

Динамика

- 1) масса
- 2) импульс
- 3) сила

Масса

m

масса

$[m]=\text{кг}$

Масса- мера инертности тела.

Инертность-свойство тела оказывать сопротивление при попытках привести его в движение или изменить величину и направление его скорости.

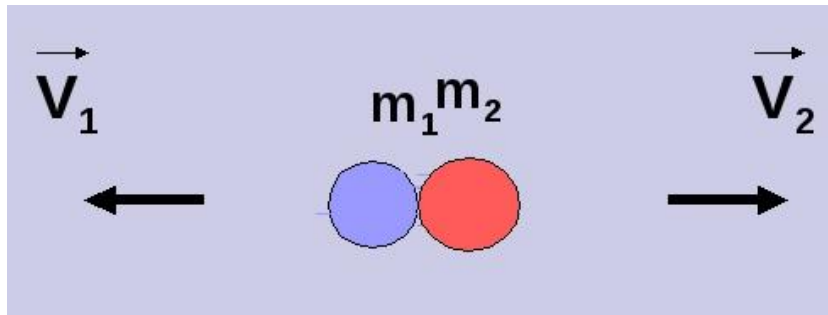
Динамика



Динамика

Инертная масса – коэффициент пропорциональности между действующей на тело силой и ускорением тела. $F = ma$

Способ определения инертной массы:



$$\Delta \left(m_1 \vec{V}_1 \right) = -\Delta \left(m_2 \vec{V}_2 \right)$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$m = \frac{\Delta \vec{V}_{\text{этал}}}{\Delta \vec{V}} \cdot m_{\text{этал}}$$

Масса – мера инертности.

Динамика

Гравитационная масса – источник гравитационного поля, приводит к взаимному притяжению тел. Определяется законом всемирного тяготения Ньютона.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Способ определения гравитационной массы:

Сравнение сил тяжести эталонного и неизвестного тела \rightarrow

$$F_{\text{этал}} = m_{\text{этал}} \cdot g$$
$$F_x = m_x \cdot g$$

$$m_{\text{хтал}} = m \cdot \frac{F_x}{F_{\text{этал}}}$$

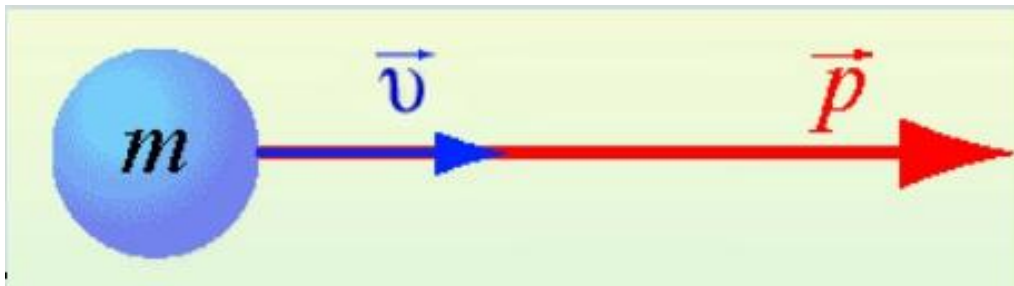
m - мера энергии $E = mc^2$

Импульс тела

(Количество движения) – векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$



Направление импульса тела совпадает с направлением скорости тела и зависит от системы отсчета

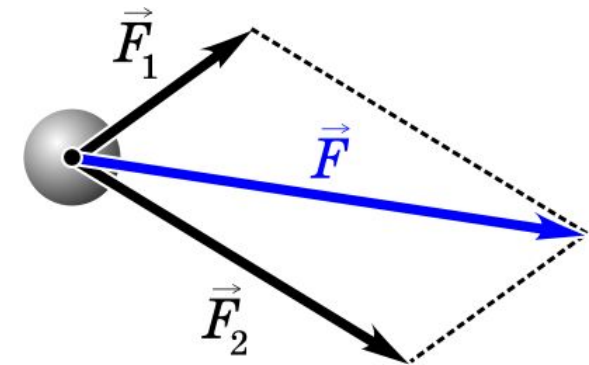
Сила

Сила – мера взаимодействия тела с окружающими материальными объектами

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

«Сила – причина движения»
(Аристотель)

«Сила – причина изменения количества движения тела» (И. Ньютон)



Прямая задача динамики – по известным силам найти кинематические характеристики движения

Силы в природе:

- 1) фундаментальные (силы тяготения, силы электромагнитного взаимодействия),
- 2) силы инерции, возникающие в неинерциальных системах отсчета

Сила

Силы в природе:

- 3) молекулярные силы (силы Ван-дер-Ваальса) – силы взаимодействия молекул и атомов
- 4) силы, возникающие только при непосредственном взаимодействии тел (силы трения, упругие силы)
- 5) консервативные и неконсервативные силы

Если работа, совершаемая над телом, не зависит от пути, а определяется только начальным и конечным положениями тела в пространстве, то поле сил называется **потенциальным**, а сами силы – **консервативными** (потенциальными).

Силы, работа которых зависит от формы пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются **неконсервативными** (диссипативными).

Законы Ньютона

**«Математические начала натуральной философии»
(1687г.) Исаак Ньютон**

Механика – классическая, квантовая, релятивистская

Основа классической механики – законы Ньютона

Первый закон Ньютона (закон инерции)

**Второй закон Ньютона
(основное уравнение динамики поступательного движения)**

**Третий закон Ньютона
(закон взаимности действия)**

1 закон Ньютона

Первый закон Ньютона (закон инерции): всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Тело, не поддерживаемое внешними воздействиями называется свободным.

Свойство свободных тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью (инерцией)**.

Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются **инерциальными системами отсчета**.

1 закон Ньютона

Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.

Пример ИСО: гелиоцентрическая (звездная) система

$$F = 0$$

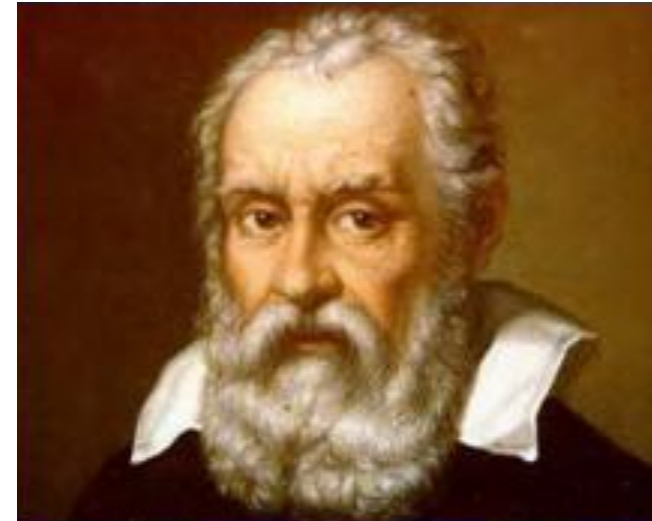


$$V = \textit{const}$$



Принцип относительности Галилея

Все механические явления в различных инерциальных системах протекают одинаково, т.е. никакими механическими опытами, проводимыми «внутри» данной инерциальной системы, невозможно установить, покоится данная СО или движется прямолинейно и равномерно.



Все механические процессы протекают одинаково во всех ИСО

Все системы отсчета, которые относительно инерциальной движутся равномерно и прямолинейно, также являются инерциальными. Систему, движущуюся ускоренно относительно инерциальной, называют **неинерциальной**.

Все инерциальные системы отсчета абсолютно равноправны

2 закон Ньютона

Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения) - ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей силе и обратно пропорционально массе тела.

$$a = \frac{F}{m} \quad \text{или} \quad F = ma = m \frac{dV}{dt} = \frac{d(mV)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

$$a = \frac{dV}{dt} \quad p = mV$$

$$F = \frac{dp}{dt}$$

- уравнение движения материальной точки



$$F \cdot dt = dp$$



$$F \cdot dt \quad \text{- импульс силы}$$

2 закон Ньютона

$\vec{F} \cdot dt = d\vec{p}$ - изменение импульса материальной точки равно импульсу силы

$$\int_0^t d\vec{p} = \int_0^t \vec{F} dt \quad \rightarrow \quad \Delta\vec{p} = \int_0^t \vec{F} dt$$

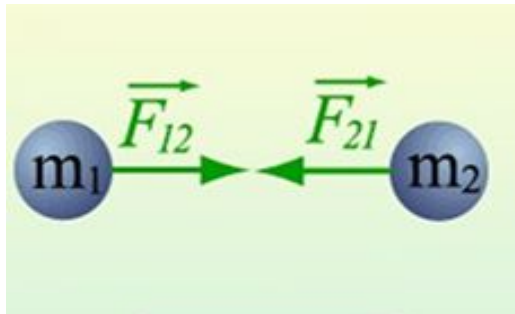


если $\vec{F} = const$, то $\Delta(m\vec{V}) = \vec{F} \Delta t$

если $\vec{F} \neq const$, то $\Delta(m\vec{V}) = \vec{F}_{cp} \Delta t$

3 закон Ньютона

Третий закон Ньютона: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.



$$\overline{\overline{F}}_{12} = -\overline{\overline{F}}_{21}$$

F_{12} - сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;

F_{21} - сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Неинерциальные системы отсчета

Неинерциальные системы отсчета (неИСО): это системы отсчета, которые движутся ускоренно относительно ИСО.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

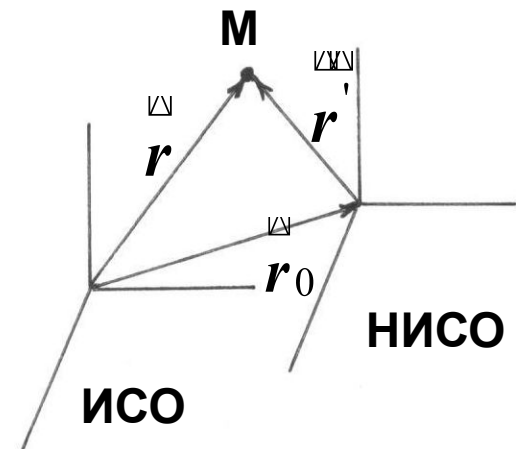
Определяем скорость движущегося тела:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

скорость тела в ИСО

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}'$$

скорость тела в ИСО
относительно ИСО



скорость тела
в НИСО

Неинерциальные системы отсчета

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}'$$

Определяем ускорение движущегося тела:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \frac{d\vec{V}'}{dt}$$

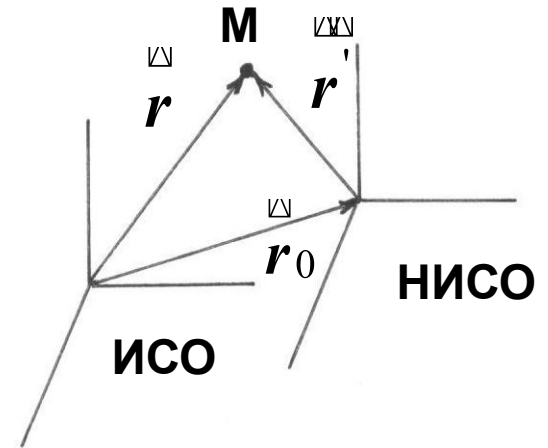


$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$$

ускорение тела в ИСО

ускорение тела в НИСО

ускорение тела в НИСО относительно ИСО



Неинерциальные системы отсчета

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}' \quad \times m$$



$$m\vec{a} = m\vec{a}_0 + m\vec{a}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \longrightarrow \quad m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$$

(2 закон Ньютона)

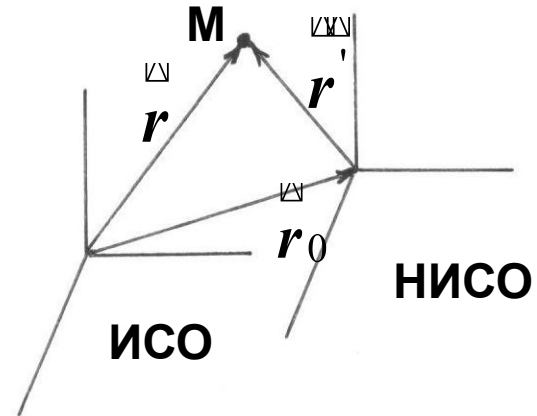
$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$$

резльтирующая всех сил,
действующих на тело

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_0$$

сила инерции

Уравнение движения
тела в НИСО



Неинерциальные системы отсчета

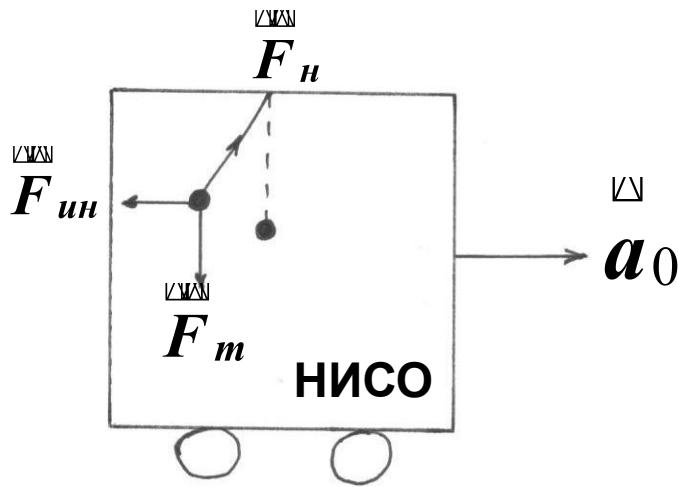
$$m\ddot{a}' = F - m\ddot{a}_0 \qquad F_{ин} = -m\ddot{a}_0$$

Свойства сил инерции:

- 1) сила инерции возникает не из-за взаимодействия тел, а лишь вследствие ускоренного движения системы отсчета;
- 2) силы инерции зависят от выбора системы отсчета;
- 3) силы инерции не подчиняются 3 закону Ньютона;
- 4) силы инерции пропорциональны массе тела.

Неинерциальные системы отсчета

Пример



$$m \vec{a}' = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_н + \vec{F}_{ин}$$

$$\vec{F}_{ин} = -m \vec{a}_0$$

Если вагон находится в покое (статическое положение)

силы уравновешены

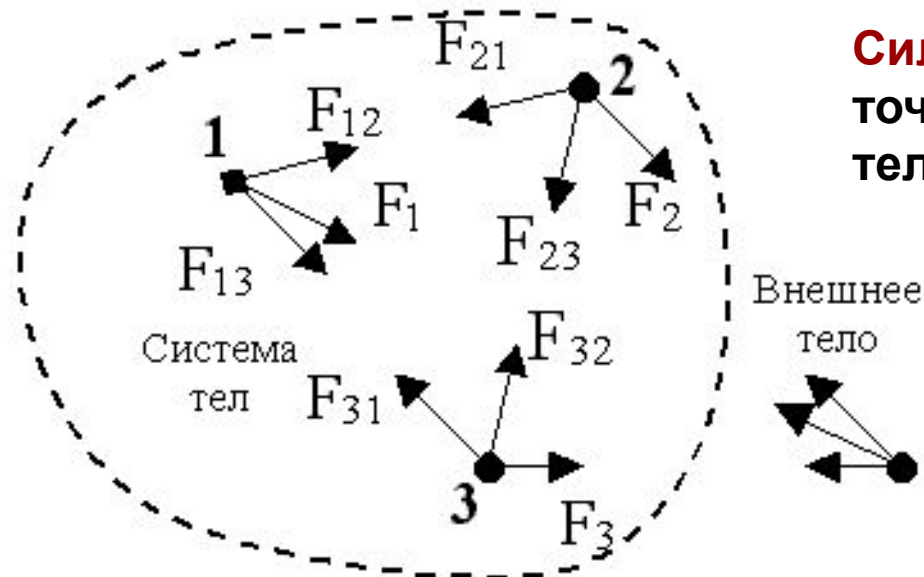
$$m \vec{a}' = 0 \quad \rightarrow$$

$$\vec{F}_{тяж} + \vec{F}_н + \vec{F}_{ин} = 0$$

Закон сохранения импульса

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**.

Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются **внутренними**.

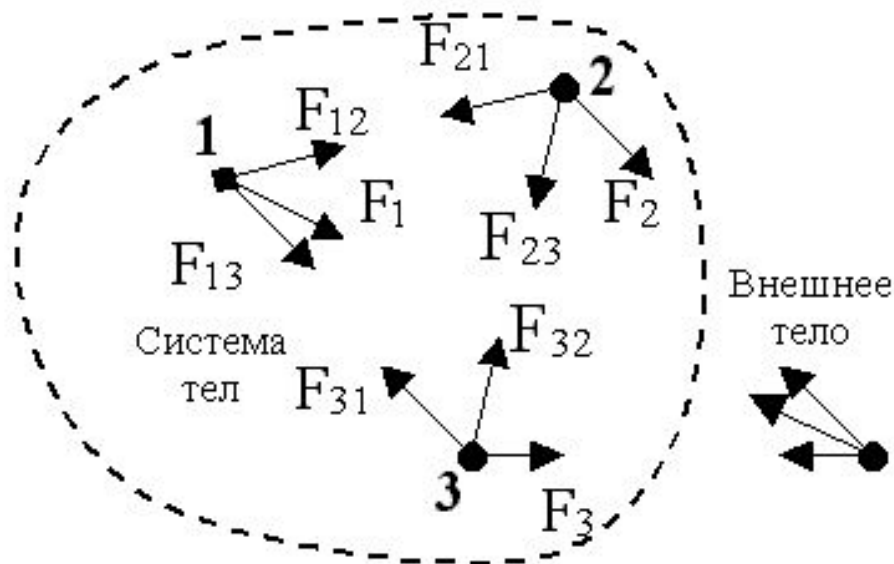


Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**.

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или **изолированной**).

Закон сохранения импульса

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых равны m_1, m_2, \dots, m_n ; V_1, V_2, \dots, V_n

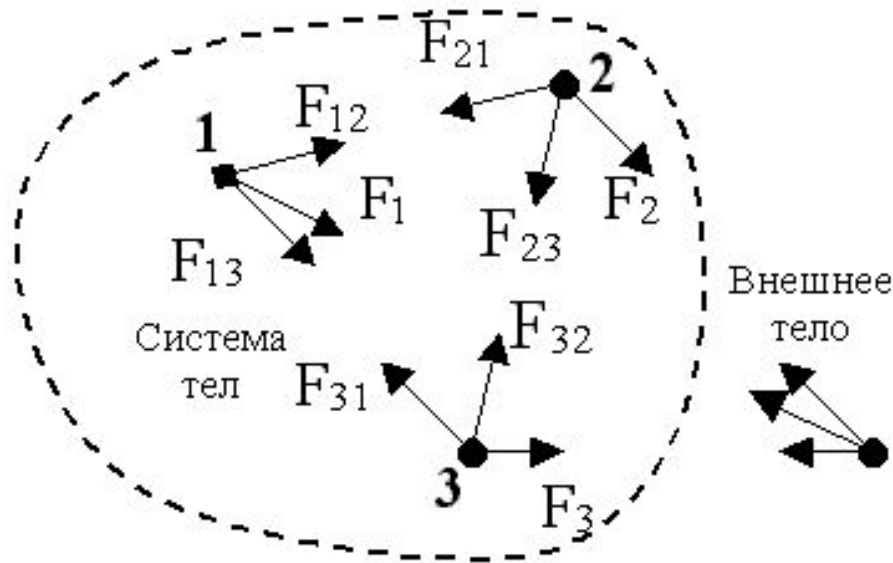


$\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, \dots, \vec{F}_{ik}$ - **внутренние силы**, действующие на 1-ое тело со стороны 2-го, 3-го и т.д.

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_i$ - **внешние силы**, действующие на 1-ое, 2-ое тело и т.д.

Закон сохранения импульса

Согласно **3 закону Ньютона**, силы, действующие между этими телами, равны по величине и противоположны по направлению, а геометрическая сумма внутренних сил равна нулю, т.е.



$$\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21}$$

$$\overline{F}_{32} = -\overline{F}_{23}$$

и т.д.

Система из n тел

Закон сохранения импульса

Запишем уравнения динамики движения материальных точек системы, согласно 2 закону Ньютона:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(m_1 V_1)}{dt} = F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1k} + F_{1n} + F_1 = \sum_{k=2}^n F_{1k} + F_1 \\ \frac{d(m_2 V_2)}{dt} = F_{21} + F_{23} + \dots + F_{2k} + F_{2n} + F_2 = \sum_{k=3}^n F_{2k} + F_2 \\ \frac{d(m_n V_n)}{dt} = F_{n1} + F_{n2} + \dots + F_{nk} + F_{n,n-1} + F_n = \sum_{k=1}^{n-1} F_{nk} + F_n \end{array} \right.$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{d(m_i V_i)}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n F_{ik} + \sum_{i=1}^n F_i$$

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \frac{d(m_i V_i)}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n F_{ik} + \sum_{i=1}^n F_i$$

$$m_i V_i = p_i$$



импульс одной
материальной точки

$$\sum_{i=1}^n m_i V_i = p$$



сумма импульса
системы мат. точек
называется
импульсом системы
материальных точек

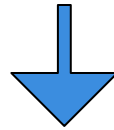
$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n F_{ik} = 0$$



по 3 закону Ньютона

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \frac{d(m_i V_i)}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i V_i = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n p_i = \frac{d p}{dt} = \sum_{i=1}^n F_i$$



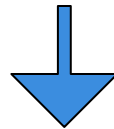
$$\frac{d p}{dt} = \sum_{i=1}^n F_i$$

Скорость изменения импульса системы материальных точек равна сумме внешних сил, действующих на точки системы.

Закон сохранения импульса

$$\frac{d\overline{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \overline{F}_i$$

Скорость изменения импульса системы материальных точек равна сумме внешних сил, действующих на точки системы.

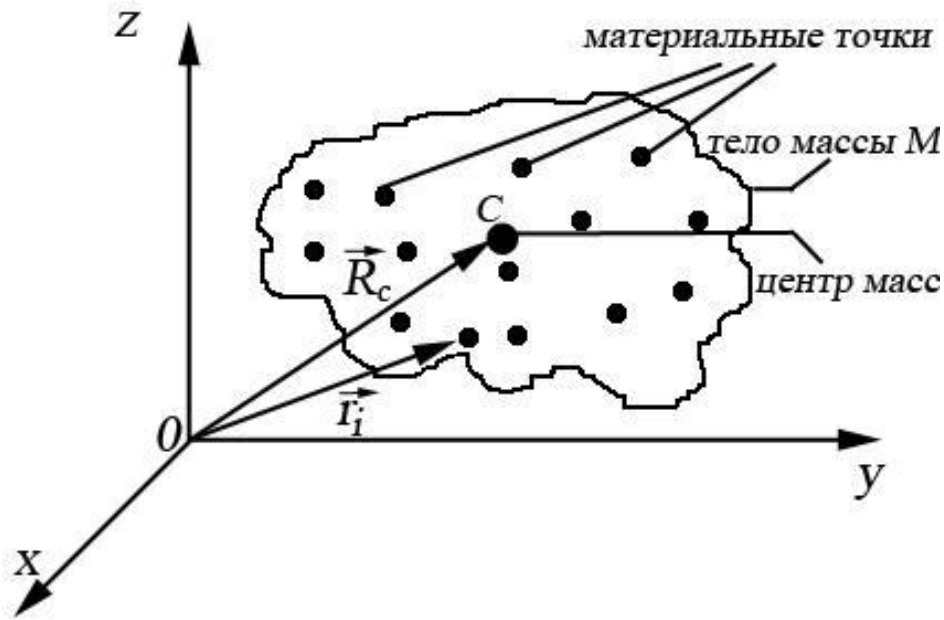


В случае отсутствия внешних сил: $\overline{F}_i = 0$

$$\overline{p} = \sum_{i=1}^n m_i \overline{V}_i = \text{const}$$

Импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения



Центром инерции или центром масс называется точка, радиус – вектор которой равен:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$

- i - номер точки,
- n - количество точек,
- m_i - масса i точки
- m - масса всей системы точек

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad \rightarrow$$

$$x_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \quad - \text{ масса всей системы точек}$$

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

Скорость центра инерции системы материальных точек

$$\vec{V}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$$

$$\vec{V}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \frac{m_i d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i$$



$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = m \vec{V}_c$$

Импульс системы материальных точек равен произведению масс всей системы на скорость ее центра инерции

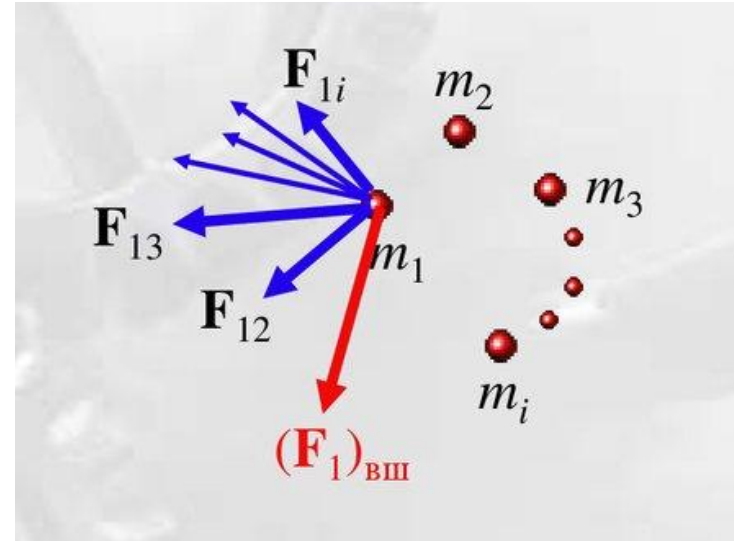
Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

Закон движения центра инерции системы материальных точек

m_1, m_2, \dots, m_n - точки системы

$\overline{F}_i^{\text{внеш}}$ - результирующая внешних сил

$\overline{F}_i^{\text{внутр}}$ - результирующая внутренних сил



Уравнение динамики движения одной точки:

$$m_i a_i = \overline{F}_i^{\text{внутр}} + \overline{F}_i^{\text{внеш}}$$




сумма по всем точкам:

$$\sum_{i=1}^n m_i a_i = \sum_{i=1}^n \overline{F}_i^{\text{внутр}} + \sum_{i=1}^n \overline{F}_i^{\text{внеш}}$$

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

$$\sum_{i=1}^n m_i a_i = ? \quad \sum_{i=1}^n F_i^{\text{внутр}} = ? \quad \sum_{i=1}^n F_i^{\text{внеш}} = ?$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i a_i &= \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 r_i}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \frac{d^2}{dt^2} (m_i r_i) = \\ &= \frac{d^2}{dt^2} \sum_{i=1}^n (m_i r_i) = \frac{d^2}{dt^2} \left(r_c \cdot \sum_{i=1}^n m_i \right) = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 r_c}{dt^2} = m a_c \end{aligned}$$



$$\sum_{i=1}^n m_i a_i = m a_c$$

масса системы

ускорение центра масс

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

Если $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внутр}} = 0$, т.к. $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} \neq 0$$



$$m \vec{a}_c = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}}$$

Закон движения центра масс системы материальных точек

Центр масс системы материальных точек движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы, и на которую действует сила, равная результирующей всех внешних сил, приложенных к системе.

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

Основное уравнение динамики поступательного движения твердого тела

$$m a_c = \sum_{i=1}^n F_i^{\text{внеш}}$$

Твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, поэтому полученное уравнение называют **основным уравнением динамики поступательного движения твердого тела**.

Следствия:

1)

$$\sum_{i=1}^n F_i^{\text{внеш}} = 0$$



$$m a_c = m \frac{dV_c}{dt} = 0$$

$$m V_c = \sum_{i=1}^n m_i V_i = \text{const}$$

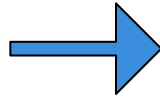
закон сохранения импульса

Центр инерции системы мат. точек и закон его движения

Следствия:

2)

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} \neq 0$$



$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}}$$

$$d\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} \cdot dt$$

Изменение импульса системы материальных точек равно импульсу внешних сил