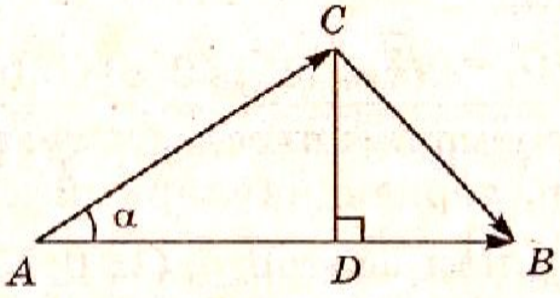
Применение метода координат

Расстояние от точки до прямой



Пусть вершины A, B и C имеют координаты:
$A(x_A; y_A, z_A)$, $B(x_B; y_B, z_B)$, $C(x_C; y_C, z_C)$.
Расстояние от точки C до стороны AB — это длина перпендикуляра CD, опущенного из вершины C на прямую, содержащую сторону AB.

Тогда $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A, z_B - z_A)$,

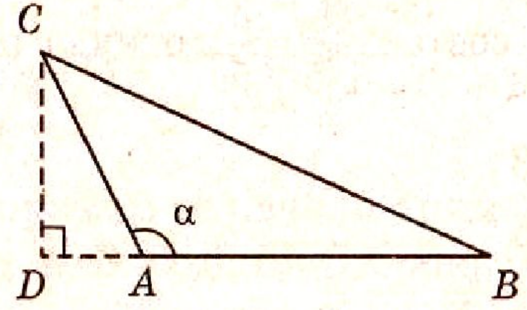
$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A, z_C - z_A)$.

Пусть α — угол между векторами, тогда

$$\cos\alpha = \frac{\left|\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|}.$$

Значит, $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

Из ΔADC $CD = AC\sin\alpha = \left|\overrightarrow{AC}\right|\sin\alpha$.



Если $\angle CAB = \alpha > 90°$, то $\cos\alpha < 0$. В этом случае длину CD находим из ΔCAD, где $\angle CAD$ — искомый угол между AC и AB.

Расстояние от точки до плоскости

Пусть ρ — расстояние от точки $M_0\ (x_0;\ y_0;\ z_0)$ до плоскости $ax + by + cz + d = 0$, тогда

$$\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Применение метода координат

685. Точки M и N — середины соответственно ребер AA_1 и AD куба $A...D_1$. Найдите угол между прямыми C_1N и AB_1.

686. В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка M — середина ребра AC, $AB : AA_1 = 1 : \sqrt{3}$. Найдите угол между прямыми B_1M и BA_1.

687. В основании пирамиды $MABC$ лежит прямоугольный ΔABC. Ребро $MC \perp (ABC)$, $MC = AC = BC$. На ребрах MC, MB и MC взяты соответственно точки E, F и K — середины этих ребер. Найдите угол между прямыми CF и AK.

688. В основании пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Ребро $MB \perp (ABCD)$, $MB = AB$, P — середина ребра MC. Найдите угол между прямыми AC и PD.

689. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны 1. На ребрах AA_1 и CC_1 взяты соответственно точки M и N — середины этих ребер. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC.

691. В правильной четырехугольной призме $A...D_1$ диагональ A_1C образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью AB_1D_1.

692. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ отношение высоты MO к стороне основания равно 2 : 3. На диагонали AC отмечена точка K такая, что $AK : AC = 1 : 4$. Найдите угол между прямой MK и плоскостью MBD.

693. Точки M и N соответственно середины ребер CD и AD куба $A...D_1$. Найдите угол между плоскостью диагонального сечения AA_1C_1C и прямой C_1N.

694. В правильной четырехугольной призме $A...D_1$ диагональ A_1C образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью B_1DE, где точка E — середина CC_1.

695. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45°. На высоте MO пирамиды отмечена точка K — середина MO. Найдите угол между прямой DK и плоскостью MBC.

696. Точка M — середина ребра CC_1 куба $A...D_1$. Найдите угол между плоскостями A_1B_1C и BDM.

697. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями BMC_1 и B_1MC_1, где M — середина ребра AC.

698. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями A_1ED и AA_1D.

699. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ высота $MO = AB$. Точки N, K и P соответственно середины ребер MA, AC и MC. Найдите угол между плоскостями BKP и BNK.

700. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный ΔABC, где $AC = BC = AA_1$. Известно, что P — середина ребра BB_1. Найдите угол между плоскостями APC_1 и BCC_1.