

Дроби.
Дробові вирази.
Раціональні вирази.
Допустимі значення змінних

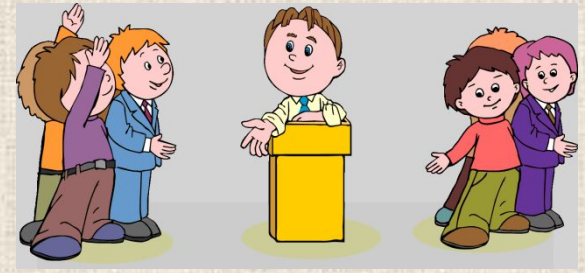
Завдання

Який із виразів:

$$x^2, \quad x + 2xy, \quad \frac{x + y}{2}, \quad \frac{x + y}{x}$$

зайвий? Чому?

Виконання усних вправ



1. Знайдіть значення виразів:

$$1 - \frac{3}{7}; \quad \frac{1}{9} - 2; \quad \frac{-75}{1,5}; \quad -27 : 81; \quad -3,7 - 0,4;$$

$$\frac{1}{5} - 0,2; \quad 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right); \quad \left(-1\frac{1}{2}\right)^2.$$

2. Обчисліть:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{2}; \quad 8 \cdot \frac{3}{4};$$

$$12 : \frac{4}{7}; \quad 19 \cdot 0,1; \quad 7 : 0,1; \quad \frac{2}{3} \cdot 0,1; \quad \frac{1}{4} : 0,01.$$

3. При якому значенні змінної значення виразу дорівнює нулю:

$$x - 1; \quad y + 3; \quad a^2; \quad x^2 + 4; \quad a(a - 1); \quad x(x + 3);$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{2}; \quad 8 \cdot \frac{3}{4};$$

$$12 : \frac{4}{7}; \quad 19 \cdot 0,1; \quad 7 : 0,1; \quad \frac{2}{3} \cdot 0,1; \quad \frac{1}{4} : 0,01.$$

4. Спростіть вирази:

$$x^5 x; \quad \frac{y^8}{y^4}; \quad 5 - (x + 3); \quad 2,5 + (y - 0,5).$$

5. Подайте вирази у вигляді добутку:

$$a^2 - b^2; \quad xy - x^2; \quad a^2b - ab;$$

$$x^3 - y^3; \quad c^2 - 2cd + d^2; \quad a^3 + b^3.$$

6. Перетворіть вирази в многочлен стандартного вигляду:

$$a(a-3); \quad -c(x-y+a); \quad (x+1)(x-3);$$

$$(a-4)(4+a); \quad (x+2)^2; \quad (a-b)(a^2+ab+b^2).$$



Дробові вирази. Раціональні вирази

1. Цілі вирази складаються із чисел, букв і степенів та дій додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня та ділення крім ділення на змінну.

Приклад. $a + b$; $2a^3$; $3x(x - y)^3$; b ; 5 — цілі вирази.

!Будь-який цілий вираз можна подати у вигляді многочлена.

2. Дробові вирази обов'язково містять дію ділення на вираз зі змінною (змінними), а також можуть містити всі дії, які є в цілому виразі.

Приклад. $\frac{a}{b}$; $\frac{a}{2b} + 1$; $\frac{x - y}{x^2 - y^2}$; $5x : y$ — дробові вирази.

3. Цілі вирази разом з дробовими виразами називають раціональними виразами.

4. Запис $\frac{A}{B}$, де A і B — деякі буквені або числові вирази, називають дробом.

Дріб $\frac{A}{B}$, де A і B — многочлени називають раціональним дробом.

Приклад. $\frac{5}{a-1}$; $\frac{a}{b+7}$; $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$ — раціональні дроби.

5. Область допустимих значень змінних у виразі (ОДЗ) — усі такі значення змінних, при яких вираз має зміст.

!Для раціонального дроби $\frac{A}{B}$ допустимі значення змінної визначаються з умови $B \neq 0$ (знаменник не повинен дорівнювати 0).

Приклад. Для виразу $\frac{5}{a^2 - 4}$ допустимими є всі значення a

крім тих, при яких $a^2 - 4 = 0$, тобто $(a - 2)(a + 2) = 0$,
тобто $a = 2$ або $a = -2$.

Отже, ОДЗ змінної a у виразі $\frac{5}{a^2 - 4}$ можна записати так:

ОДЗ: $a \neq \pm 2$ (або $a \neq 2$ і $a \neq -2$, або всі значення a ,
крім $a = 2$ та $a = -2$).

6. Раціональний дріб $\frac{A}{B}$ дорівнює 0, тоді і тільки тоді, коли

$$A = 0 \text{ і } B \neq 0 \text{ (або } \begin{cases} A = 0, \\ B \neq 0 \end{cases} \text{).}$$

Щоб знайти значення змінної, при якому раціональний дріб $\frac{A}{B}$ дорівнює 0, треба:

- а) знайти ОДЗ дробу (з умови $B \neq 0$);
- б) прирівняти чисельник до нуля ($A = 0$) і знайти відповідні значення змінних;
- в) із значень, здобутих в п. б) вилучити ті, що не ввійшли до ОДЗ (див. п. а.).

Приклад.

При якому значенні змінної дріб $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$ дорівнює нулю?

Розв'язання

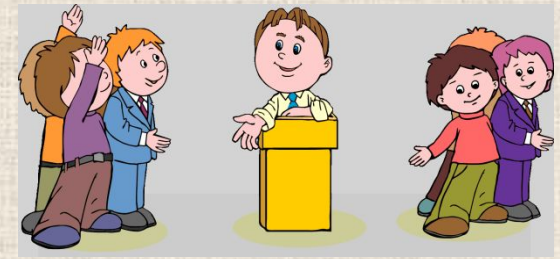
1) ОДЗ: $x - 4 \neq 0$; $x \neq 4$;

2) $x^2 - 16 = 0$; $(x - 4)(x + 4) = 0$; $x = 4$ або $x = -4$.

3) $x = 4$ не входить до ОДЗ, тому при $x = -4$ дріб

$$\frac{x^2 - 16}{x - 4} \text{ дорівнює нулю}$$

Виконання усних вправ



1. Які з виразів є цілими; дробовими?

Які з виразів є дробами; раціональними дробами?

а) $\frac{b+c}{b-c}$; б) $\frac{a}{2} + a^2$; в) $\frac{2}{a} - a^2$; г) $\left(\frac{1}{3} + a^3\right)b$;

д) $\frac{3}{x(x-1)}$; е) $\frac{mn+n}{3}$.

2. Знайдіть значення виразу $\frac{5}{x}$ при

$$x = 5, \quad x = -5, \quad x = -0,1.$$

**3. При яких значеннях змінної вираз не має змісту?
Назвіть допустимі значення змінної у виразі:**

а) $\frac{5}{x}$; б) $\frac{5-x}{x-1}$; в) $\frac{5}{x(x-1)}$; г) $\frac{5x}{x^2+1}$.

4. Які з наведених рівностей є тотожностями?

а) $\frac{m+2m}{m-1} = \frac{3m}{m-1}$; б) $\frac{m \cdot 2m}{m-1} = \frac{2m}{m-1}$;

в) $\frac{m}{m(m-1)} = \frac{m}{m^2-m}$.

Виконання письмових вправ



1. Серед поданих виразів зі змінними вибрати: цілі, дробові вирази, раціональні дроби.

1) Які з виразів є цілими; дробовими? Які з виразів є дробами; раціональними дробами?

а) $\frac{a+b}{a-b}$; б) $\frac{x}{3} + x^2$; в) $\frac{4}{x} - x^2$; г) $\left(\frac{1}{2} + b^3\right) \cdot a$; д) $\frac{5}{x(y+1)}$; е) $\frac{xy+x}{5}$.

2) Які з виразів

$$\frac{1}{3}a^2b; (x-y)^2 - 4xy; \frac{m+3}{m-3}; \frac{8}{x^2+y^2}; \frac{a^2-2ab}{12}; (c+3)^2 + \frac{2}{c}$$

є цілими, які — дробовими?

3) Із раціональних виразів

$$7x^2 - 2xy; \frac{a}{9}; \frac{12}{b}; a(a-b) - \frac{b}{3a}; \frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2; \frac{a}{a+3} - 8;$$

випишіть ті, які є:

- а) цілими виразами;
- б) дробовими виразами.

4) Складіть дріб:

- а) чисельник якого є добутком змінних x і y ,
а знаменник — сумою;
- б) чисельник якого є різницею змінних a і b ,
а знаменник — добутком.

2. Знаходження значень дробового виразу при даних значеннях змінних.

1) Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{-x^2}{x+5}$ при $x = 0; x = 5; x = -3$ б) $\frac{2ab}{a-b}$ при $a = 4; b = 2; a = -4$

в) $\frac{a-8}{2a+5}$ при $a = -2$ г) $\frac{b^2+6}{2b}$ при $b = 3$

д) $x + \frac{8}{x-1}$ при $x = \frac{1}{2}$; е) $\frac{y-3}{y} - \frac{y}{y-3}$ при $y = 1,5$.

2) Чому дорівнює значення дробу $\frac{(a+b)^2-1}{a^2+1}$ при:

а) $a = -3, b = -1$; б) $a = 1\frac{1}{2}, b = 0,5$?

3. Знаходження допустимих значень змінних у виразі.

1) Укажіть допустимі значення змінної у виразі:

а) $\frac{6x^2+1}{x-2}$; б) $\frac{6a+1}{a(a-3)}$; в) $\frac{b}{b+1} + \frac{1}{b}$; г) $\frac{11x}{x^2+2}$.

2) Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

а) $\frac{7b}{4b^2-1} + b$; б) $\frac{3k}{4-(k+2)^2}$; в) $\frac{6m}{m^2+2m} + \frac{m}{m-1}$.

4. Складання виразів зі змінними за умовою задачі.

Автомобіль проїхав 195 км за t год.

Запишіть у вигляді виразу швидкість автомобіля.

Знайдіть значення цього виразу при $t = 3$.

5. Виконання вправ на повторення: арифметичні дії зі звичайними дробами (скорочення, порівняння, додавання, віднімання), розкладання цілих виразів на множники із застосуванням різних способів.

1) Перетворіть у многочлен:

а) $(x-10)(x+10)$; б) $(2a+3)(2a-3)$; в) $(y-5b)(y+5b)$;
г) $(8x+y)(y-8x)$; д) $(x+7)^2$; е) $(b+5)^2$;
ж) $(a-2x)^2$; з) $(ab-1)^2$.

2) Розкладіть многочлен на множники:

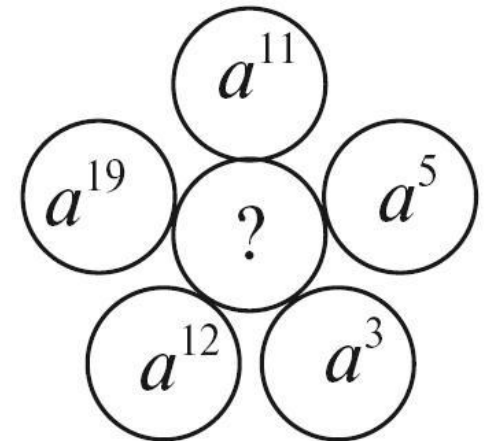
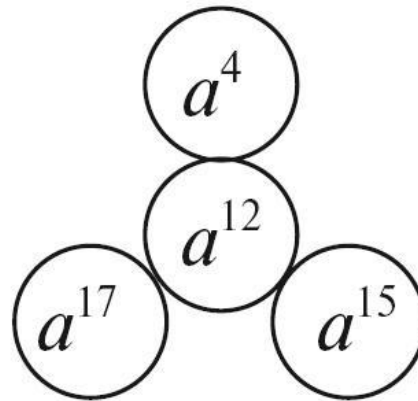
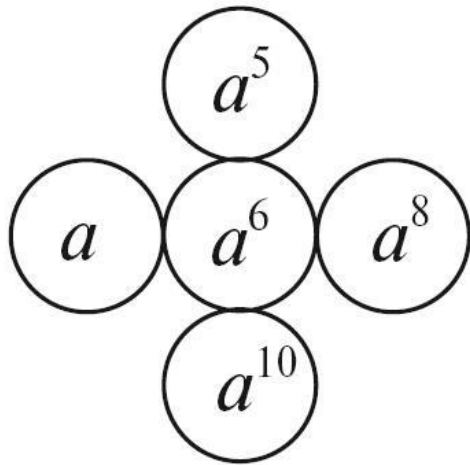
а) $15ax + 20ay$; б) $36by - 9cy$; в) $x^2 - xy$;
г) $a^2 + 5ab$; д) $xy - y^2$; е) $15c - 10c^2$.

3) Розкладіть на множники:

а) $16 - c^2$; б) $x^2 - 25$; в) $a^2 - 6a + 9$;

г) $x^2 + 8x + 16$; д) $a^3 - 8$; е) $b^3 + 27$.

6. Вставте пропущений вираз:



Контрольні запитання

1) Які вирази називають цілими? Наведіть приклади.

2) Які вирази називають дробовими?
Наведіть приклади.

3) Які вирази називають раціональними?
Які з наведених раціональних виразів цілі, а які дробові:

$$3a, \frac{5x}{4}, 15p^2q, x + \frac{8}{x}, a^3 - \frac{a}{6}, \frac{x-y}{x+1}?$$

Домашнє завдання



1. Вивчити означення понять, розглянутих на уроці.
2. Розв'язати вправи на: класифікацію раціональних виразів, знаходження ОДЗ виразів, обчислення значень виразів зі змінними та числових виразів, що містять звичайні дроби, розв'язання цілих рівнянь.