The background is a white canvas decorated with various geometric shapes and patterns. On the left side, there are several overlapping circles of different colors (blue, purple, pink) and sizes. Scattered throughout are triangles (blue, purple, pink, yellow), squares (yellow, pink), diamonds (yellow, pink), and circles (blue, purple, pink). Some shapes are solid, while others are filled with a pattern of small dots or a zigzag line. The overall style is modern and abstract.

Квадратный тричлен

Означення: Квадратним тричленом

називають многочлен виду

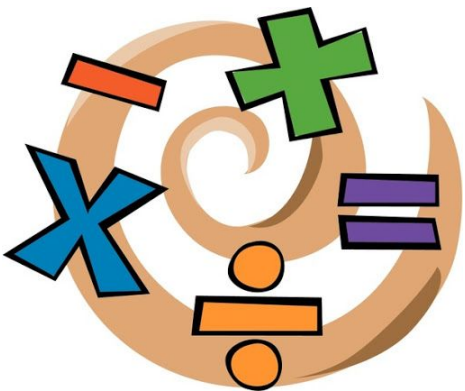
$ax^2 + bx + c$, де x – змінна,

a , b і c – деякі числа,

причому $a \neq 0$.

Приклади

- $2x^2 - 3x + 5;$
 $x^2 + 7x;$
 $x^2 - 5;$
 $3x^2.$



Означення: *Коренем квадратного тричлена* називають значення змінної, при якому значення квадратного тричлена дорівнює нулю.

Приклад:

Число 2 є коренем $x^2 - 6x + 8$

Підставимо 2 в вираз на місце x :

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 8 &= 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = \\ &= 4 - 12 + 8 = -8 + 8 = 0.\end{aligned}$$

Пригадайте: $ax^2 + bx + c = 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$ коренів не має

$D = 0$ має один корінь

$D > 0$ має два корені

Приклад: знайдіть корені квадратного
тричлена $x^2 - 14x - 32$

Розв'язання: $x^2 - 14x - 32 = 0$

За теоремою Вієта: $x_1 = -2$,
 $x_2 = 16$.

Приклад: розкласти на множники многочлен
 $x^2 - 3x + 2$

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= x^2 - x - 2x + 2 \\ &= x(x - 1) - 2(x - 1) \\ &= (x - 1)(x - 2)\end{aligned}$$

$x^2 - 3x + 2$ розклали на лінійні
множники: $x - 1$ і $x - 2$

Теорема (про розкладання квадратного тричлена на лінійні множники)

Якщо дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ додатний, то даний тричлен можна розкласти на лінійні множники:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

де x_1 і x_2 - корені квадратного тричлена

Доведення теореми

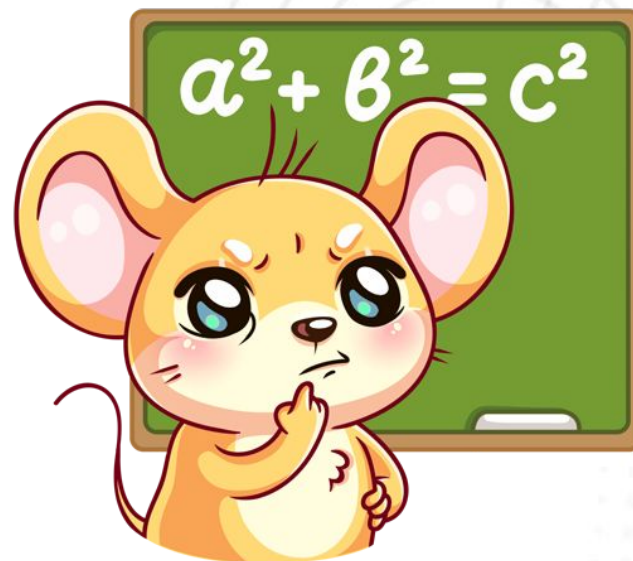
Оскільки числа x_1 і x_2 є коренями квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$,

то за теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$;

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

$$\begin{aligned} & \text{Тоді } a(x - x_1)(x - x_2) = \\ & a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) = \\ & a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = ax^2 + bx + c. \end{aligned}$$

Якщо $D = 0$,
то $x_1 = x_2$



$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

Приклад: Розкладіть на множники квадратний тричлен $x^2 - 14x - 32$

Розв'язання: $x^2 - 14x - 32 = 0$

$$x_1 = -2, \quad x_2 = 16.$$

Отже, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$x^2 - 14x - 32 = (x + 2)(x - 16)$$

Бажаю вам успіхів!

