

Определитель 3-го порядка

ПУСТЬ ДАНА СИСТЕМА ИЗ ТРЕХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ
ОТНОСИТЕЛЬНО ТРЕХ НЕИЗВЕСТНЫХ

$$\begin{cases} a_{1_1}x + a_{1_2}y + a_{1_3}z = b_1; \\ a_{2_1}x + a_{2_2}y + a_{2_3}z = b_2; \\ a_{3_1}x + a_{3_2}y + a_{3_3}z = b_3. \end{cases}$$

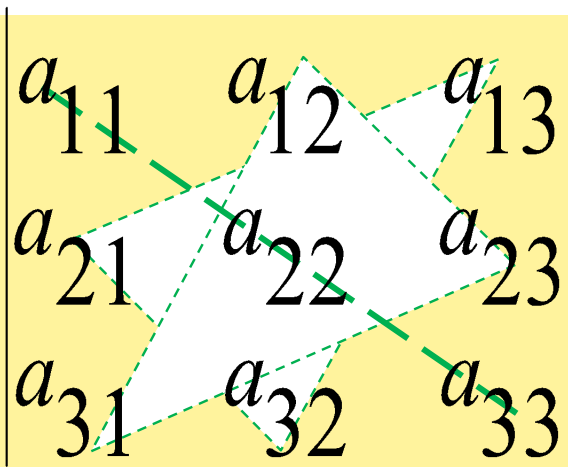
Определителем третьего
порядка, назовем число **D**,
равное



$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

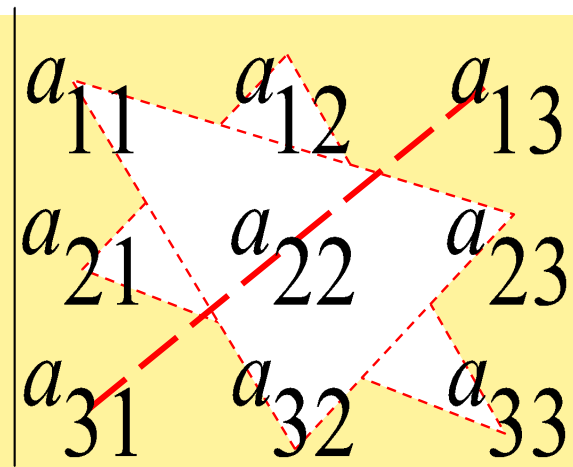
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

Правило треугольника


$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

A 3x3 matrix with elements a_{ij} is shown. A green dashed triangle is drawn with vertices at the positions of a_{11} , a_{22} , and a_{33} . The elements a_{11} , a_{22} , and a_{33} are highlighted with solid green lines.

Со знаком (+)


$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

A 3x3 matrix with elements a_{ij} is shown. A red dashed triangle is drawn with vertices at the positions of a_{12} , a_{21} , and a_{33} . The elements a_{12} , a_{21} , and a_{33} are highlighted with solid red lines.

Со знаком (-)

Вычислить определители



$$a) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$б) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$в) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 5 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

ОТВЕТЫ: а) -3; б) -5; в) 14

Решить уравнения



$$1). \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ x & -4 & 6 \\ -1 & x & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$2). \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$3). \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & x^2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -5 & x \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 8 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

Свойства определителя 3-го порядка



Свойство 1. Величина определителя не изменяется при замене строк столбцами.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -17 \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Свойство 2. При перестановке двух строк (столбцов) между собой, величина определителя меняет знак.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -11 \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix} =$$

Свойство 3. Определитель с двумя одинаковыми (пропорциональными) строками (столбцами) равен нулю.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 1 \\ 5 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$



Свойство 4. Если все элементы некоторой строки (столбца) содержат одинаковый множитель, то этот множитель можно вынести за знак определителя.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6 = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 * 3$$

Свойство 6. Определитель, содержащий две пропорциональные строки, равен нулю.



Свойство 7. Величина определителя не изменится, если к элементам некоторой строки (столбца) добавить соответствующие элементы другой строки(столбца), предварительно умножив их на один и тот же множитель.