

# Возрастание и убывание функции

# Цели обучения

10.4.1.26 знать необходимое и достаточное условие возрастания (убывания)

функции на интервале;

10.4.1.27 находить промежутки возрастания (убывания) функции;

# Критерии оценивания

- знает необходимое и достаточное условия возрастания (убывания) функции на интервале
- умеет находить интервалы возрастания (убывания) функции

# Актуализация материала

\* **Вычислить производную в указанной точке**

Вычислить производную в указанной точке		
Функция	Точка	Ответ
1) $y = x^3 + x^2$	$x_0 = 1$	
2) $y = \frac{32}{x} - \sqrt{x}$	$x_0 = 4$	
3) $y = 4x^2 - 15x + 49$	$x_0 = 0$	
4) $y = 6\sqrt{x}(2x - 1)$	$x_0 = 9$	
5) $y = (3x + 2)^2$	$x_0 = -2$	
6) $y = -x^4 + 129$	$x_0 = -1$	
7) $y = \frac{2}{3}x^3 - 87$	$x_0 = -4$	
8) $y = 35$	$x_0 = 7$	

## Вычислить производную в указанной точке

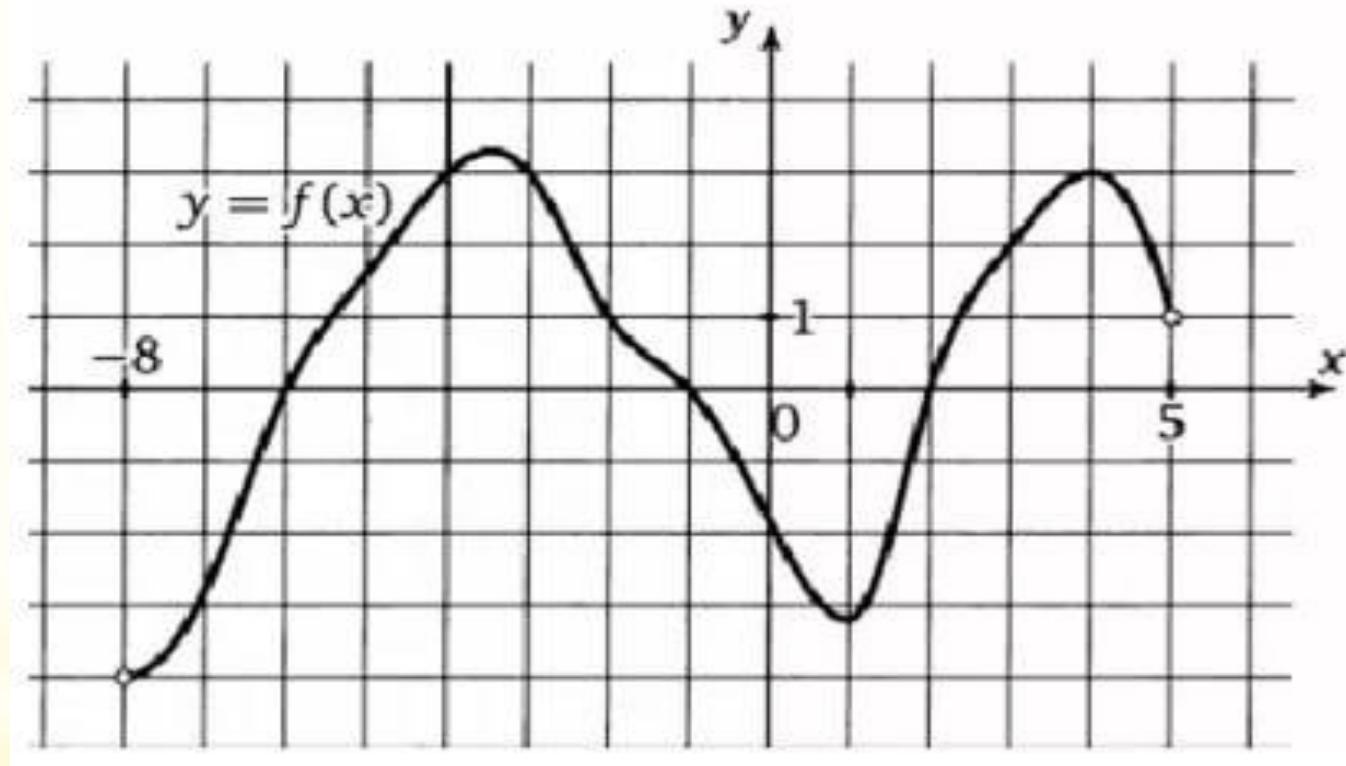
Функция	Точка	Ответ
$x^3 + x^2$	$x_0 = 1$	5
$\frac{32}{x} - \sqrt{x}$	$x_0 = 4$	$-2\frac{1}{4}$
$4x^2 - 15x + 49$	$x_0 = 0$	- 15
$6\sqrt{x}(2x - 1)$	$x_0 = 9$	53
$(3x + 2)^2$	$x_0 = -2$	- 24
$-x^4 + 129$	$x_0 = -1$	4
$\frac{2}{3}x^3 - 87$	$x_0 = -4$	32
35	$x_0 = 7$	0

# Достаточные условия возрастания и убывания функции

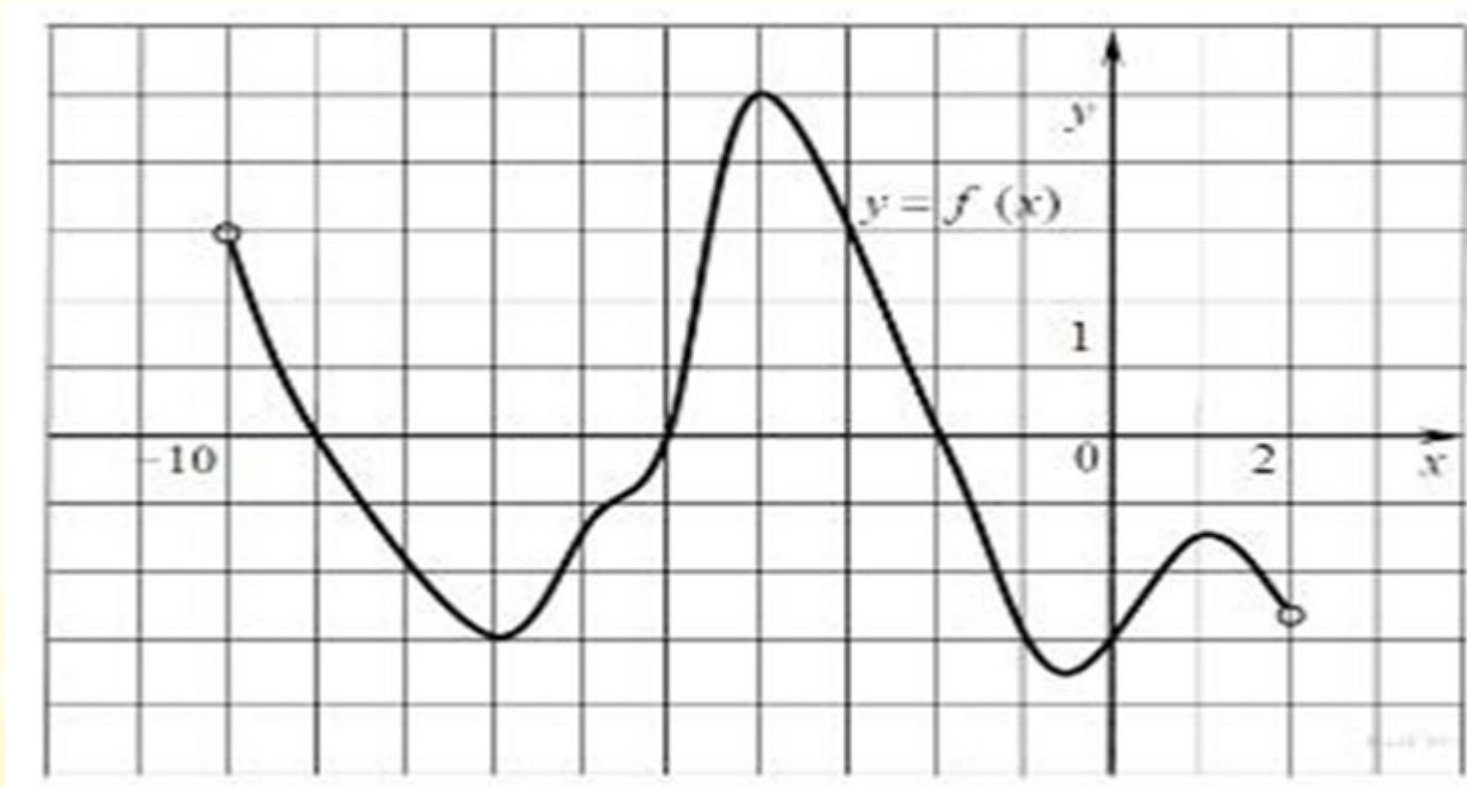
**Теорема 1:** Если производная некоторой непрерывной функции  $f(x)$  на некотором промежутке положительна ( $f'(x) > 0$ ), то на этом промежутке функция возрастает.

**Теорема 2:** Если производная некоторой непрерывной функции  $f(x)$  на некотором промежутке отрицательна ( $f'(x) < 0$ ), то на этом промежутке функция убывает.

На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

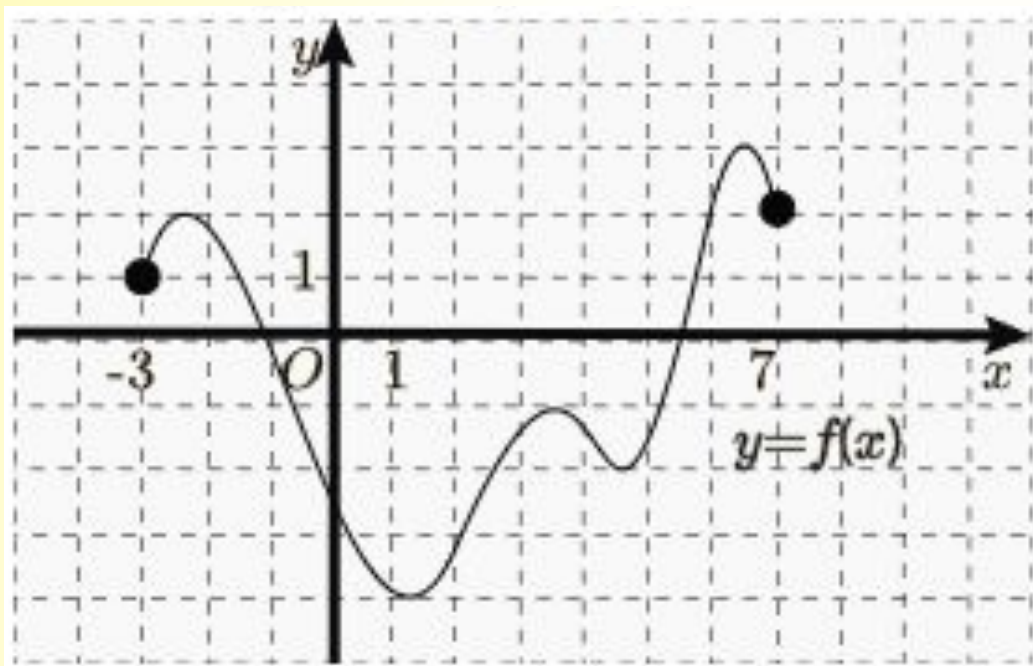


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ .  
Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



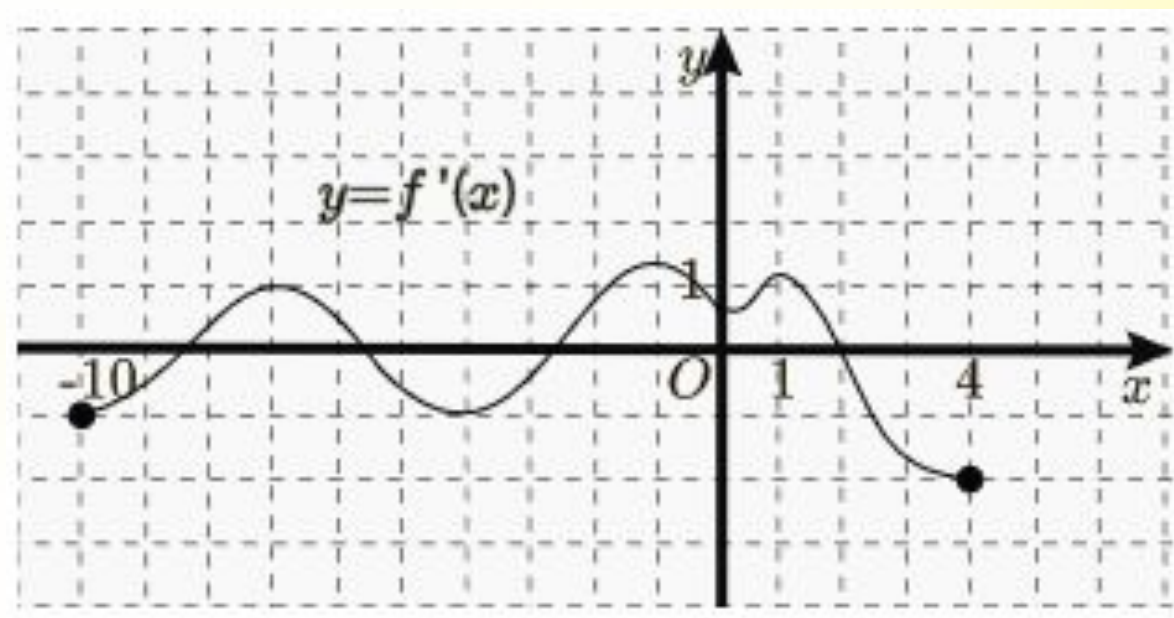


1



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на отрезке  $[-3; 7]$ . Найди промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажи сумму целых чисел, входящих в эти промежутки.

- 2 На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на отрезке  $[-10; 4]$ . Найди промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажи длину наибольшего из них.



Распределите функции по двум столбцам

Возрастающие функции	Убывающие функции

~~$y = 3x^2 - 4x + 1$~~

## Исследовать на монотонность функцию

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

Решение. а) Исследовать функцию на монотонность — это значит выяснить, на каких промежутках области определения функция возрастает, а на каких — убывает. Согласно теоремам 1 и 2, это связано со знаком производной.

Найдем производную данной функции:

$$y' = 6x^2 + 6x = 6x(x + 1).$$



Если функция непрерывна не только на открытом промежутке, но и в его концевых точках (именно так обстоит дело для заданной функции), эти концевые точки включают в промежуток монотонности функции.

Таким образом, заданная функция возрастает на луче  $(-\infty; -1]$ , возрастает на луче  $[0; +\infty)$ , убывает на отрезке  $[-1; 0]$ .

**\* Алгоритм нахождения промежутков  
МОНОТОННОСТИ**

1. Найти область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Решить неравенства  $f'(x) > 0$  или  $f'(x) < 0$ .
4. Записать промежутки возрастания и убывания функции.

### \*Задание №1

\* а)  $y = x^2 - 5x + 4$       б)  $y = -x^5 + 5x$

### \*Задание №2

\* а)  $y = -x^2 + 8x - 7$       б)  $y = x^3 + 2x$

Дескрипторы:

- \* находит производную функции;
- \* решает уравнение  $y'=0$
- \* находит критические точки
- \* находит знаки производной на интервалах
- \* находит промежутки возрастания(убывания) функции

**\*Формативное задание**

### Задание №3

Найдите промежутки монотонности функции:

$$\text{a) } f(x) = 0,25x^4 + x^3 - 0,5x^2 - 3x + 1;$$

$$\text{b) } f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$$

Найдите длину промежутка возрастания функции

$$y = -\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 20x + 3\sqrt{2}$$

# Учебное задание

**ДОМА:**

**-Формативное задание**

**-№ 47.14**

**-параграф 47 прочитать.**

# Reflection

- что знал, узнал, чему научился;
- что осталось непонятным;
- Продумайте свои дальнейшие действия для улучшения результата учебной деятельности.