СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

ПЕРЕСТАНОВКИ

Метапредмет – Задача

Цель нашего урока

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Название одного из видов комбинаций —*перестановки*.
- Формулу для вычисления числа перестановок.

В комбинаторных задачах часто ставится вопрос о том, сколькими способами можно расположить в ряд, или, как говорят математики, *упорядочить*, все элементы некоторого множества.

Что сделано дома: Вопросы и задания

а) В спартакиаде приняли участие 7 боксёров, причём каждый с каждым провёл по одному бою. Сколько всего боёв было проведено?
б) На деловую встречу пришли 6 бизнесменов, и каждый с каждым обменялись рукопожатием. Сколько всего было сделано рукопожатий?
в) Четыре подруги каждая с каждой обменялись sms-сообщениями. Сколько всего было отправлено сообщений?
г) Пять государств установили друг с другом дипломатические отношения, при этом каждое с каждым обменялось послами. Сколько всего послов было направлено?
д) Четыре точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой, соединили попарно отрезками. Сколько всего отрезков было проведено?

Математическая разминка

1. Сколько будет всевозможных двузначных чисел из указанных цифр: 1, 2, 3, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?
2. Сколько будет всевозможных двузначных чисел из указанных цифр: 0, 3, 4, если в записи числа допускается повторение цифр?

Вхождение в тему урока и создание условий для осознанного восприятия нового материала.

Работаем с символами: факториал

Правило:

Произведение всех натуральных чисел от 1 *до n обозначают n*!; читают: “*n факториал*”.

Факториалы растут удивительно быстро.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40 320	362 880	3 628 800

А значение выражения 15!, которого нет в таблице, превосходит 10^{12}, а именно: 15! = 1 307 674 368 000. Может быть, именно из-за быстрого роста факториалов восхищённый изобретатель этого выражения использовал восклицательный знак.

Работаем с символами: факториал

УЧЕБНИК **№ 599**

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ Вычислите:

а) $4!$; б) $5!$; в) $4! + 5!$; г) $4! \cdot 5!$; д) $5 \cdot 4!$.

УЧЕБНИК **№ 609**

ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО Верно ли, что:

а) $10! = 10 \cdot 9!$; б) $10! = 2! \cdot 5!$; в) $\frac{12!}{11!} = 12$?

?

да

?

нет

?

да

Перестановки

Стр.177 Работа с учебником

Задача

В турнире четверо участников. Сколькими способами могут распределиться места между ними?

Рассуждаем в соответствии с правилом умножения:

4 • 3 • 2 • 1 = 24 способами.

Каждое расположение элементов множества в определённом порядке называют перестановкой.

4 • 3 • 2 • 1 = 24 → *1 • 2 • 3 • 4 = 24* → *= 4!*

Формула:

С помощью символа $n!$ принято записывать формулу для подсчёта числа перестановок. Число перестановок для множества из n элементов обозначают через P_n (читают: «P из n», P — первая буква французского слова *permutation* — перестановка). Тогда

$$P_n = n!$$

УЧЕБНИК **№ 600**

а) В конкурсе участвуют 8 школьников. Сколькими способами могут распределиться места между ними?

1 способ – умножение: ?

$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$

2 способ – формула: ?

$8! = 40320$

Стр.178 Работа с учебником

Пример1 В расписании 7 класса на четверг должно быть шесть предметов: русский язык, литература, алгебра, география, физика, физкультура. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?

?

Число способов, которыми можно составить расписание, равно числу перестановок из шести элементов:

$P_6 = 6! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6 = 720.$

Перестановки

Стр.178 Работа с учебником

Пример 2 Сколькими способами можно составить расписание из тех же шести предметов, если требуется, чтобы урок физкультуры был последним?

?

Число способов, которыми можно составить расписание, равно числу перестановок из пяти элементов:

$P_5 = 5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120.$

Практическая ситуация

УЧЕБНИК **№ 601**

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ Для каждой из 10 команд, участвующих в школьной спартакиаде, надо изготовить свой флаг. Есть материя трёх цветов: красного, синего и белого. Флаг сшивают из трёх одинаковых по величине и разных по цвету горизонтальных полос. Удастся ли таким образом сделать флаг для каждой команды?

?

$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

нет.

Перестановки

УЧЕБНИК **№ 602**

Напомним, что анаграмма — это слово, полученное из данного слова перестановкой его букв (но необязательно имеющее смысл). Сколько существует различных анаграмм слова «график»?

$P_6 = 6! = 720$

?

УЧЕБНИК **№ 603**

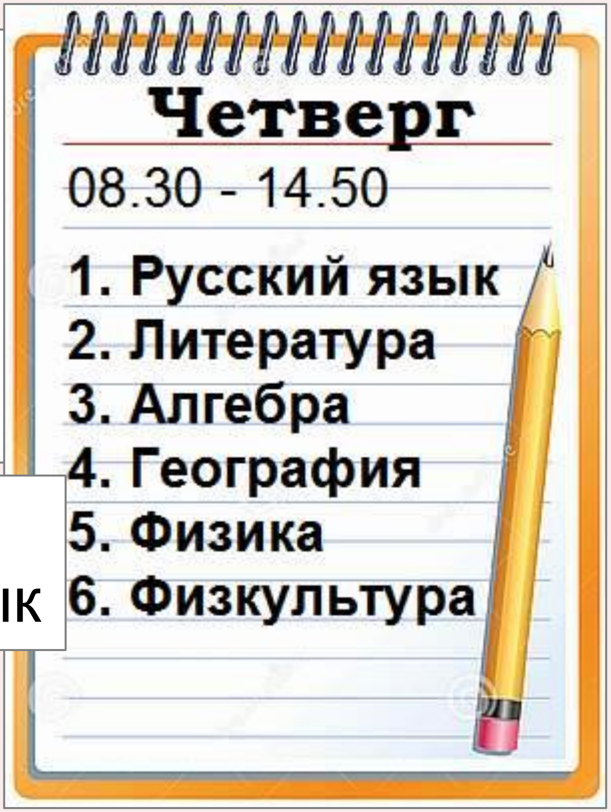
Из нечётных цифр составляют всевозможные пятизначные числа, не содержащие одинаковых цифр.

а) Сколько всего таких чисел?

$P_5 = 5! = 120$

?

Стр.179 Работа с учебником



Пример 3 Сколькими способами из тех же шести предметов можно составить такое расписание, в котором русский язык и литература стоят рядом?

Русский язык
Литература

$P_5 = 5!$

Литература
Русский язык

$P_5 = 5!$

Искомое число расписаний вдвое больше: $5! \cdot 2 = 240$

Вопросы и задачи

УЧЕБНИК **№ 604**

Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составляются пятизначные числа, в которых все цифры разные.
а) Сколько из них делится на 5?

$4! = 24.$

?

УЧЕБНИК **№ 605**

Сколько пятизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 2, 4, 6, 8?

$4 \cdot 4! = 96.$

?

Вопросы и задачи (продвинутым)

УЧЕБНИК **№ 606**

Сколько существует анаграмм слова: а) «факториал»; б) «перестановка»;

Указание. а) Временно считайте две буквы «а» различными буквами (обозначьте их «$а_1$» и «$а_2$») и сосчитайте всевозможные анаграммы. Далее учтите, что те анаграммы, которые получаются перестановкой букв «$а_1$» и «$а_2$», на самом деле одинаковы.

а) 9! : 2 анаграмм (т.к. две буквы «а»);
б)12! : 2 : 2 анаграмм (по две «е» и «а»).

?

УЧЕБНИК **№ 607**

Сколькими способами можно расставить на полке 10 книг, из которых 4 книги одного автора, а остальные — разных авторов, так, чтобы книги одного автора стояли рядом?

7! · 4!

?