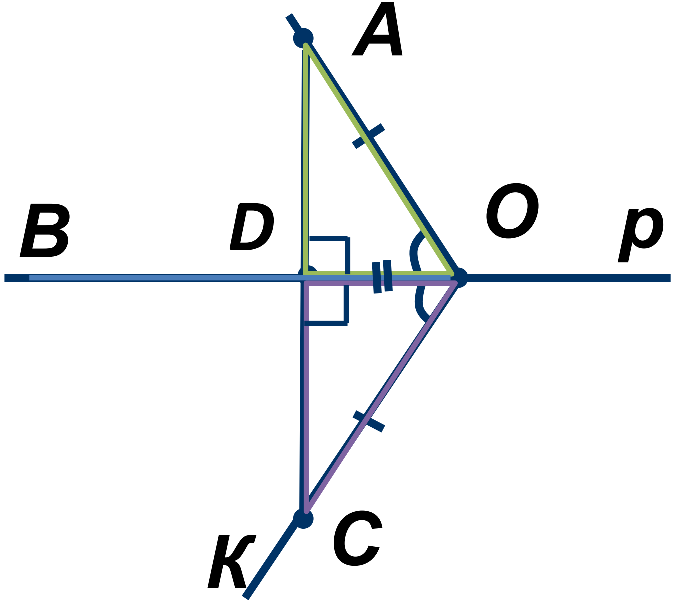
1. *Существование.*

$\triangle AOD = \triangle COD$ (по первому признаку), OD – общая сторона, $\angle AOD = \angle COD$, $OA = OC$.

Следовательно, $\angle CDO = \angle ADO$ (смежные углы).

$\angle CDO = \angle ADO = 90°$.

$AD \perp p$, т. е. перпендикуляр существует.



2. *Единственность.*

Пусть $AD = CD$,

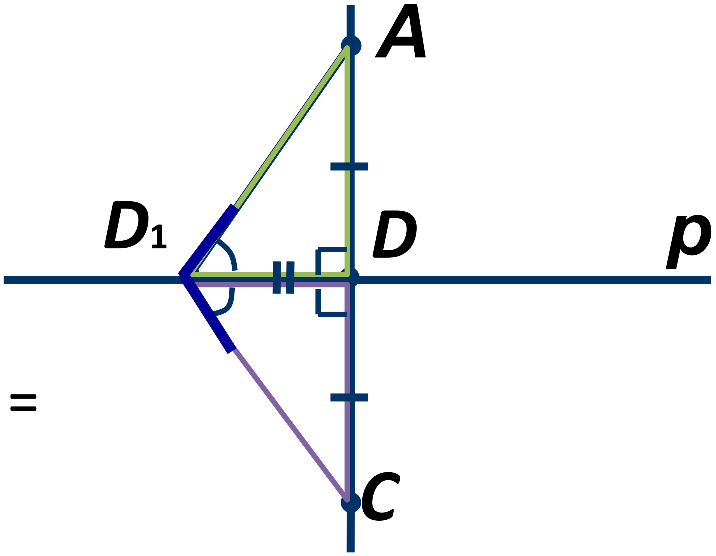
$\Delta ADD_1 = \Delta CDD_1$ (по первому признаку),

DD_1 – общая сторона,

$AD = CD$,

$\angle ADD_1 = \angle CDD_1 = 90°$

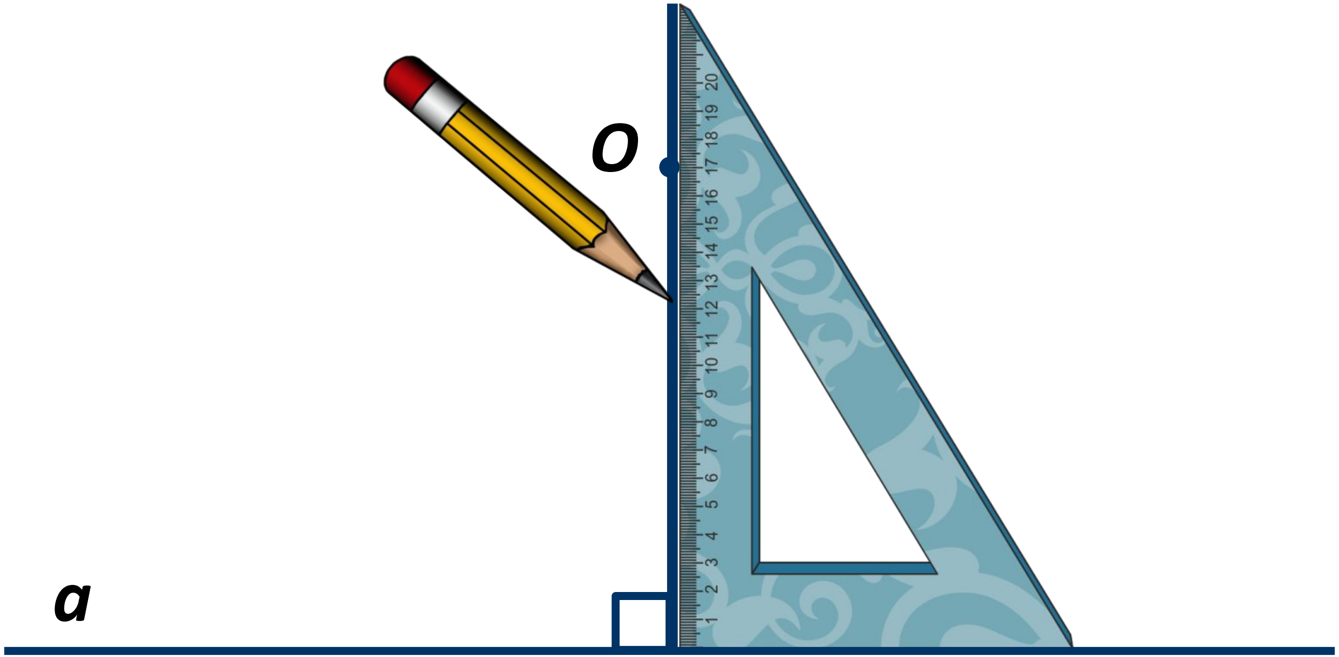
Следовательно, $\angle AD_1D = \angle CD_1D$.



Так как по предположению $\angle AD_1D = 90°$, то $\angle CD_1D = 90°$, значит D_1A и D_1C составляют прямую, $\angle AD_1C$ – развёрнутый, что невозможно.

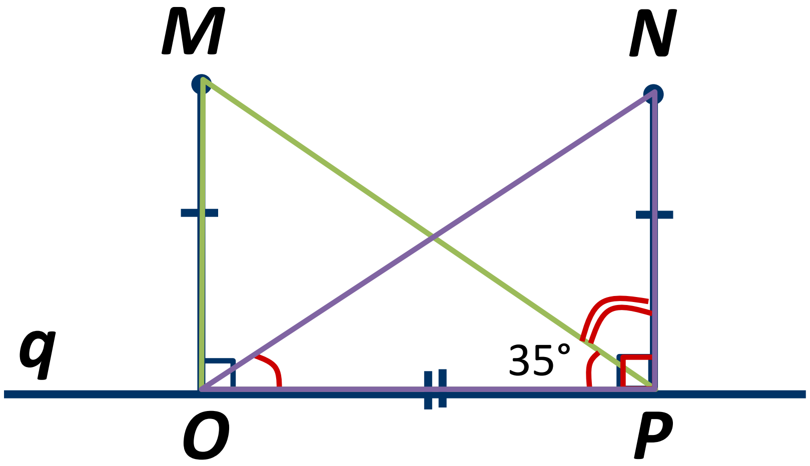
Предположение неверно.

Теорема доказана.


O
a

Задача. Точки *M* и *N* лежат по одну сторону от прямой *q*. Перпендикуляры *MO* и *NP*, проведённые к прямой *q* равны. Найдите градусную меру угла *NPM*, если угол *NOP* равен 35°.

Решение.



Рассмотрим ∆ *MOP* и ∆ *NPO*:

OP – общая сторона, *MO* = *NP*,

∠ *MOP* = ∠ *NPO* = 90°.

Следовательно, ∆ *MOP* = ∆ *NPO* (по первому признаку)

Тогда ∠ *NOP* = ∠ *MPO* = 35°.

∠ *NPO* = ∠ *NPM* + ∠ *MPO*, ∠ *NPM* = ∠ *NPO* − ∠ *MPO*.

∠ *NPM* = 90° − 35°, ∠ *NPM* = 55°.

Ответ: 55°.