Математика

Раздел 6. Метод координат в пространстве

Занятие 66.
Уравнение плоскости

Уравнение поверхности в пространстве

Уравнение с тремя переменными задает в пространстве некоторую поверхность , если координаты каждой точки этой поверхности являются решением этого уравнения, и, наоборот, все решения уравнения образуют точки этой поверхности.

Например:

$$2x - y^2 + z = 0$$

$(2; 3; 5)$ ➡ $2 \cdot 2 - 3^2 + 5 = 4 - 9 + 5 = 0$ (верно)

$(2; 3; 5)$ - решение уравнения

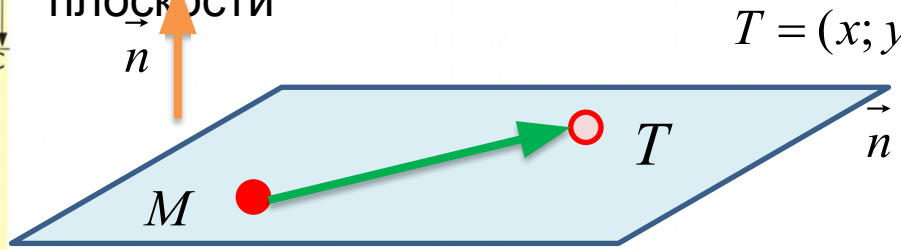
$(1; 1; 2)$ ➡ $1 \cdot 2 - 1^2 + 2 = 2 - 1 + 2 = 3 \neq 0$ (не верно)

$(1; 1; 2)$ - нерешение уравнения

Уравнение плоскости (общее)

Составим уравнение плоскости, проходящей через точ $M = (x_0; y_0; z_0)$ и вектором нормали $\vec{n} = (A; B; C)$

Вектор нормали к плоскости – это вектор, перпендикулярный плоскости



$T = (x; y; z)$ - произвольная точка из α

$\vec{n} \perp \alpha \rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{MT} \rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{MT} = 0$

$\vec{n} = (A; B; C)$

$\overrightarrow{MT} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$Ax - Ax_0 + By - By_0 + Cz - Cz_0 = 0$

$Ax + By + Cz - Ax_0 - By_0 - Cz_0 = 0$

D

$Ax + By + Cz + D = 0$

Уравнение плоскости

Составить уравнение плоскости, проходящей через данную точку и данным вектором нормали:

$M = (1; 6; -4) \quad \vec{n} = (3; -2; 5)$

$\overrightarrow{MT} = (x-1; y-6; z+4)$

$3(x-1) - 2(y-6) + 5(z+4) = 0$

$3x - 3 - 2y + 12 + 5z + 20 = 0$

$3x - 2y + 5z + 29 = 0$

Ответ: $3x - 2y + 5z + 29 = 0$

$M = (3; -2; 0) \quad \vec{n} = (1; 4; -3)$

$\overrightarrow{MT} = (x-3; y+2; z)$

$(x-3) + 4(y+2) - 3z = 0$

$x - 3 + 4y + 8 - 3z = 0$

$x + 4y - 3z + 5 = 0$

Ответ: $x + 4y - 3z + 5 = 0$

Уравнение плоскости

Составить уравнение плоскости, проходящей через данную точку и данным вектором нормали:

$M = (-5; 0; 3)$ $\vec{n} = (0; -1; 2)$

Ответ:

$M = (2; -3; -7)$ $\vec{n} = (4; 0; -1)$

Ответ:

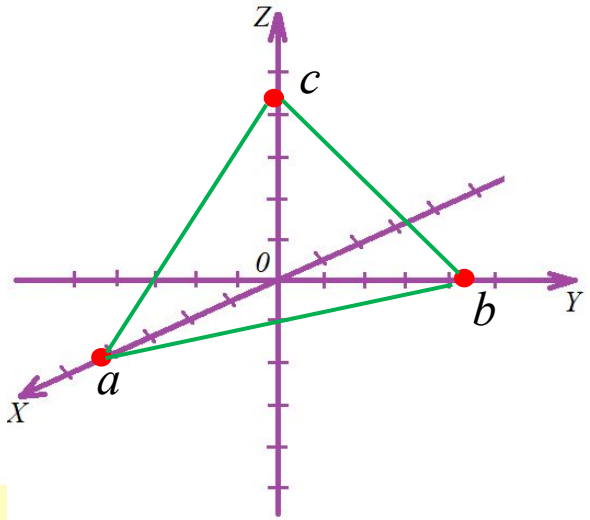
Уравнение плоскости в отрезках

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \qquad где \quad a,b,c \in \Re$$

$$x=0,\ y=0 \rightarrow \frac{z}{c}=1 \rightarrow z=c \rightarrow (0;0;c)$$

$$y=0,\ z=0 \rightarrow \frac{x}{a}=1 \rightarrow x=a \rightarrow (a;0;0)$$

$$x=0,\ z=0 \rightarrow \frac{y}{b}=1 \rightarrow y=b \rightarrow (0;b;0)$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$3x+4y-z-24=0$$

$$3x+4y-z=24$$

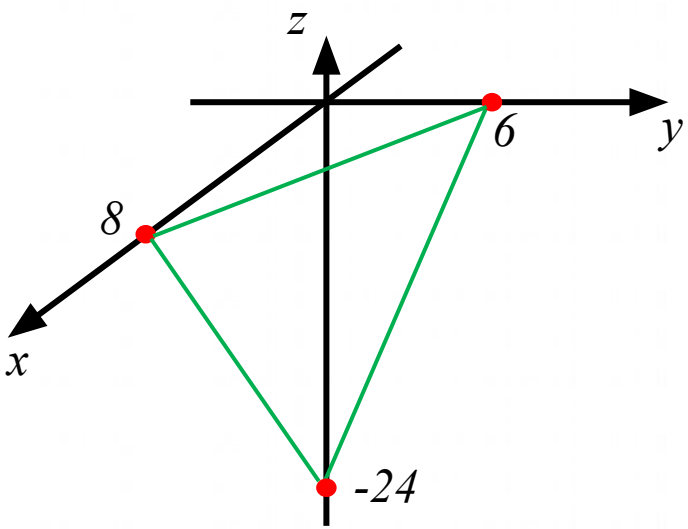
$$\frac{3x}{24}+\frac{4y}{24}-\frac{z}{24}=1$$

$$\frac{x}{8}+\frac{y}{6}-\frac{z}{24}=1$$

$$a=8$$

$$b=6$$

$$c=-24$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$2x-5y-9z+3=0$$

$$2x-5y-9z=-3$$

$$\frac{2x}{-3}-\frac{5y}{-3}-\frac{9z}{-3}=1$$

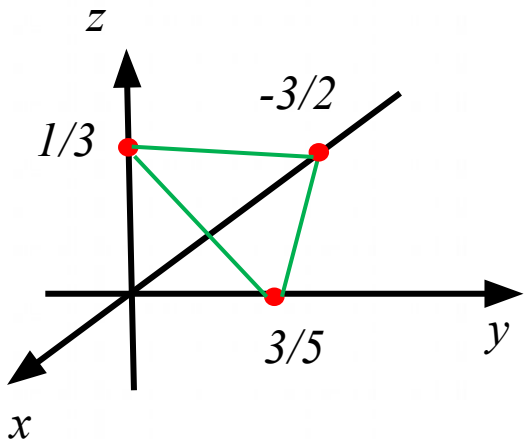
$$-\frac{2x}{3}+\frac{5y}{3}+3z=1$$

$$-\frac{x}{3/2}+\frac{y}{3/5}+\frac{z}{1/3}=1$$

$$a=-3/2$$

$$b=3/5$$

$$c=1/3$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$2x+7z-28=0$$

$$2x+7z=28$$

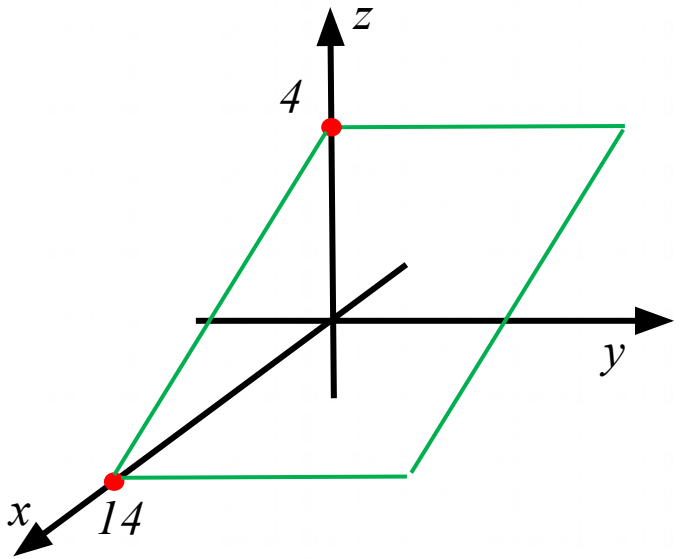
$$\frac{2x}{28}+\frac{7z}{28}=1$$

$$\frac{x}{14}+\frac{z}{4}=1$$

$$a=14$$

$$OY \parallel \alpha$$

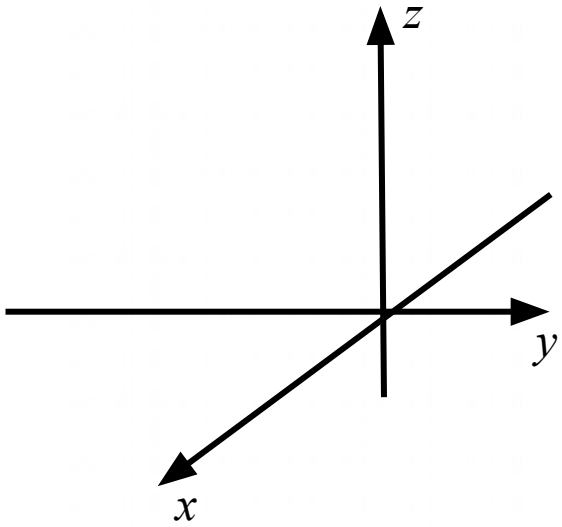
$$c=4$$

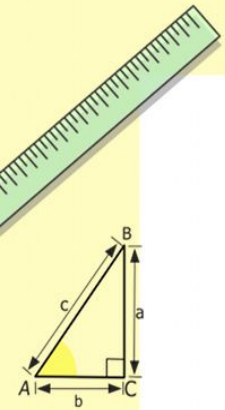


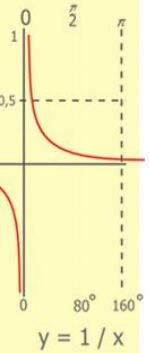
Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

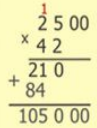
$$5y - 3z + 30 = 0$$

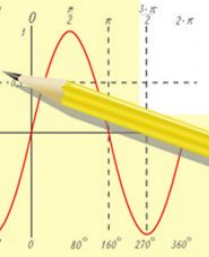


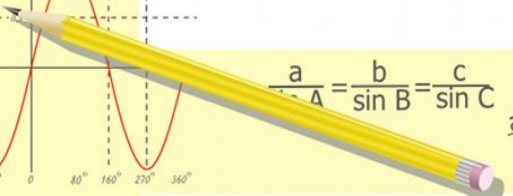




y = 1 / x







$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

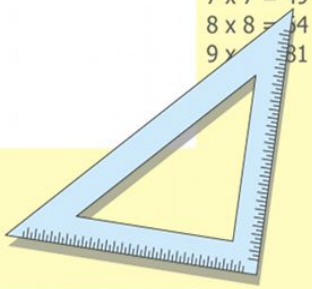
$\sin 90° = 1$

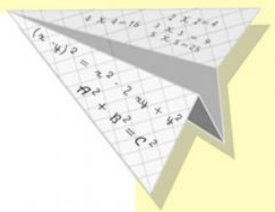
$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$

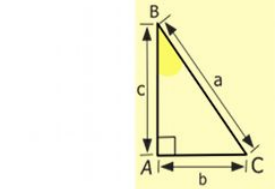
$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$

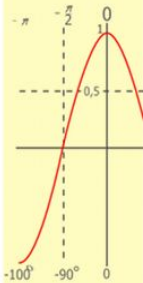
$x = 70$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$









y = co

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81

© Шмельков Владимир Юрьевич
преподаватель математики
ГБПОУ ЗКНО
Москва, 2021г.