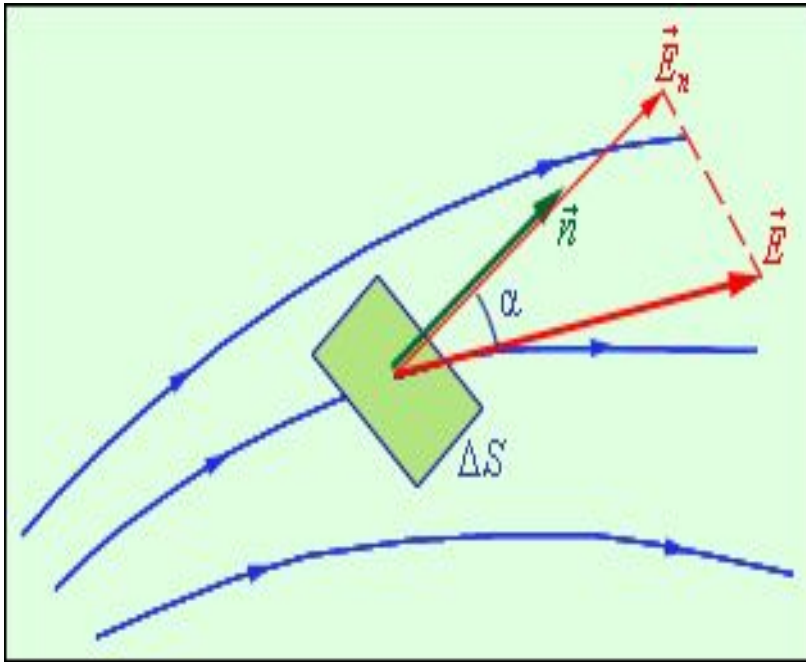


# Теорема Гаусса

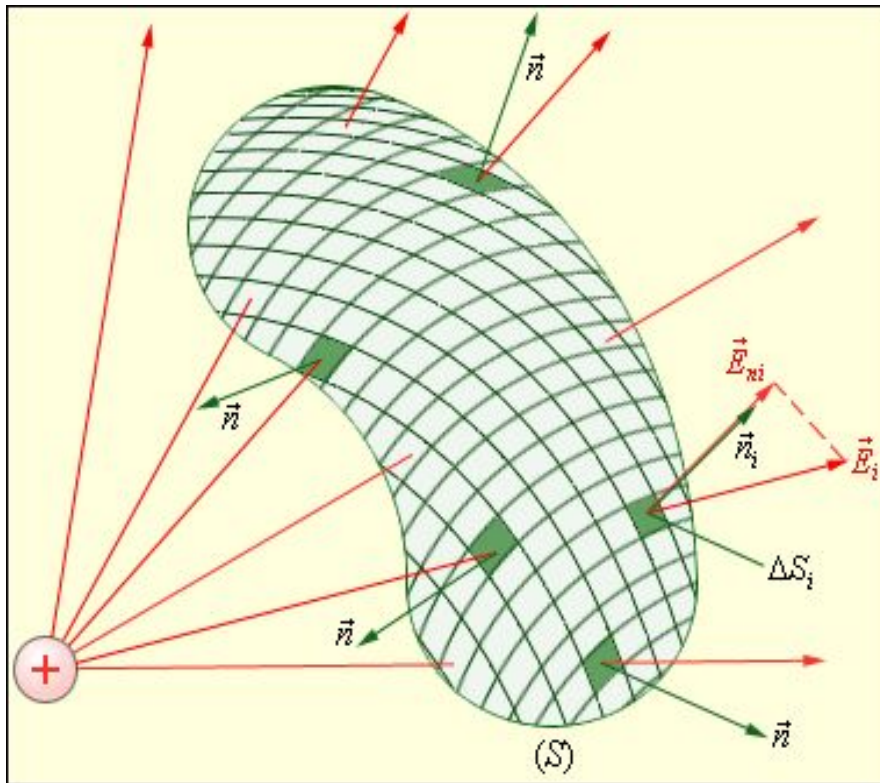


$$\Delta\Phi = E\Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S$$

**$\Phi$  - поток вектора напряженности электрического поля.**

Рассмотрим теперь некоторую произвольную замкнутую поверхность  $S$ . Если разбить эту поверхность на малые площадки  $\Delta S_i$ , определить элементарные потоки  $\Delta\Phi_{\text{поля}}$   $\vec{E}$  через эти малые площадки, а затем их просуммировать, то в результате мы получим поток  $\Phi$  вектора  $\vec{E}$  через замкнутую поверхность  $S$

В случае замкнутой поверхности всегда выбирается **внешняя нормаль**.



$$\Phi = \sum \Delta\Phi_i = \sum E_{ni} \Delta S_i.$$

*Теорема Гаусса* утверждает:

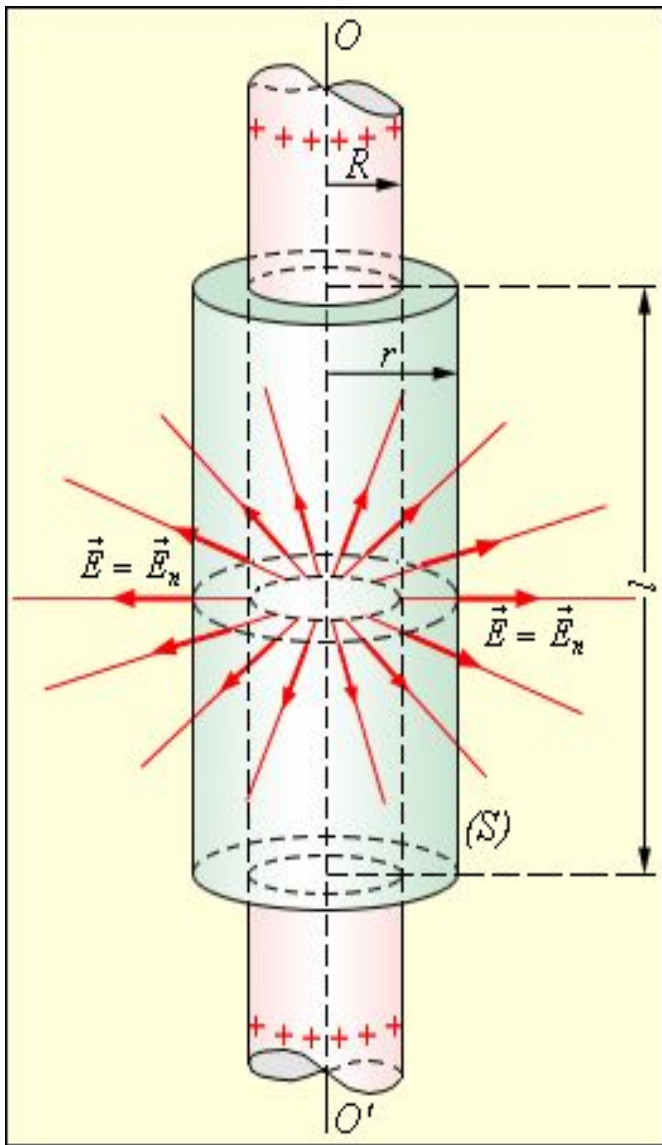
Поток вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную  $\epsilon_0$ .

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\text{внутри}}$$

Используя теорему Гаусса, можно в ряде случаев легко вычислить напряженность электрического поля вокруг заряженного тела, если заданное распределение зарядов обладает какой-либо симметрией и общую структуру поля можно заранее угадать

1. *задача о вычислении поля тонкостенного полого однородно заряженного длинного цилиндра радиуса  $R$ .*

Эта задача имеет осевую симметрию. Из соображений симметрии, электрическое поле должно быть направлено по радиусу. Поэтому для применения теоремы Гаусса целесообразно выбрать замкнутую поверхность  $S$  в виде соосного цилиндра некоторого радиуса  $r$  и длины  $l$ , закрытого с обоих торцов



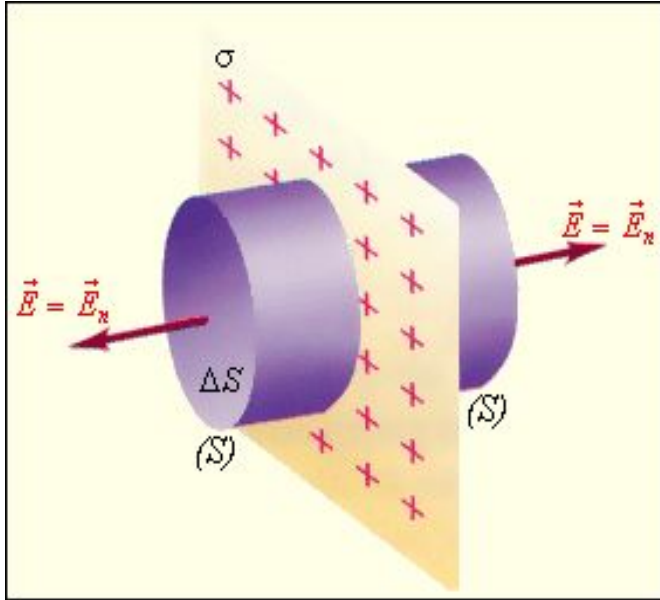
При  $r \geq R$  весь поток вектора напряженности будет проходить через боковую поверхность цилиндра, площадь которой равна  $2\pi r l$ , так как поток через боковые поверхности равен нулю. По формуле Гаусса дает:

$$\Phi = E 2\pi r l = \frac{\tau l}{\epsilon_0},$$

где  $\tau$  – заряд единицы длины цилиндра. Отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

## 2.определение поля равномерно заряженной плоскости



В этом случае гауссову поверхность  $S$  целесообразно выбрать в виде цилиндра некоторой длины, закрытого с обоих торцов. Ось цилиндра направлена перпендикулярно заряженной плоскости, а его торцы расположены на одинаковом расстоянии от нее. В силу симметрии поле равномерно заряженной плоскости должно быть везде направлено по нормали. Применение теоремы Гаусса дает:

$$2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0} \text{ или } E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

где  $\sigma$  – **поверхностная плотность заряда**, то есть заряд, приходящийся на единицу площади.