

Математическая вертикаль – вебинар 1

Преподаватель: Закирова Анна Александровна

Дата: 08.04.2020



Знакомство с видами задач на вступительной работе для поступления в математическую вертикаль

Цели вебинара

1. Знакомство с условиями задач.
2. Разъяснение основных принципов написания решения стандартных задач.
3. Проверка взаимопонимания со слушателями
4. Озвучивание и демонстрация идеи решения примеров первой части.
5. Разбор заданий 9 и 10

Необходимые материалы

1. <https://vertical.sch-int.ru/kak-rabotat-v-proekte/arhiv-kontrolnyh/>
2. <https://www.karusel.desc.ru/>

Разбор некоторых заданий прошлых вариантов

Повторим порядок выполнения арифметических действий

(Сначала действия в скобках, потом умножение и деление, последним сложение и вычитание)

1а) Найдите значение выражения: $\frac{5}{7} + 3 : \left(\frac{17}{10} - \frac{8}{15} \right)$

$$1) \quad \frac{17}{10} - \frac{8}{15} = \frac{51}{30} - \frac{16}{30} = \frac{35}{30} = \frac{7}{6}$$

$$2) \quad 3 : \frac{7}{6} = 3 \cdot \frac{6}{7} = \frac{3 \cdot 6}{7} = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$$

$$3) \quad \frac{5}{7} + 2\frac{4}{7} = 2 + \frac{5+4}{7} = 2 + \frac{9}{7} = 2 + 1\frac{2}{7} = 3\frac{2}{7}$$

Ответ: $3\frac{2}{7}$

16) Найдите значение выражения:

$$18 : 3,6 - 1,5 \cdot (1,55 - 0,65)$$

1) $1,55 - 0,65 = 0,9$

2) $1,5 \cdot 0,9 = 1,35$

3) $18 : 3,6 = 18 : \frac{36}{10} = 18 \cdot \frac{10}{36} = \frac{18 \cdot 10}{36} = \frac{10}{2} = 5$

4) $5 - 1,35 = 3,65$

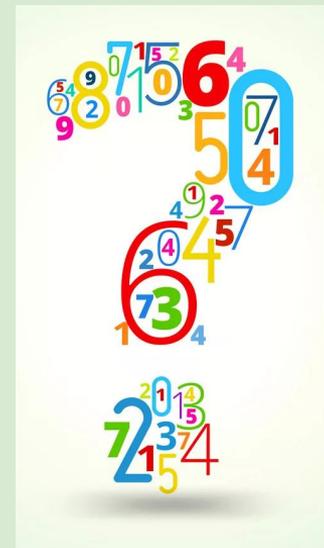
Ответ: $3,65$

2. (1 балл) Сколько существует чисел от 1 до 32, которые делятся на 5, но не делятся на 2?

Это числа, оканчивающиеся

на 5, их 3 (5, 15, 25)

Ответ: 3



3. (1 балл) Бригада рабочих состоит из 30 человек: плотников и землекопов; причем в копании ям участвуют только землекопы. После того, как в бригаду наняли еще 6 землекопов, скорость копания ям увеличилась в три раза. Сколько в бригаде плотников? Все землекопы копают с одинаковой скоростью.



Если мы при добавлении 6 землекопов увеличили скорость в три раза - значит именно землекопов стало в три раза больше.

В уме составим уравнение:

$$\text{землекопы} + 6 = \text{землекопы} \cdot 3,$$

$$\text{землекопы} \cdot 2 = 6,$$

$$\text{землекопы} = 3.$$

Вспомним что всего было 30 рабочих:

$$30 - 3 = 27(\text{чел.}) - \text{плотники.}$$

Ответ: 27 плотников.



4. (1 балл) У Вовы был прямоугольный торт. Чтобы разделить его между одноклассниками, он сделал 2 разреза параллельно длинной стороне и 3 разреза параллельно короткой стороне (каждый разрез он делал от края до края торта). После этого каждый получившийся кусочек он разделил пополам.

Сколько человек учится в классе, если все, кроме Вовы, получили по одному куску торта?



Если разрезаем прямоугольный торт в одну сторону двумя разрезами, а в другую тремя, сколько кусков получится?

Т.к. частей больше чем интервалов (разрезов) на 1, то
 $(2 + 1) \cdot (3 + 1) = 3 \cdot 4 = 12$ (кусков) – после больших разрезов

А потом каждый кусочек ещё пополам, и получим

$12 \cdot 2 = 24$ (куска) – всего, т.е. 24 человека в классе без Вовы

$24 + 1 = 25$ (человек) – в классе с Вовой

Ответ: 25 человек

5. (3 балла) Андрей, Гена, Боря и Вася братья.

Им 3, 8, 12 и 14 лет (кому сколько лет, неизвестно). Известно, что сумма возрастов Андрея и Бори делится на 4, а Андрея и Васи – на 5.

Сколько лет Гене?



Посмотрим на все возможные суммы, которые можно получить, сложив возраст каких-то двух братьев (3, 8, 12 и 14) -> 11, 15, 17, 20, 22, 26.

Заметим, что единственные два числа, сумма которых делится на 4 – это 8 и 12, поэтому кому-то из Андрея и Бори 8 лет, а кому-то – 12 лет.

Два числа, сумма которых делится на 5 – это 3 и 12 или 8 и 12. Но 8 и 12 быть не может, поскольку это возраста Андрея и Бори, поэтому кому-то из Андрея и Васи 3 года, а кому-то – 12 лет.

Поскольку единственное имя, которое не встретилось в условиях – это Гена, а единственное не встретившееся число – это 14, то Гене 14 лет.

Замечание. Можно рассуждать по-другому. Поскольку Андрей присутствует в обоих условиях, то ему 12 лет. Отсюда Васе – 3 года, Боре – 8 лет, а **Гене – 14 лет.**

Ответ: 14 лет

6. (3 балла) Гулливер гонится за лилипутом. Первоначально расстояние между ними равно 8 шагам Гулливера.

Пока Гулливер делает 1 шаг, лилипут пробегает 7 шагов, но один шаг Гулливера такой же длины, как 11 шагов лилипута.

Сколько шагов успеет пробежать лилипут до того момента, когда Гулливер его догонит?



Т.к. первоначально между ними 8 шагов Гулливера, и каждый шаг Гулливера равен 11 шагам лилипута, то между Гулливером и лилипутом 88 шагов лилипута.

За один шаг Гулливер проходит расстояние, равное 11 шагам лилипута, а в это время лилипут успевает отбежать на 7 шагов. Таким образом, за один шаг Гулливера расстояние между ними сокращается на $11 - 7 = 4$ шага лилипута.

Поэтому Гулливеру потребуется $88 : 4 = 22$ шага, чтобы догнать лилипута.

За это время лилипут успеет пройти $22 \cdot 7 = \mathbf{154}$ шага.

Ответ: 154 шага.

**А сейчас я вам предлагаю попробовать свои силы в
решении аналогичных задач.**

Проверка усвоенных знаний



1. Прямоугольный кусок ткани режут на носовые платки. Сначала было сделано 4 разреза параллельно короткой стороне, затем 1 разрез параллельно длинной стороне (все разрезы сделаны от края до края). Потом каждый кусок разрезали на 4 части.

Сколько получилось платков?

2. На шоколадной фабрике есть 100 автоматов для производства белого и молочного шоколада, причем каждый автомат может создавать только один тип шоколада. После того, как фабрика закупила 80 автоматов для белого шоколада, производство белого шоколада увеличилось в 5 раз.

Сколько на фабрике автоматов для производства молочного шоколада? Все автоматы работают с одинаковой скоростью.



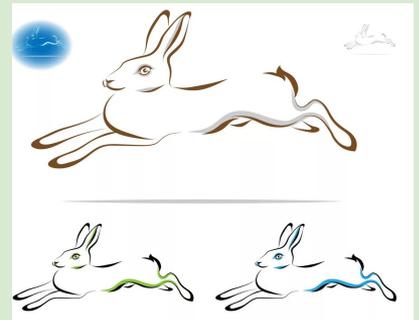
3. Мальчик купил в магазине альбом для рисования, цветные карандаши, акварельные краски и фломастеры. За покупки он заплатил 55, 51, 39, 26 рублей, но неизвестно за какую покупку сколько.

Известно, что сумма стоимости альбома и красок делится на 6, а альбома и карандашей на 7. Сколько стоят фломастеры ?

4. Пока мама зайчиха занималась делами, зайчонок решил пойти погулять. Он сделал 300 прыжков, когда мама заметила, что он исчез и бросилась его догонять.

Пока мама делает 1 прыжок, зайчонок делает 3, но длина прыжка зайчихи в 9 раз больше прыжка зайчонка. Зайчонок заметил маму и бросился удирать, когда расстояние между ними сократилось до 120 его прыжков. Он стал делать 5 прыжков за 1 прыжок мамы.

Сколько всего прыжков сделает зайчонок до того, как мама его догонит?



5. Коля, Вася, Лена, Наташа и Таня упаковывали теннисные шарики в коробки, по 8 штук в каждую. Больше всех шариков упаковала Лена – 37, меньше всех – Вася – 19.

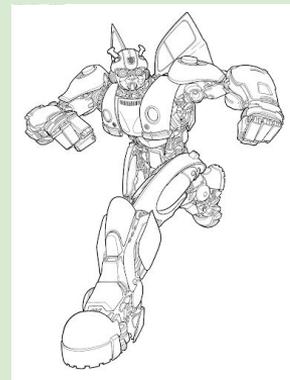
Сколько всего коробок было упаковано, если количество шариков, упакованных Колей, Наташей и Таней делится на 9.



6. Бамблби решил посоревноваться в беге с Рэтчетом. Чтобы было интересно, Бамблби дал своему другу фору равную 14 своим шагам (отошёл назад на 14 шагов).

Пока Бамблби делает 1 шаг, Рэтчет пробегает 9 шагов, но один шаг Бамблби такой же длины, как 15 шагов Рэтчета. Линия финиша находится в 400 шагах Рэтчета от него.

Успеет ли Рэтчет добежать до финиша, прежде чем Бамблби обгонит его?



Подумайте
над задачами

Решения

1. Прямоугольный кусок ткани режут на носовые платки. Сначала было сделано 4 разреза параллельно короткой стороне, затем 1 разрез параллельно длинной стороне (все разрезы сделаны от края до края). Потом все куски разрезали на 4 части. Сколько получилось платков?

Решение: $5 \cdot 2 \cdot 4 = 40$ платков получилось.

Ответ: 40 платков.

2. На шоколадной фабрике есть 100 автоматов для производства белого и молочного шоколада, причем каждый автомат может создавать только один тип шоколада. После того, как фабрика закупила 80 автоматов для белого шоколада, производство белого шоколада увеличилось в 5 раз. Сколько на фабрике автоматов для производства молочного шоколада? Все автоматы работают с одинаковой скоростью.

Решение: пусть было x автоматов для белого шоколада, тогда составим уравнение $x + 80 = 5x$. Решим его: $80 = 4x$, $x = 80 : 4 = 20$.
Значит автоматов для молочного было $100 - 20 = 80$. **Ответ: 80.**

3. Мальчик купил в магазине альбом для рисования, цветные карандаши, акварельные краски и фломастеры. За покупки он заплатил 55, 51, 39, 26 рублей, но неизвестно за какую покупку сколько. Известно, что сумма стоимости альбома и красок делится на 6, а альбома и карандашей на 7. Сколько стоят фломастеры?

Решение: Рассмотрим все суммы.

$$55 + 51 = 106 \text{ (не кратно ни 6 ни 7)}$$

$$55 + 39 = 94 \text{ (не кратно ни 6 ни 7)}$$

$$55 + 26 = 81 \text{ (не кратно ни 6 ни 7)}$$

$$39 + 26 = 65 \text{ (не кратно ни 6 ни 7)}$$

$$51 + 26 = 77 \text{ (кратно 7) альбом и карандаши}$$

$$51 + 39 = 90 \text{ (кратно 6) альбом и краски}$$

Значит фломастеры стоят 55 рублей

Ответ: 55 рублей

4. Пока мама зайчиха занималась делами, зайчонок решил пойти погулять. Он сделал 300 прыжков, когда мама заметила, что он исчез, и бросилась его догонять. Пока мама делает 1 прыжок, зайчонок делает 3, но длина прыжка зайчихи в 9 раз больше прыжка зайчонка. Зайчонок заметил маму и бросился удирать, когда расстояние между ними сократилось до 120 его прыжков. Он стал делать 5 прыжков за 1 прыжок мамы. Сколько всего прыжков сделает зайчонок до того, как мама его догонит?

Решение: В первой половине погони расстояние за 1 мамин прыжок сокращалось на 6 прыжков зайчонка. За 30 маминых прыжков сократилось до $300 - 30 \cdot 6 = 120$ прыжков зайчонка.

Далее за 1 мамин прыжок расстояние сокращалась на $9 - 5 = 4$ прыжка зайчонка. Мама догнала его за $120 : 4 = 30$ прыжков. Мама сделала всего 60 прыжков, что равно $60 \cdot 9 = 540$ прыжков зайчонка. Всего зайчонок сделал 540 прыжков.

(по другому $300 + 30 \cdot 3 + 30 \cdot 5$)

Ответ: 540 прыжков

5. Коля, Вася, Лена, Наташа и Таня упаковывали теннисные шарики в коробки, по 8 штук в каждую. Больше всех шариков упаковала Лена – 37, меньше всех – Вася – 19. Сколько всего коробок было упаковано, если количество шариков, упакованных Колей, Наташей и Таней делится на 9.

Решение: $37 + 19 = 56$. делится на 8. Значит количество упакованных Колей, Наташей и Таней делится не только на 9, но и на 8, то есть на 72.

Коля, Наташа и Таня упаковывали не меньше $20 \cdot 3 = 60$ и не больше $37 \cdot 3 = 111$ шариков. Единственное число, кратное 72 в этом диапазоне, – 72. Всего упаковали коробок $(56 + 72) : 8 = 16$.

Ответ: 16 коробок

б. Бамблби решил посоревноваться в беге с Рэтчетом. Чтобы было интересно, Бамблби дал своему другу фору равную 14 своим шагам (отошёл назад на 14 шагов). Пока Бамблби делает 1 шаг, Рэтчет пробегает 9 шагов, но один шаг Бамблби такой же длины, как 15 шагов Рэтчета. Линия финиша находится в 400 шагах Рэтчета от него. Успеет ли Рэтчет добежать до финиша, прежде чем Бамблби обгонит его?

Решение: Т.к. сначала между ними 14 шагов Бамблби, и каждый шаг Бамблби равен 9 шагам Рэтчета, то между Бамблби и Рэтчетом $9 \cdot 14 = 126$ шагов Рэтчета.

Рэтчет успевает отбежать на 126 шагов и ему остаётся 274 шага. В шагах Рэтчета, Бамблби осталось бежать 400, которые он пробежит за $26 \frac{2}{3}$ шага. За это время Рэтчет успеет пробежать только $26 \frac{2}{3} \cdot 9 = 240$ шагов, а ему ещё оставалось 274 - значит он не успеет добежать до финиша.

Ответ: нет

Спасибо за внимание!

