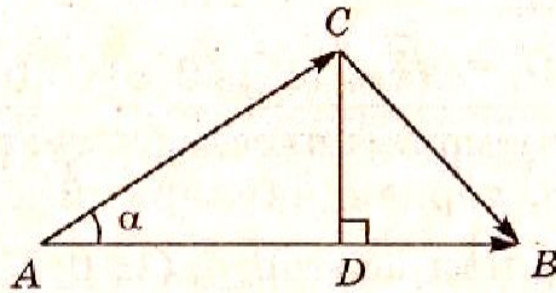


Применение метода координат



Расстояние от точки до прямой



Пусть вершины A , B и C имеют координаты:

$A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$.

Расстояние от точки C до стороны AB — это длина перпендикуляра CD , опущенного из вершины C на прямую, содержащую сторону AB .

Тогда $\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$,

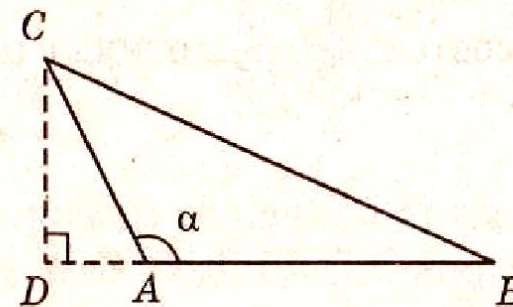
$\overline{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A)$.

Пусть α — угол между векторами, тогда

$$\cos \alpha = \frac{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|}.$$

Значит, $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$.

Из $\triangle ADC$ $CD = AC \sin \alpha = |\overline{AC}| \sin \alpha$.



Если $\angle CAB = \alpha > 90^\circ$, то $\cos \alpha < 0$. В этом случае длину CD находим из $\triangle CAD$, где $\angle CAD$ — искомый угол между AC и AB .



Расстояние от точки до плоскости

Пусть ρ — расстояние от точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости $ax + by + cz + d = 0$, тогда

$$\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$



Применение метода координат

685. Точки M и N — середины соответственно ребер AA_1 и AD куба $A...D_1$. Найдите угол между прямыми C_1N и AB_1 .

686. В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка M — середина ребра AC , $AB : AA_1 = 1 : \sqrt{3}$. Найдите угол между прямыми B_1M и BA_1 .

687. В основании пирамиды $MABC$ лежит прямоугольный $\triangle ABC$. Ребро $MC \perp (ABC)$, $MC = AC = BC$. На ребрах MC , MB и BC взяты соответственно точки E , F и K — середины этих ребер. Найдите угол между прямыми CF и AK .

688. В основании пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Ребро $MB \perp (ABCD)$, $MB = AB$, P — середина ребра MC . Найдите угол между прямыми AC и PD .

689. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны 1. На ребрах AA_1 и CC_1 взяты соответственно точки M и N — середины этих ребер. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC .

691. В правильной четырехугольной призме $A...D_1$ диагональ A_1C образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью AB_1D_1 .

692. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ отношение высоты MO к стороне основания равно $2 : 3$. На диагонали AC отмечена точка K такая, что $AK : AC = 1 : 4$. Найдите угол между прямой MK и плоскостью MBD .

693. Точки M и N соответственно середины ребер CD и AD куба $A...D_1$. Найдите угол между плоскостью диагонального сечения AA_1C_1C и прямой C_1N .

694. В правильной четырехугольной призме $A...D_1$ диагональ A_1C образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью B_1DE , где точка E — середина CC_1 .

695. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45° . На высоте MO пирамиды отмечена точка K — середина MO . Найдите угол между прямой DK и плоскостью MBC .

696. Точка M — середина ребра CC_1 куба $A...D_1$. Найдите угол между плоскостями A_1B_1C и BDM .

697. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями BMC_1 и B_1MC_1 , где M — середина ребра AC .

698. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями A_1ED и AA_1D .

699. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ высота $MO = AB$. Точки N , K и P соответственно середины ребер MA , AC и MC . Найдите угол между плоскостями BKP и BNK .

700. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный $\triangle ABC$, где $AC = BC = AA_1$. Известно, что P — середина ребра BB_1 . Найдите угол между плоскостями APC_1 и BCC_1 .

