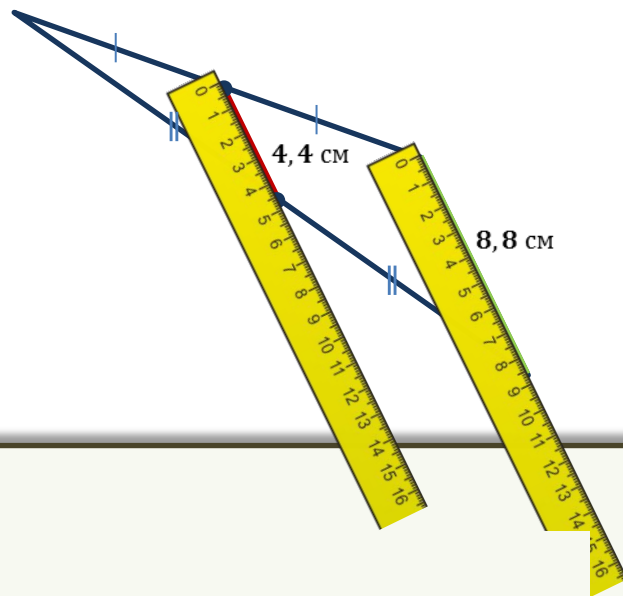
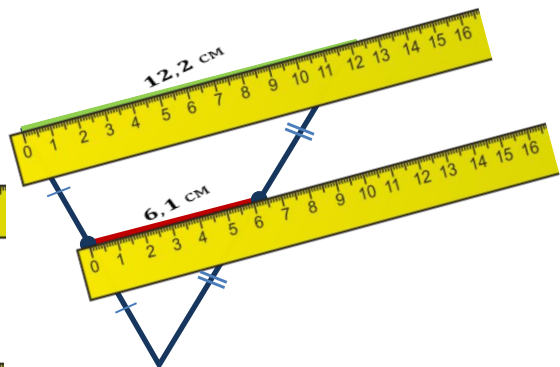
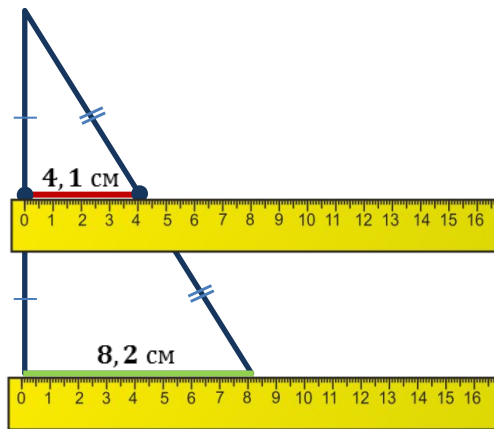


# Средняя линия треугольника

**Определение.** **Средней линией** треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.



**Теорема.**

**Теорема.** Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

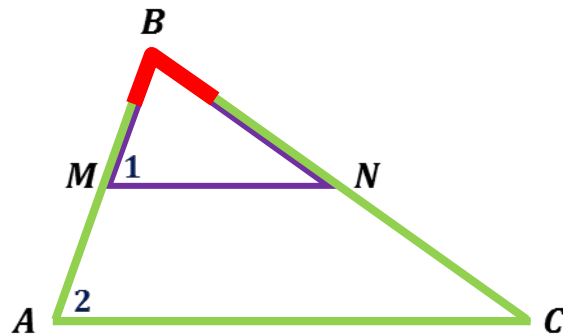
**Доказательство.**

1.  $\triangle ABC$  и  $\triangle MBN$  :  $\angle B$  – общий,  $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2}$ .

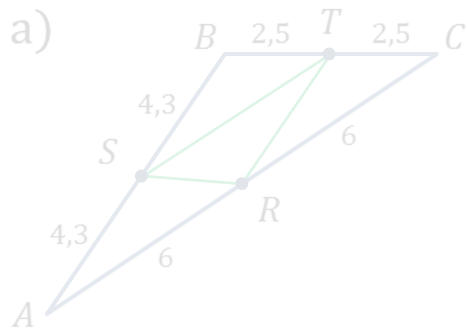
2.  $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2, \frac{MN}{AC} = \frac{1}{2}$ .

3.  $\angle 1 = \angle 2$  (соответственные углы при  $MN$  и  $AC$ ,  $AB$  – секущая)  $\Rightarrow MN \parallel AC$ .

4.  $\frac{MN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}AC$ .



**Задача.** Укажите, какие из изображённых отрезков являются средними линиями, и найдите их длину.



б)  $\triangle ABC$  – равнобедренный  
 $AC$  – основание



**Решение.**

$$\text{а) } ST \parallel AC, ST = \frac{1}{2} AC \Rightarrow ST = 6$$

$$RT \parallel AB, RT = \frac{1}{2} AB \Rightarrow RT = 4,3$$

$$SR \parallel BC, SR = \frac{1}{2} BC \Rightarrow SR = 2,5$$

$$\text{б) } AB = BC$$

$$AE = BE = BF = FC$$

$$EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AC$$

$$\Rightarrow EF = 5$$

в)

$$KL \parallel AC, KL = \frac{1}{2} AC$$

$$\Rightarrow KL = 3,75$$

**Задача.** Дан треугольник, стороны которого соответственно равны 5 см, 13 см и 10 см. Найти периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

**Решение.**

$$P_{\Delta KLM} = KL + LM + KM$$

$KL$  – средняя линия:  $KL \parallel AC, KL = \frac{1}{2}AC$

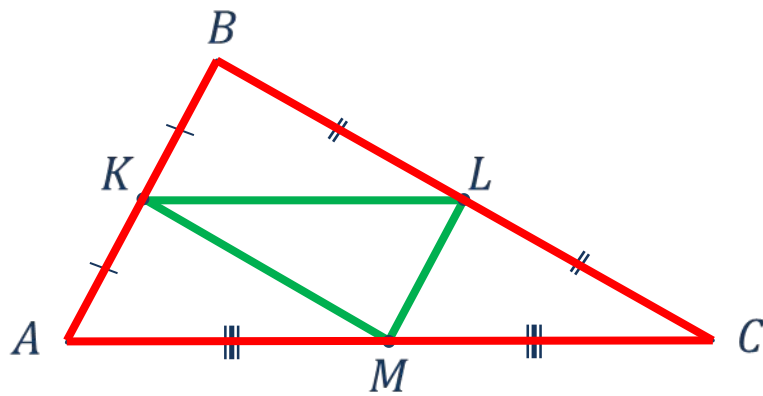
$ML$  – средняя линия:  $ML \parallel AB, ML = \frac{1}{2}AB$

$KM$  – средняя линия:  $KM \parallel BC, KM = \frac{1}{2}BC$

$$P_{\Delta KLM} = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AC + AB + BC) = \frac{1}{2}P_{\Delta ABC}$$

$$P = \frac{1}{2}(5 + 13 + 10) = \frac{1}{2} \cdot 28 = 14(\text{см})$$

**Ответ:** 14 см.



**Задача.** Докажите, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении два к одному, считая от вершины.

**Доказательство.**

1.  $A_1B_1 \parallel AB$

$$\begin{array}{l} \text{внутренние} \\ \text{накрест лежащие} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 2 \text{ (секущая } AA_1) \\ \angle 3 = \angle 4 \text{ (секущая } BB_1) \end{array} \right.$$

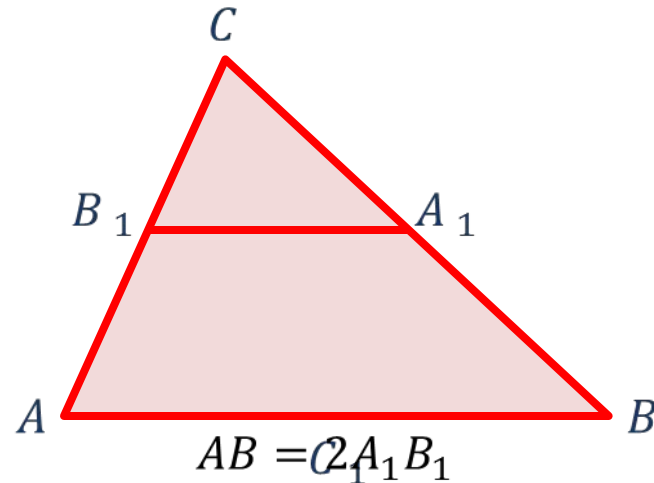
2.  $\triangle AOB \sim \triangle A_1OB_1$  (по двум углам)

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = 2$$

3.  $AO:OA_1 = BO:OB_1 = 2:1$

4. Аналогично п. 1-3:  $BM:MB_1 = CM:MC_1 = 2:1$

5. Точка  $M$  совпадает с точкой  $O \Rightarrow AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = O$



**Задача.** В треугольнике  $ABC$ , через точки  $K$  и  $M$  — середины отрезков  $AB$  и  $BC$  соответственно, проведена прямая  $KM$ .

$AK = 4$  см,  $BM = 6$  см,  $P_{\triangle ABC} = 36$  см. Найти  $KM$  и  $AC$ .

**Решение.**

1.  $KM$  — средняя линия (по определению)

2.  $AB = 8$  см,  $BC = 12$  см

3.  $P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC$

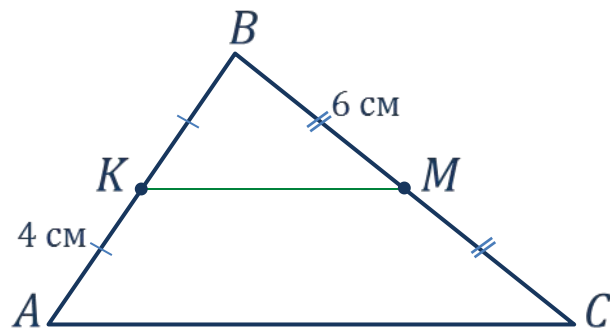
$$\Rightarrow AC = P_{\triangle ABC} - AB - BC$$

$$AC = 36 - 8 - 12 = 16 \text{ (см)}$$

4.  $KM = \frac{1}{2}AC$  (свойство средней линии треугольника)

$$KM = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ (см)}$$

**Ответ:** 8 см, 16 см.



**Задача.** В четырёхугольнике  $ABCD$  точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  являются серединами сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  соответственно. Докажите, что  $MNPQ$  — параллелограмм.

**Решение.**

$\triangle ABC$ :  $MN$  — средняя линия  $\Rightarrow MN \parallel AC$

$\triangle ACD$ :  $PQ$  — средняя линия  $\Rightarrow PQ \parallel AC$

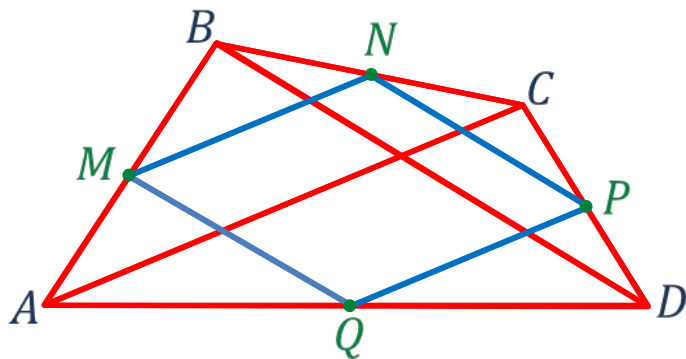
$\Rightarrow MN \parallel PQ$

$\triangle BCD$ :  $NP$  — средняя линия  $\Rightarrow NP \parallel BD$

$\triangle ABD$ :  $MQ$  — средняя линия  $\Rightarrow MQ \parallel BD$

$\Rightarrow NP \parallel MQ$

Значит,  $MNPQ$  — параллелограмм (по определению).



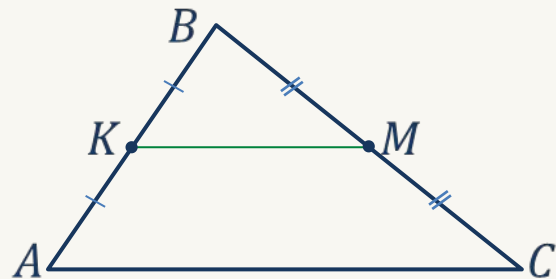


### Определение.

**Средней линией** треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

### Теорема.

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.



$$KM \parallel AC$$

$$KM = \frac{1}{2}AC$$

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

$$AO:OA_1 = BO:OB_1 = CO:OC_1 = 2:1$$

