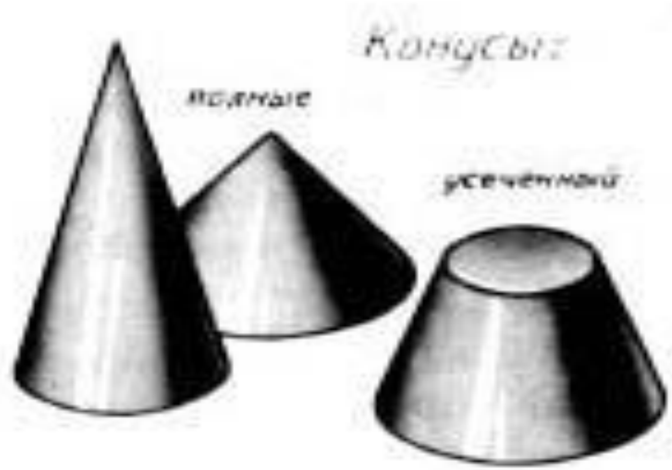
Тема:
объемы тел вращения

Тела вращения



содержание

Объем цилиндра

Объем конуса

Объем усеченного конуса

Объем шара

Контрольная работа

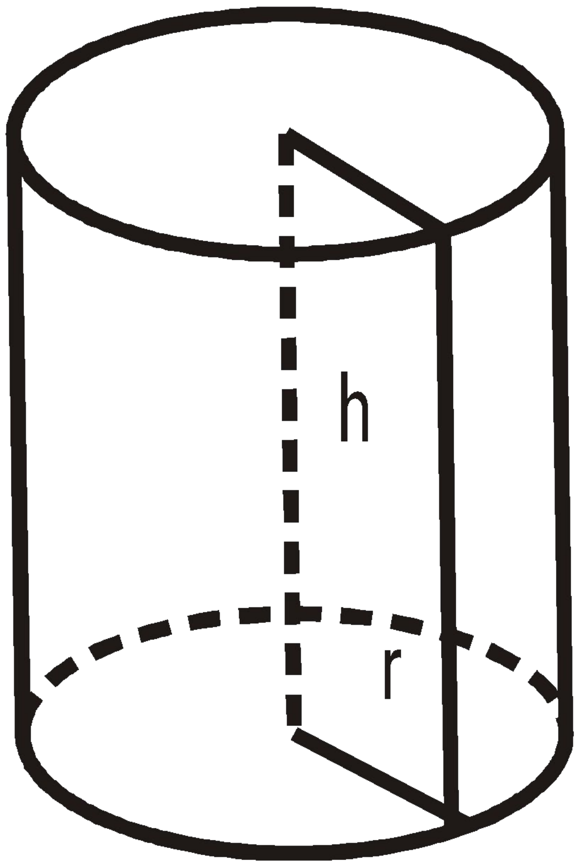
Объем цилиндра

- V= $\pi r^2 H$

r – радиус

H – высота цилиндра

<u>Объем цилиндра </u>равен произведению площади основания на высоту



Задача с решением

Задачи реши самостоятельно

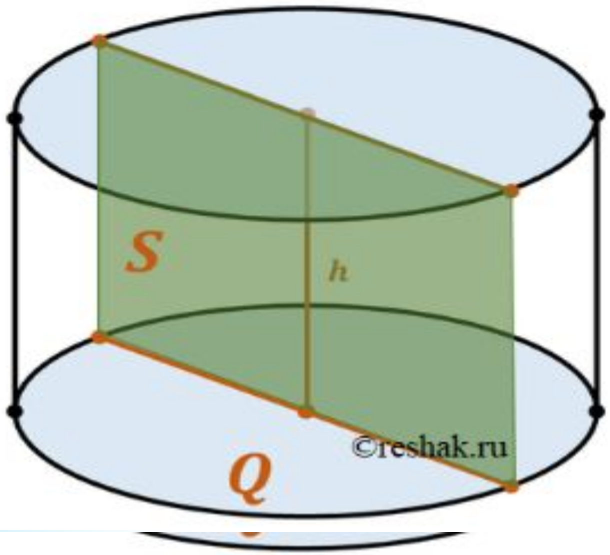
Справочный материал

[Задача 669.](#)

Рисунок к задаче 669.

Дано:
цилиндр
$S_{\text{основания}} = Q$
$S_{\text{осевого сечения}} = S$

Найти:
$V_{\text{цилиндра}} - ?$



Решение:

Осевое сечение цилиндра по построению – прямоугольник .

$$S_{\text{осевого сечения}} = d_{\text{цилиндра}} \cdot h$$

$$S_{\text{основания}} = \frac{\pi\, d^2}{4} \cdot h \Rightarrow$$

$$V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} \cdot h = \frac{\pi\, d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi\left(\frac{S_{\text{осевого сечения}}}{h}\right)^2}{4} \cdot h = \frac{\pi\,(S)^2}{4 \cdot h} \Rightarrow$$

$$Q \cdot h = \frac{\pi\,(S)^2}{4 \cdot h} \Rightarrow h^2 = \frac{\pi\,(S)^2}{4 \cdot Q} \Rightarrow V_{\text{цилиндра}} = Q \cdot h = Q \cdot \sqrt{\frac{\pi\,(S)^2}{4 \cdot Q}} = \frac{S \cdot \sqrt{\pi \cdot Q}}{2}$$

Ответ: $V_{\text{цилиндра}} = \frac{S \cdot \sqrt{\pi \cdot Q}}{2}$

Объем цилиндра:

- 1. Найдите объем цилиндра, если его осевое сечение квадрат, диагональ осевого сечения которого равна $6\sqrt{2}$ см.

  2. Найдите объем цилиндрической дубовой опоры, диаметр основания которой 30 см, а высота 5м

Объем конуса

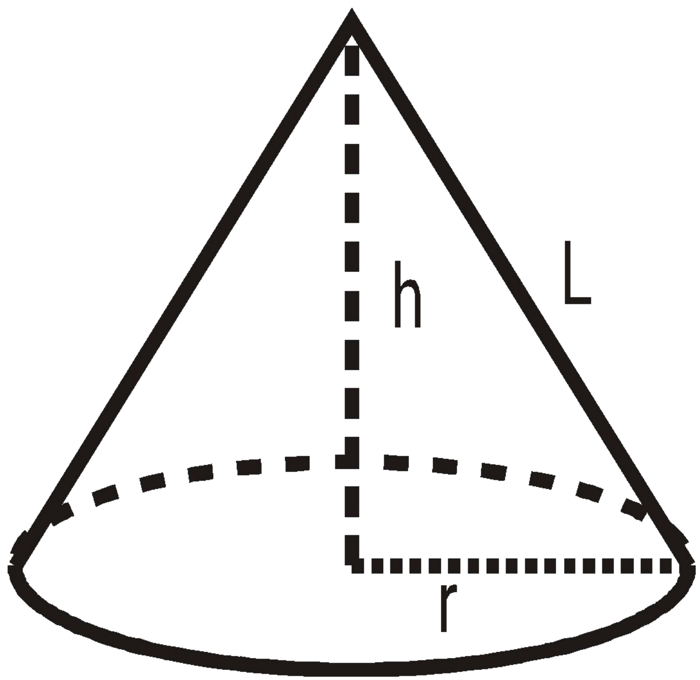
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

L - образующая конуса

r – радиус

h – высота конуса

Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

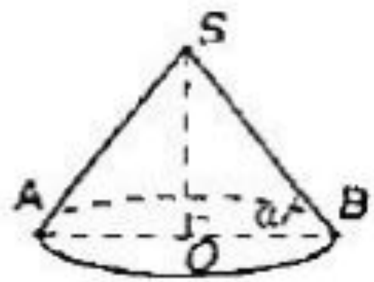


[Задача с решением]

[Задачи реши самостоятельно]

[Справочный материал]

9. **Длина образующей конуса равна l, а длина окружности основания c. Найдите объем конуса.**



Формула для длины окружности $L=2\pi R$. Так что $OB=R=\dfrac{c}{2\pi}$.

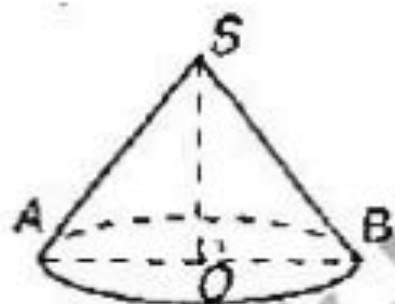
Далее в прямоугольном ΔSBO по теореме Пифагора получаем:

$$SO=\sqrt{BS^2-OB^2}=\sqrt{l^2-\frac{c^2}{4\pi^2}}=\frac{\sqrt{4\pi^2l^2-c^2}}{2\pi}.$$

Тогда $V=\dfrac{1}{3}S_{\text{осн}}\cdot h=$

$$=\frac{1}{3}\pi R^2\cdot SO=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{c^2}{4\pi^2}\cdot\frac{\sqrt{4\pi^2l^2-c^2}}{2\pi}=\frac{c^2}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2l^2-c^2}.$$

10. Образующая конуса l составляет с плоскостью основания угол α. Найдите объем конуса.



В прямоугольном ΔSBO $SO=BS\cdot\sin\alpha=l\sin\alpha$, а $BO=BS\cdot\cos\alpha=l\cos\alpha$.

Тогда $V=\frac{1}{3}S_{осн}\cdot SO=\frac{1}{3}\pi l^2\cos^2\alpha\, l\sin\alpha=\frac{\pi l^3}{3}\cos^2\alpha\sin\alpha$.

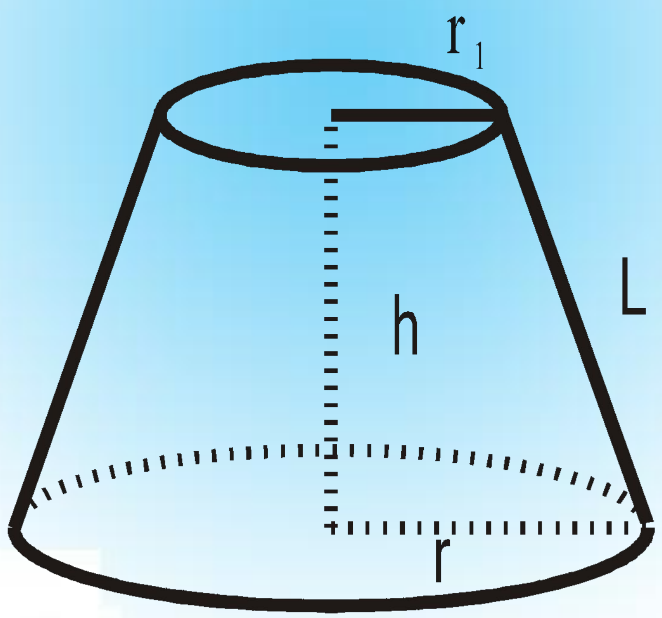
Объем конуса:

- 1. Радиус основания конуса равен 85 см, а образующая составляет с осью конуса угол 30^0. Найдите объем конуса.

2. Радиус основания конуса равен 42 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60^0. Найдите объем конуса.

3. Найдите объем конуса, полная поверхность которого равна 680 дм^2, а образующая 25 дм.

Объем усеченного конуса



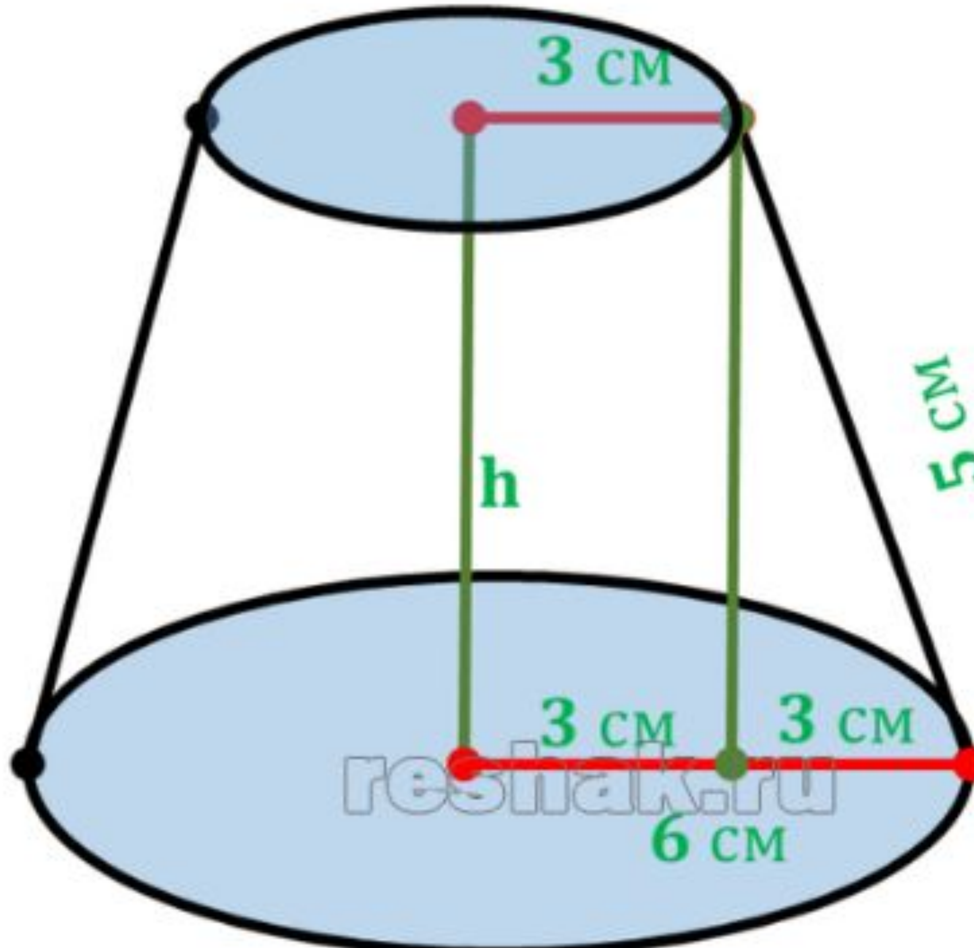
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r^2 + r_1^{\,2} + r r_1\right)$$

r, r_1-радиусы оснований
h – высота
Задачи реши самостоятельно
Справочный материал

708 Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 м и 6 м, а образующая равна 5 м. Найдите объем усеченного конуса.

Задача 708.

Рисунок к задаче 708.



Дано:

Усеченный конус
3 м – меньшее основание
6 м – большее основание
5 м – образующая конуса

Найти:
$V_{\text{усеченного конуса}}$ –?

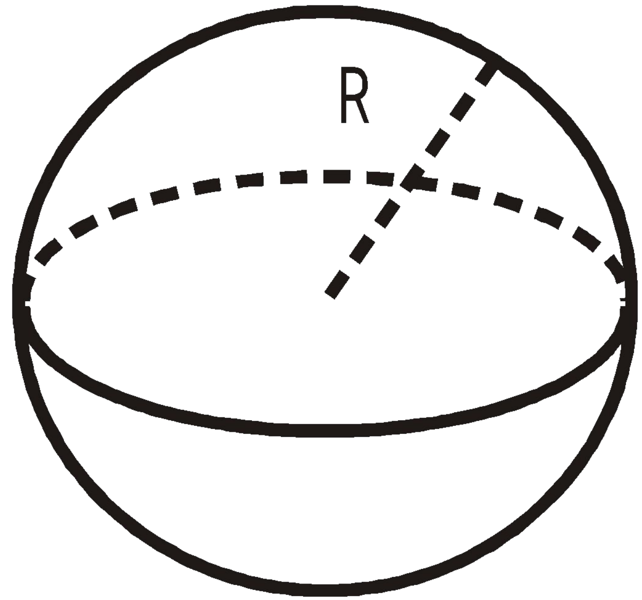
Усеченный конус:

- 1. По данным радиусам оснований усеченного конуса R и r и высоте, равной H, найдите объем усеченного конуса.

  2. Радиусы оснований усеченного конуса R и r, образующая наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Найдите объем усеченного конуса.

Объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$$



R- радиус шара
π=3,14
Задача с решением
Задач реши самостоятельно
Справочный материал

- Стихотворение, которое поможет запомнить две объемные формулы:
- **Поверхность шара** знать я рад: 4π на R^2.
- **Объём шаров** слетает с губ: 4/3 πR^3.

710 Пусть V — объем шара радиуса R, а S — площадь его поверхности. Найдите: а) S и V, если $R = 4$ см; б) R и S, если $V = 113{,}04$ см^3; в) R и V, если $S = 64\pi$ см^2.

710.

1) Площадь шара равна $S = 4\pi R^2$, отсюда $R = \sqrt{\dfrac{S}{4\pi}}$;

2) Объем шара равен $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$, отсюда $R = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}$;

а) Дано: $R = 4$ см; Найти: S и V;

$S = 4\pi \cdot 4^2 = 4 \cdot 16 \cdot \pi = 64\pi$ см^2;

$V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \dfrac{4 \cdot 64}{3}\pi = \dfrac{256}{3}\pi$ см^3;

б) Дано: $V = 113{,}04$ см^3; Найти: R и S;

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 113{,}04}{4 \cdot \pi}} \approx \sqrt[3]{\frac{339{,}12}{12{,}56}} = \sqrt[3]{27} = 3 \text{ см};$$

$$S = 4\pi \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 \cdot \pi = 36\pi \text{ см}^2;$$

в) Дано: $S = 64\pi$ см^2; Найти: R и V;

$$R = \sqrt{\frac{64\pi}{4\pi}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см};$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{4 \cdot 64}{3}\pi = \frac{256}{3}\pi \text{ см}^3;$$

Объем шара:

- 1. Найдите объем гранитного шара диаметром 1,8 м.

2. Объем шара равен $\frac{32}{3}\pi\text{см}^3$. Найдите площадь поверхности шара .

ОБЪЁМЫ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

фигура	формула	правило
Цилиндр		Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.
Конус		Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.
Шар		Объем шара равен четырем третьим произведения числа пи и куба радиуса шара

Справочный материал: Цилиндр

- Цилиндром называется поверхность, образованная вращением прямоугольника вокруг оси, содержащую его сторону
- Радиусом цилиндра называется радиус его основания (обозн.-r)
- Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований, она является образующей. (обозн.-h- высота)

ℓ – образующая

- Ось цилиндра называется прямая, проходящая через центр основания. Она параллельна образующей.
- Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется осевым сечением

Справочный материал: Конус, усеченный конус

- Конусом называется поверхность, образованная вращение прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.
- Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.
- Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.
- Осью прямого конуса называется прямая, содержащая его высоту
- Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называется осевым сечением.
- Плоскость, перпендикулярная оси конуса, отсекает от него меньший конус. Оставшаяся часть называется усеченным конусом.

Справочный материал: Шар

- Шаром называется поверхность, которая состоит из всех точек пространства, находящая на расстоянии, не большем данного, от данной точки.

- Граница шара называется шаровой поверхностью или сферой.

- Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром.

- Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

- Шаровым сектором называется тело, которая получается из шарового сегмента и конуса