Математика

Раздел 6. Метод координат в пространстве

Занятие 66.
Уравнение плоскости

Уравнение поверхности в пространстве

Уравнение с тремя переменными задает в пространстве некоторую поверхность , если координаты каждой точки этой поверхности являются решением этого уравнения, и, наоборот, все решения уравнения образуют точки этой поверхности.

Например:

$$2x - y^2 + z = 0$$

$(2; 3; 5) \rightarrow 2 \cdot 2 - 3^2 + 5 = 4 - 9 + 5 = 0$ (верно)

$(2; 3; 5)$ - решение уравнения

$(1; 1; 2) \rightarrow 1 \cdot 2 - 1^2 + 2 = 2 - 1 + 2 = 3 \neq 0$ (не верно)

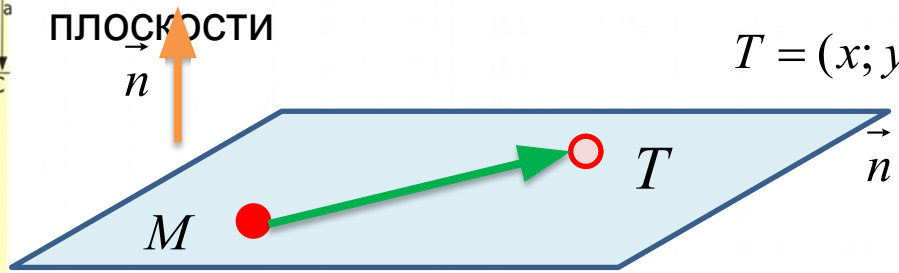
$(1; 1; 2)$ - нерешение уравнения

Уравнение плоскости (общее)

Составим уравнение плоскости, проходящей через точ $M=(x_0;y_0;z_0)$ и вектором нормали $\vec{n}=(A;B;C)$

Вектор нормали к плоскости – это вектор, перпендикулярный плоскости

$T=(x;y;z)$ - произвольная точка из



α

$\vec{n}\perp\alpha \rightarrow \vec{n}\perp\overrightarrow{MT} \rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{MT}=0$

$\vec{n}=(A;B;C)$

$\overrightarrow{MT}=(x-x_0;y-y_0;z-z_0)$

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

$$Ax-Ax_0+By-By_0+Cz-Cz_0=0$$

$$Ax+By+Cz\underbrace{-Ax_0-By_0-Cz_0}_{D}=0$$

$$Ax+By+Cz+D=0$$

Уравнение плоскости

Составить уравнение плоскости, проходящей через данную точку и данным вектором нормали:

$M = (1;\ 6;-4) \quad \vec{n} = (3;-2;\ 5)$

$\overrightarrow{MT} = (x-1;\ y-6;\ z+4)$

$3(x-1)-2(y-6)+5(z+4)=0$

$3x-3-2y+12+5z+20=0$

$3x-2y+5z+29=0$

Ответ: $3x-2y+5z+29=0$

$M = (3;-2;0) \quad \vec{n} = (1;4;-3)$

$\overrightarrow{MT} = (x-3;\ y+2;\ z)$

$(x-3)+4(y+2)-3z=0$

$x-3+4y+8-3z=0$

$x+4y-3z+5=0$

Ответ: $x+4y-3z+5=0$

Уравнение плоскости

Составить уравнение плоскости, проходящей через данную точку и данным вектором нормали:

$M = (-5;\ 0;\ 3)\quad \vec{n} = (0;-1;\ 2)$

Ответ:

$M = (2;-3;-7)\quad \vec{n} = (4;0;-1)$

Ответ:

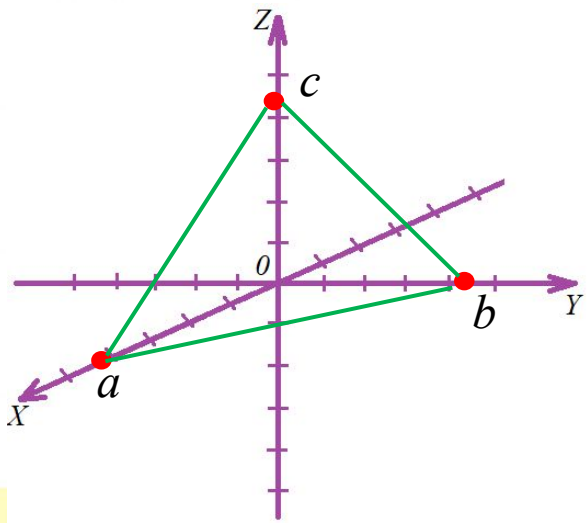
Уравнение плоскости в отрезках

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \qquad где \quad a, b, c \in \Re$$

$$x=0,\ y=0 \rightarrow \frac{z}{c}=1 \rightarrow z=c \rightarrow (0;0;c)$$

$$y=0,\ z=0 \rightarrow \frac{x}{a}=1 \rightarrow x=a \rightarrow (a;0;0)$$

$$x=0,\ z=0 \rightarrow \frac{y}{b}=1 \rightarrow y=b \rightarrow (0;b;0)$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$3x+4y-z-24=0$$

$$3x+4y-z=24$$

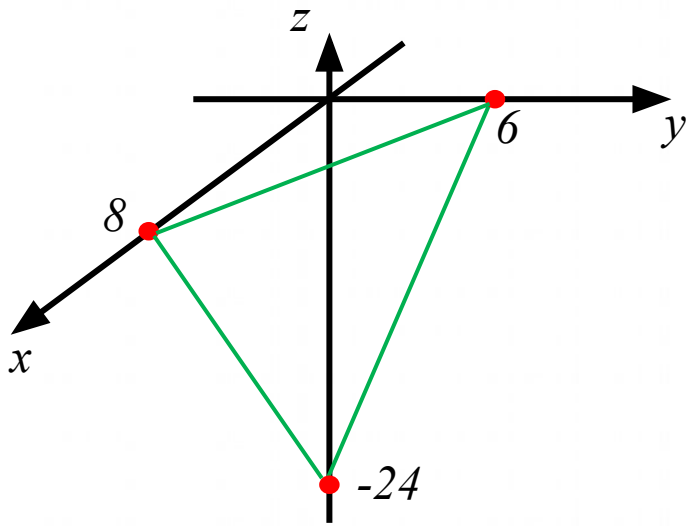
$$\frac{3x}{24}+\frac{4y}{24}-\frac{z}{24}=1$$

$$\frac{x}{8}+\frac{y}{6}-\frac{z}{24}=1$$

$$a=8$$

$$b=6$$

$$c=-24$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$2x-5y-9z+3=0$$

$$2x-5y-9z=-3$$

$$\frac{2x}{-3}-\frac{5y}{-3}-\frac{9z}{-3}=1$$

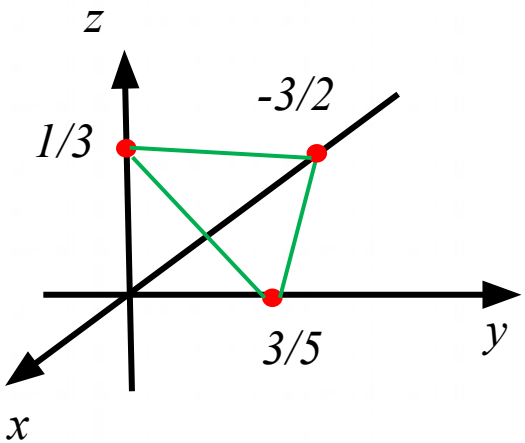
$$-\frac{2x}{3}+\frac{5y}{3}+3z=1$$

$$-\frac{x}{3/2}+\frac{y}{3/5}+\frac{z}{1/3}=1$$

$$a=-3/2$$

$$b=3/5$$

$$c=1/3$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$2x + 7z - 28 = 0$$

$$2x + 7z = 28$$

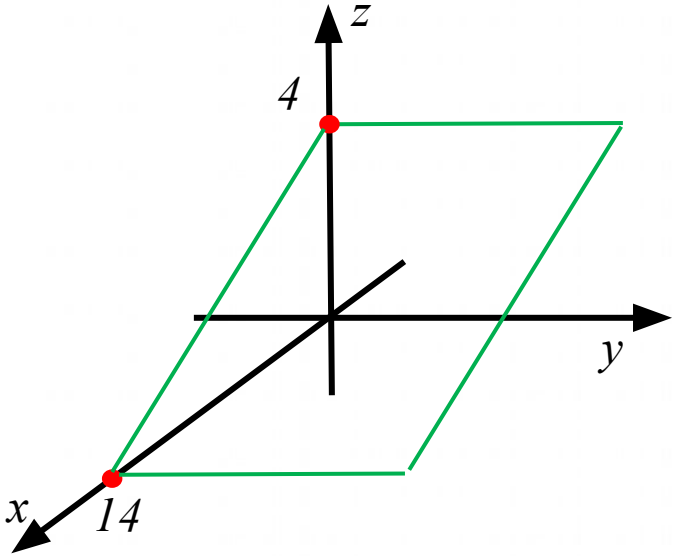
$$\frac{2x}{28} + \frac{7z}{28} = 1$$

$$\frac{x}{14} + \frac{z}{4} = 1$$

$$a = 14$$

$$OY \parallel \alpha$$

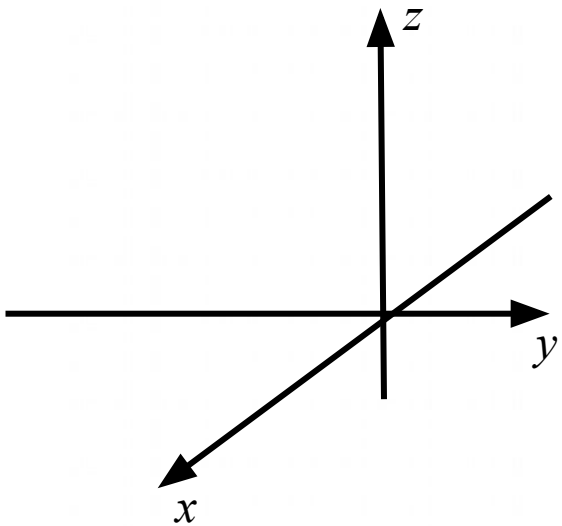
$$c = 4$$



Уравнение плоскости

Построить изображение плоскости, заданной уравнением:

$$5y - 3z + 30 = 0$$



© Шмельков Владимир Юрьевич
преподаватель математики
ГБПОУ ЗКНО
Москва, 2021г.