

# Применение графов для решения ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Выполнили:  
Штоколов Глеб  
Дегтярев Даниил.

В последнее время интерес к комбинаторике в школьном курсе математики заметно возрос. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей включены в новые стандарты по математике для основной и профильной школ. Формирование комбинаторных представлений и развитие комбинаторного мышления школьников входит в число основных целей обучения математике.

Однако обычно, когда говорят об элементах комбинаторики, имеют в виду задачи алгебраического содержания. Здесь мы рассмотрим комбинаторные задачи, которые можно решать с помощью графов.

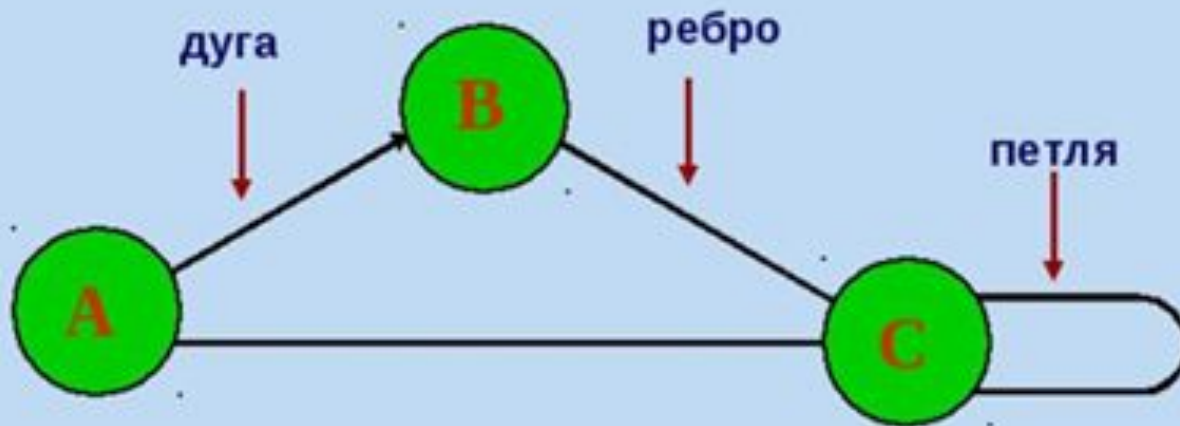
# Состав графа

Граф состоит из **вершин**, связанных линиями.

Направленная линия (со стрелкой) называется **дугой**.

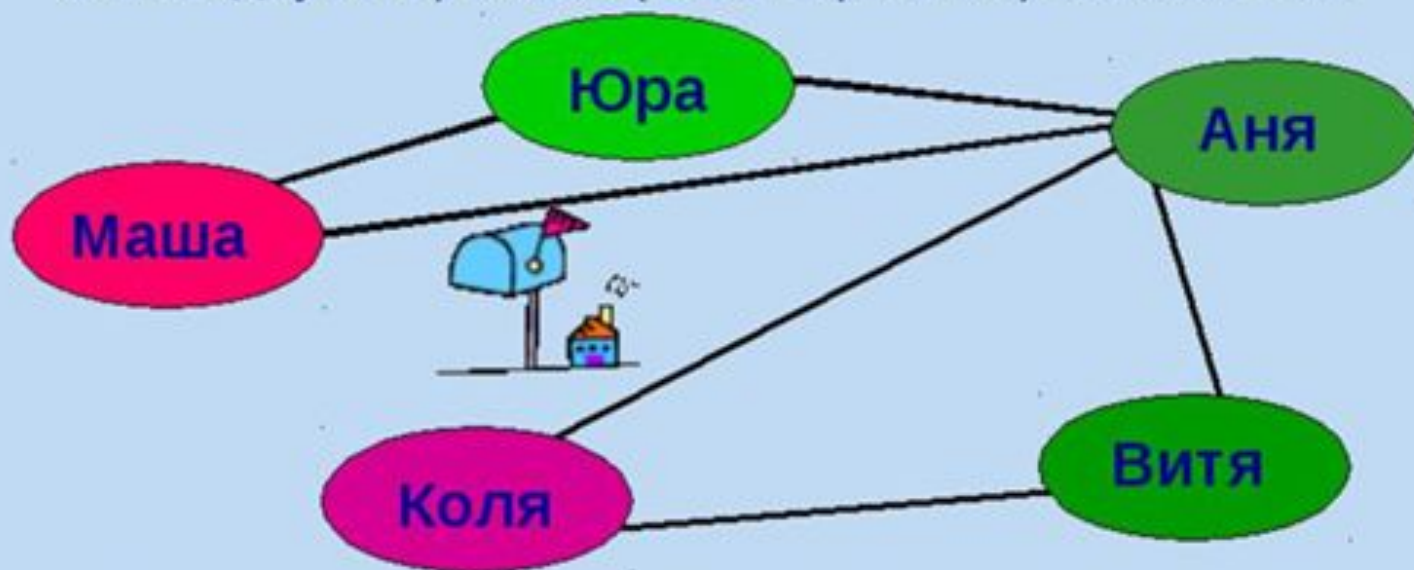
Линия ненаправленная (без стрелки) называется **ребром**.

Линия, выходящая из некоторой вершины и входящая в неё же, называется **петлей**.



## Неориентированный граф -

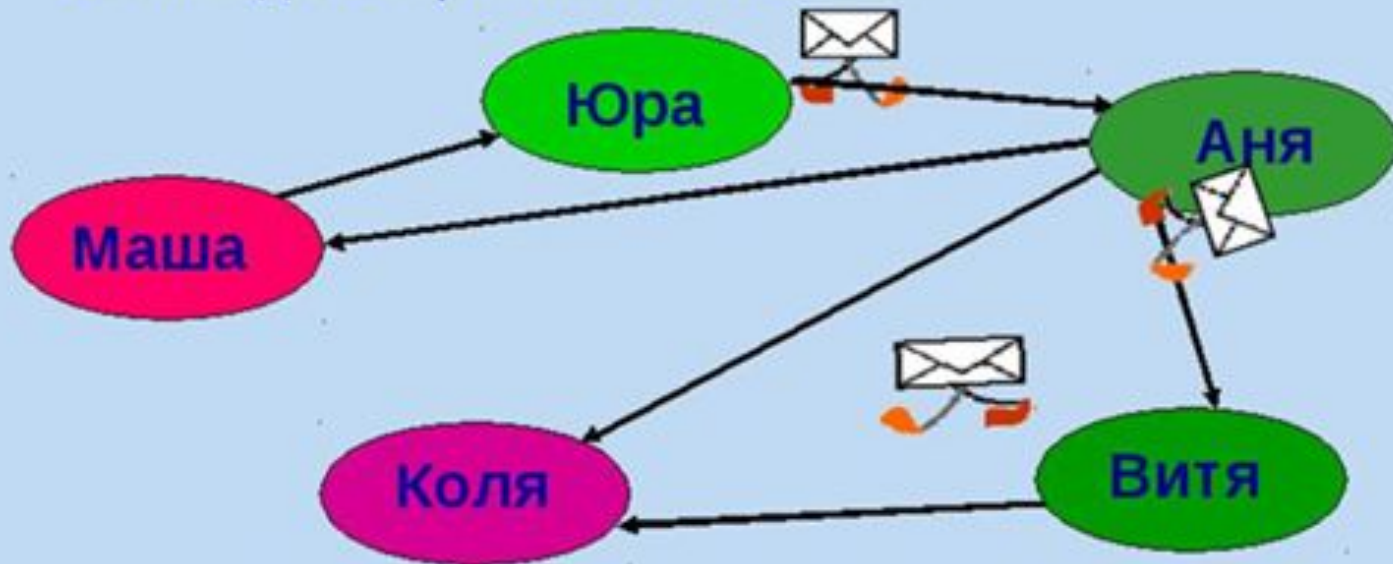
граф, вершины которого соединены ребрами. С помощью таких графов могут быть представлены схемы двухсторонних (симметричных) отношений.



Граф, отражающий отношение «переписываются»  
между объектами класса «дети»

## Ориентированный граф -

граф, вершины которого соединены дугами. С помощью таких графов могут быть представлены схемы односторонних отношений.



Граф, отражающий отношение «пишет письма».

## *Взвешенный граф -*

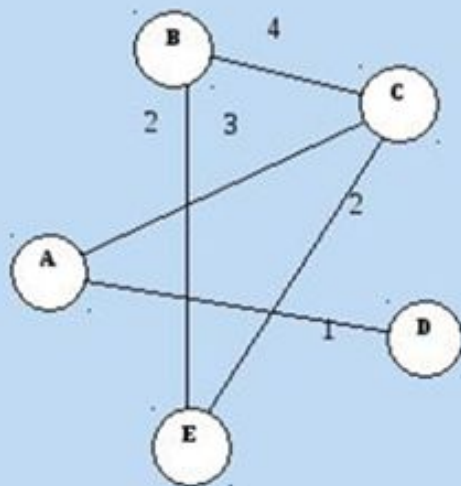
граф, у которого вершины или рёбра (дуги) несут дополнительную информацию (вес).



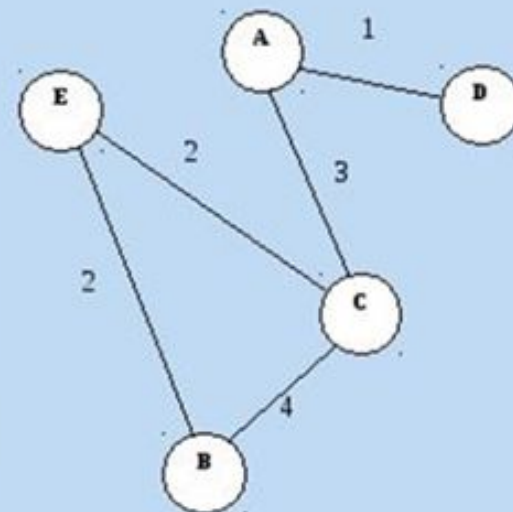
*Дерево* – граф иерархической структуры. Между любыми двумя его вершинами существует единственный путь. Дерево не содержит циклов и петель.



Классификация компьютеров



	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее



# Связность графа

**Определение.** Граф называется связным, если две его вершины могут быть соединены путем, т. е. последовательностью ребер, каждое следующее из которых начинается в конце предыдущего.

**Определение.** Несвязный граф состоит из нескольких «кусков».

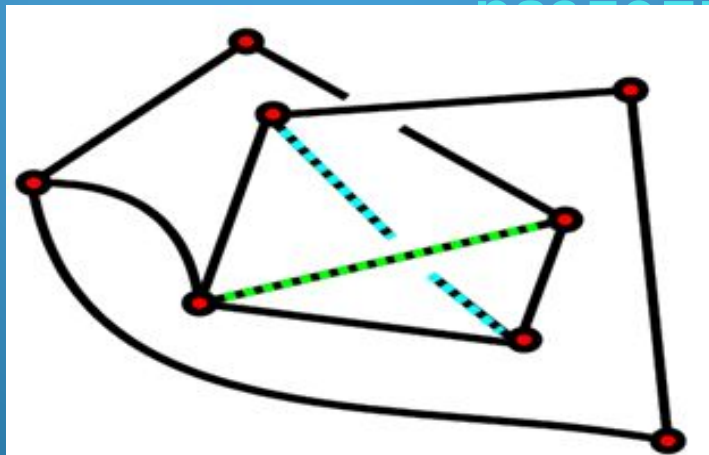
Эти «куски» называются компонентами связности графа. Каждая компонента несвязного графа является, конечно, связным графом.

# Степени вершин графа

Число рёбер, исходящих из вершины графа называется её степенью.

**Теорема.** Для любого графа сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу рёбер.

**Следствие.** Сумма степеней всех вершин графа должна быть четной (иначе ее нельзя было бы разделить на 2 нацело).



Этот граф  
имеет вершины степени 2, 3 и 4

## Применяя граф-дерево можно разрабатывать выигрышные стратегии игр.

### Задача 12 (ЕГЭ 2008).

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами  $(5,2)$ . Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x,y)$  в одну из трех точек: или в точку с координатами  $(x+3,y)$ , или в точку с координатами  $(x,y+3)$ , или в точку с координатами  $(x,y+4)$ . Выигрывает игрок, после хода которого расстояние от фишки до точки с координатами  $(0,0)$  не меньше 13 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков - 'игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

**Спасибо за  
внимание!**