

**Дроби.**  
**Дробові вирази.**  
**Раціональні вирази.**  
**Допустимі значення змінних**

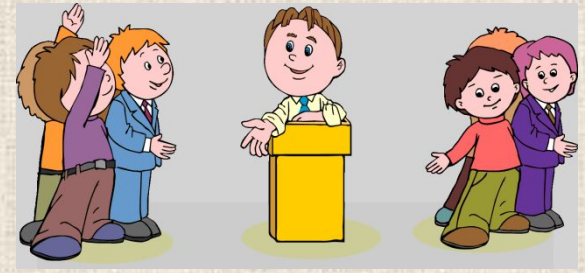
# Завдання

Який із виразів:

$$x^2, \quad x + 2xy, \quad \frac{x + y}{2}, \quad \frac{x + y}{x}$$

зайвий? Чому?

# Виконання усних вправ



## 1. Знайдіть значення виразів:

$$1 - \frac{3}{7}; \quad \frac{1}{9} - 2; \quad \frac{-75}{1,5}; \quad -27 : 81; \quad -3,7 - 0,4;$$

$$\frac{1}{5} - 0,2; \quad 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right); \quad \left(-1\frac{1}{2}\right)^2.$$

## 2. Обчисліть:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{2}; \quad 8 \cdot \frac{3}{4};$$

$$12 : \frac{4}{7}; \quad 19 \cdot 0,1; \quad 7 : 0,1; \quad \frac{2}{3} \cdot 0,1; \quad \frac{1}{4} : 0,01.$$

### 3. При якому значенні змінної значення виразу дорівнює нулю:

$$x - 1; \quad y + 3; \quad a^2; \quad x^2 + 4; \quad a(a - 1); \quad x(x + 3);$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{2}; \quad 8 \cdot \frac{3}{4};$$

$$12 : \frac{4}{7}; \quad 19 \cdot 0,1; \quad 7 : 0,1; \quad \frac{2}{3} \cdot 0,1; \quad \frac{1}{4} : 0,01.$$

### 4. Спростіть вирази:

$$x^5 x; \quad \frac{y^8}{y^4}; \quad 5 - (x + 3); \quad 2,5 + (y - 0,5).$$

**5. Подайте вирази у вигляді добутку:**

$$a^2 - b^2; \quad xy - x^2; \quad a^2b - ab;$$

$$x^3 - y^3; \quad c^2 - 2cd + d^2; \quad a^3 + b^3.$$

**6. Перетворіть вирази в многочлен стандартного вигляду:**

$$a(a-3); \quad -c(x-y+a); \quad (x+1)(x-3);$$

$$(a-4)(4+a); \quad (x+2)^2; \quad (a-b)(a^2+ab+b^2).$$



## Дробові вирази. Раціональні вирази

**1.** Цілі вирази складаються із чисел, букв і степенів та дій додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня та ділення крім ділення на змінну.

**Приклад.**  $a + b$ ;  $2a^3$ ;  $3x(x - y)^3$ ;  $b$ ;  $5$  — цілі вирази.

!Будь-який цілий вираз можна подати у вигляді многочлена.

**2.** Дробові вирази обов'язково містять дію ділення на вираз зі змінною (змінними), а також можуть містити всі дії, які є в цілому виразі.

**Приклад.**  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{a}{2b} + 1$ ;  $\frac{x - y}{x^2 - y^2}$ ;  $5x : y$  — дробові вирази.

**3.** Цілі вирази разом з дробовими виразами називають раціональними виразами.

**4.** Запис  $\frac{A}{B}$ , де  $A$  і  $B$  — деякі буквені або числові вирази, називають дробом.

Дріб  $\frac{A}{B}$ , де  $A$  і  $B$  — многочлени називають раціональним дробом.

**Приклад.**  $\frac{5}{a-1}$ ;  $\frac{a}{b+7}$ ;  $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$  — раціональні дроби.

**5. Область допустимих значень змінних у виразі (ОДЗ) — усі такі значення змінних, при яких вираз має зміст.**

!Для раціонального дробу  $\frac{A}{B}$  допустимі значення змінної визначаються з умови  $B \neq 0$  (знаменник не повинен дорівнювати 0).

**Приклад.** Для виразу  $\frac{5}{a^2 - 4}$  допустимими є всі значення  $a$

крім тих, при яких  $a^2 - 4 = 0$ , тобто  $(a - 2)(a + 2) = 0$ ,  
тобто  $a = 2$  або  $a = -2$ .

Отже, ОДЗ змінної  $a$  у виразі  $\frac{5}{a^2 - 4}$  можна записати так:

ОДЗ:  $a \neq \pm 2$  (або  $a \neq 2$  і  $a \neq -2$ , або всі значення  $a$ ,  
крім  $a = 2$  та  $a = -2$ ).



**6. Раціональний дріб  $\frac{A}{B}$  дорівнює 0, тоді і тільки тоді, коли**

$$A = 0 \text{ і } B \neq 0 \text{ (або } \begin{cases} A = 0, \\ B \neq 0 \end{cases} \text{).}$$

Щоб знайти значення змінної, при якому раціональний дріб  $\frac{A}{B}$  дорівнює 0, треба:

- а) знайти ОДЗ дробу (з умови  $B \neq 0$ );
- б) прирівняти чисельник до нуля ( $A = 0$ ) і знайти відповідні значення змінних;
- в) із значень, здобутих в п. б) вилучити ті, що не ввійшли до ОДЗ (див. п. а.).

**Приклад.**

При якому значенні змінної дріб  $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$  дорівнює нулю?

**Розв'язання**

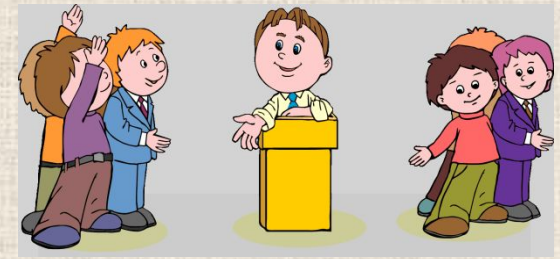
1) ОДЗ:  $x - 4 \neq 0$ ;  $x \neq 4$ ;

2)  $x^2 - 16 = 0$ ;  $(x - 4)(x + 4) = 0$ ;  $x = 4$  або  $x = -4$ .

3)  $x = 4$  не входить до ОДЗ, тому при  $x = -4$  дріб

$$\frac{x^2 - 16}{x - 4} \text{ дорівнює нулю}$$

# Виконання усних вправ



**1. Які з виразів є цілими; дробовими?**

**Які з виразів є дробами; раціональними дробами?**

а)  $\frac{b+c}{b-c}$ ; б)  $\frac{a}{2} + a^2$ ; в)  $\frac{2}{a} - a^2$ ; г)  $\left(\frac{1}{3} + a^3\right)b$ ;

д)  $\frac{3}{x(x-1)}$ ; е)  $\frac{mn+n}{3}$ .

**2. Знайдіть значення виразу  $\frac{5}{x}$  при**

$$x = 5, \quad x = -5, \quad x = -0,1.$$

**3. При яких значеннях змінної вираз не має змісту?  
Назвіть допустимі значення змінної у виразі:**

а)  $\frac{5}{x}$ ;   б)  $\frac{5-x}{x-1}$ ;   в)  $\frac{5}{x(x-1)}$ ;   г)  $\frac{5x}{x^2+1}$ .

**4. Які з наведених рівностей є тотожностями?**

а)  $\frac{m+2m}{m-1} = \frac{3m}{m-1}$ ;   б)  $\frac{m \cdot 2m}{m-1} = \frac{2m}{m-1}$ ;

в)  $\frac{m}{m(m-1)} = \frac{m}{m^2-m}$ .

# Виконання письмових вправ



1. Серед поданих виразів зі змінними вибрати: цілі, дробові вирази, раціональні дроби.

1) Які з виразів є цілими; дробовими? Які з виразів є дробами; раціональними дробами?

а)  $\frac{a+b}{a-b}$ ; б)  $\frac{x}{3} + x^2$ ; в)  $\frac{4}{x} - x^2$ ; г)  $\left(\frac{1}{2} + b^3\right) \cdot a$ ; д)  $\frac{5}{x(y+1)}$ ; е)  $\frac{xy+x}{5}$ .

2) Які з виразів

$$\frac{1}{3}a^2b; (x-y)^2 - 4xy; \frac{m+3}{m-3}; \frac{8}{x^2+y^2}; \frac{a^2-2ab}{12}; (c+3)^2 + \frac{2}{c}$$

є цілими, які — дробовими?

### 3) Із раціональних виразів

$$7x^2 - 2xy; \frac{a}{9}; \frac{12}{b}; a(a-b) - \frac{b}{3a}; \frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2; \frac{a}{a+3} - 8;$$

випишіть ті, які є:

- а) цілими виразами;
- б) дробовими виразами.

### 4) Складіть дріб:

- а) чисельник якого є добутком змінних  $x$  і  $y$ ,  
а знаменник — сумою;
- б) чисельник якого є різницею змінних  $a$  і  $b$ ,  
а знаменник — добутком.

## 2. Знаходження значень дробового виразу при даних значеннях змінних.

1) Знайдіть значення виразу:

а)  $\frac{-x^2}{x+5}$  при  $x = 0$ ;  $x = 5$ ;  $x = -3$     б)  $\frac{2ab}{a-b}$  при  $a = 4$ ;  $b = 2$ ;  $a = -4$

в)  $\frac{a-8}{2a+5}$  при  $a = -2$     г)  $\frac{b^2+6}{2b}$  при  $b = 3$

д)  $x + \frac{8}{x-1}$  при  $x = \frac{1}{2}$ ;    е)  $\frac{y-3}{y} - \frac{y}{y-3}$  при  $y = 1,5$ .

2) Чому дорівнює значення дробу  $\frac{(a+b)^2-1}{a^2+1}$  при:

а)  $a = -3$ ,  $b = -1$ ;    б)  $a = 1\frac{1}{2}$ ,  $b = 0,5$ ?

### 3. Знаходження допустимих значень змінних у виразі.

1) Укажіть допустимі значення змінної у виразі:

а)  $\frac{6x^2+1}{x-2}$ ; б)  $\frac{6a+1}{a(a-3)}$ ; в)  $\frac{b}{b+1} + \frac{1}{b}$ ; г)  $\frac{11x}{x^2+2}$ .

2) Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

а)  $\frac{7b}{4b^2-1} + b$ ; б)  $\frac{3k}{4-(k+2)^2}$ ; в)  $\frac{6m}{m^2+2m} + \frac{m}{m-1}$ .

### 4. Складання виразів зі змінними за умовою задачі.

Автомобіль проїхав 195 км за  $t$  год.

Запишіть у вигляді виразу швидкість автомобіля.

Знайдіть значення цього виразу при  $t = 3$ .



**5. Виконання вправ на повторення: арифметичні дії зі звичайними дробами (скорочення, порівняння, додавання, віднімання), розкладання цілих виразів на множники із застосуванням різних способів.**

1) Перетворіть у многочлен:

а)  $(x - 10)(x + 10)$ ; б)  $(2a + 3)(2a - 3)$ ; в)  $(y - 5b)(y + 5b)$ ;  
г)  $(8x + y)(y - 8x)$ ; д)  $(x + 7)^2$ ; е)  $(b + 5)^2$ ;  
ж)  $(a - 2x)^2$ ; з)  $(ab - 1)^2$ .

2) Розкладіть многочлен на множники:

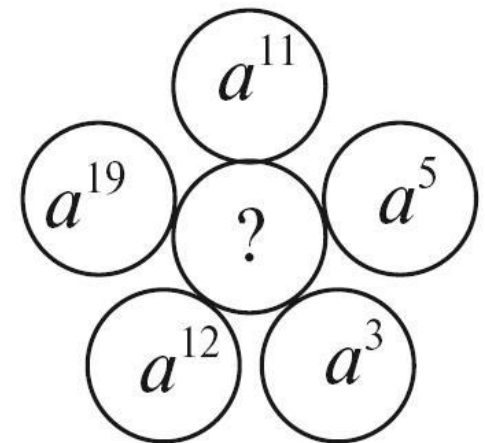
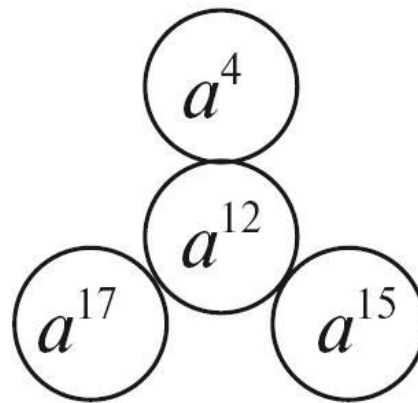
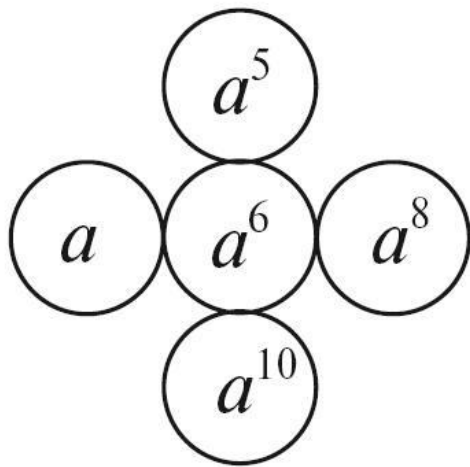
а)  $15ax + 20ay$ ; б)  $36by - 9cy$ ; в)  $x^2 - xy$ ;  
г)  $a^2 + 5ab$ ; д)  $xy - y^2$ ; е)  $15c - 10c^2$ .

3) Розкладіть на множники:

а)  $16 - c^2$ ; б)  $x^2 - 25$ ; в)  $a^2 - 6a + 9$ ;

г)  $x^2 + 8x + 16$ ; д)  $a^3 - 8$ ; е)  $b^3 + 27$ .

6. Вставте пропущений вираз:



# Контрольні запитання

1) Які вирази називають цілими? Наведіть приклади.

2) Які вирази називають дробовими?  
Наведіть приклади.

3) Які вирази називають раціональними?  
Які з наведених раціональних виразів цілі, а які дробові:

$$3a, \frac{5x}{4}, 15p^2q, x + \frac{8}{x}, a^3 - \frac{a}{6}, \frac{x-y}{x+1}?$$

# Домашнє завдання



1. Вивчити означення понять, розглянутих на уроці.
2. Розв'язати вправи на: класифікацію раціональних виразів, знаходження ОДЗ виразів, обчислення значень виразів зі змінними та числових виразів, що містять звичайні дроби, розв'язання цілих рівнянь.