Задание 16 (повышенный уровень, время – 5 мин)

Тема: Вычисление рекуррентных выражений

MAX БАЛЛ - 1

16. Рекурсивные алгоритмы

Программы с двумя рекурсивными функциями с возвращаемыми значениями

Программы с двумя рекурсивными функциями с текстовым выводом

Рекурсивные функции с возвращаемыми значениями

Алгоритмы, опирающиеся на несколько предыдущих значений

Рекурсивные функции с текстовым выводом

Алгоритмы, опирающиеся на одно предыдущее значение

Программы с двумя рекурсивными функциями с возвращаемыми значениями

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова *F*(7)?

Ниже на пяти языках программирования записаны две рекурсивные функции: *F* и *G*.

Бейсик

```
DECLARE FUNCTION F(n)
 DECLARE FUNCTION G(n)
 FUNCTION F(n)
   IF n > 2 THEN
     F = F(n - 1) + G(n-2)
   ELSE
     F = 1
   END IF
 END FUNCTION
 FUNCTION G(n)
   IF n > 2 THEN
     G = G(n - 1) + F(n-2)
   ELSE
     G = 1
   END IF
 END FUNCTION
```

Python

```
def F(n):
   if n > 2:
      return F(n-1)+ G(n-2)
   else: return 1
def G(n):
   if n > 2:
      return G(n-1) + F(n-2)
   else: return 1
```

Паскаль

```
function F(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    F := F(n - 1) + G(n - 2)
  else
    F := 1;
end;
function G(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    G := G(n - 1) + F(n - 2)
  else
    G := 1;
end;
```

Алгоритмический язык

```
алг цел F(цел n)
нач
  если n > 2
    то
      знач := F(n - 1) + G(n - 2)
    иначе
      знач := 1
  все
кон
алг цел G(цел n)
нач
  если n > 2
    то
      знач := G(n - 1) + F(n - 2)
    иначе
      знач := 1
  все
кон
```

Си

```
int F(int n)
{
  if (n > 2)
    return F(n-1) + G(n-2);
  else return 1;
}
int G(int n)
{
  if (n > 2)
    return G(n-1) + F(n-2);
  else return 1;
}
```

Паскаль

```pascal
function F(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    F := F(n - 1) + G(n - 2)
  else
    F := 1;
end;
function G(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    G := G(n - 1) + F(n - 2)
  else
    G := 1;
end;
```

Решение. Распишем, что выводит функция начиная с 1:

F(1) = 1;

F(2) = 1;

F(3) = G(1) + F(2) = 2;

F(4) = G(2) + F(3) = 1 + 2 = 3;

F(5) = F(4) + G(3) = 3 + 2 = 5;

F(6) = F(5) + G(4) = 5 + 3 = 8;

F(7) = F(6) + G(5) = 8 + 5 = 13.

Ответ: 13.

Паскаль

```pascal
function F(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    F := F(n-1)+G(n-1)+F(n-2)
  else
    F := n;
end;
function G(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
    G := G(n-1)+F(n-1)+G(n-2)
  else
    G := 3-n;
end;
```

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(5)?

Промоделируем работу программы: F(5) = F(4) + G(4) + F(3).

F(4) = F(3) + G(3) + F(2)

F(3) = F(2) + G(2) + F(1)

F(2) = 2

F(1) = 1

G(4) = G(3) + F(3) + G(2)

G(3) = G(2) + F(2) + G(1)

G(2) = 1

G(1) = 2

Теперь можно подсчитать G(3) и F(3): G(3) = 1 + 2 + 2 = 5; F(3) = 2 + 1 + 1 = 4.

Найдём значение G(4) и F(4): G(4) = 5 + 4 + 1 = 10; F(4) = 4 + 5 + 2 = 11.

Таким образом, F(5) = 11 + 10 + 4 = 25.

Ответ: 25.

Программы с двумя рекурсивными функциями с текстовым выводом

Паскаль

```
procedure F(n: integer); forward;
procedure G(n: integer); forward;

procedure F(n: integer);
begin
    if n > 0 then
        G(n - 1);
end;

procedure G(n: integer);
begin
    writeln('*');
    if n > 1 then
        F(n - 2);
end;
```

Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

Решение. Промоделируем работу программы:
F(11)
G(10): *
F(8)
G(7): *
F(5)
G(4): *
F(2)
G(1): *

Ответ: 4.

Рекурсивные функции с возвращаемыми значениями

Паскаль

```
function F(n: integer): integer;
begin
    if n > 2 then
        F := F(n - 1) + F(n - 2)
    else
        F := 1;
end;
```

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(5)?

Алгоритмы, опирающиеся на несколько предыдущих значений

Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(1) = 1

F(2) = 3

F(n) = F(n–1) * n + F(n–2) * (n – 1) , при n >2

Чему равно значение функции F(5)?

В ответе запишите только натуральное число.

Последовательно находим:

F(3) = F(2) * 3 + F(1) * 2 = 11,

F(4) = F(3) * 4 + F(2) * 3 = 53,

F(5) = F(4) * 5 + F(3) * 4 = 309.

Ответ: 309.

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = n + F(n–1)$, если n чётно,

$F(n) = 2 \cdot F(n–2)$, если $n > 1$ и n нечётно.

Чему равно значение функции $F(26)$?

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	
4	3	

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	=A3+B2
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	3
4	3	=2*B2
5	4	

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	3
4	3	2
5	4	

I10

	A	B	C
1	n	F(n)	
2	1	1	
3	2	3	
4	3	2	
5	4	6	
6	5	4	
7	6	10	
8	7	8	
9	8	16	
10	9	16	
11	10	26	
12	11	32	
13	12	44	
14	13	64	
15	14	78	
16	15	128	
17	16	144	
18	17	256	
19	18	274	
20	19	512	
21	20	532	
22	21	1024	
23	22	1046	
24	23	2048	
25	24	2072	
26	25	4096	
27	26	4122	
28			

Рекурсивные функции с текстовым выводом(с помощью графа)

Паскаль

```
procedure F(n: integer);
begin
    writeln(n);
    if n < 5 then
    begin
        F(n + 1);
        F(n + 2)
    end
end
```

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(2)?

Паскаль

```pascal
procedure F(n: integer);
begin
    write(n);
    if n > 2 then
    begin
      F(n - 3);
      F(n - 2);
      F(n - 1)
    end
 end;
```

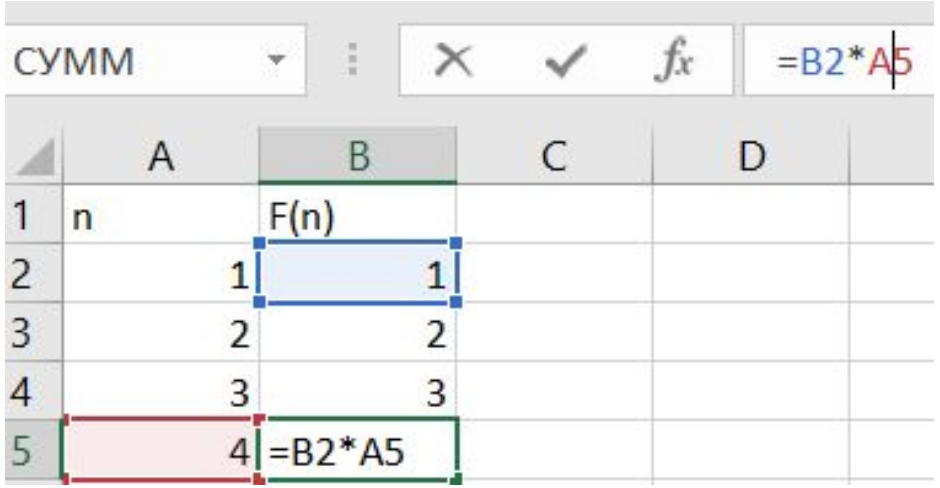
Что выведет программа при вызове F(4)? В ответе запишите последовательность выведенных цифр слитно (без пробелов).

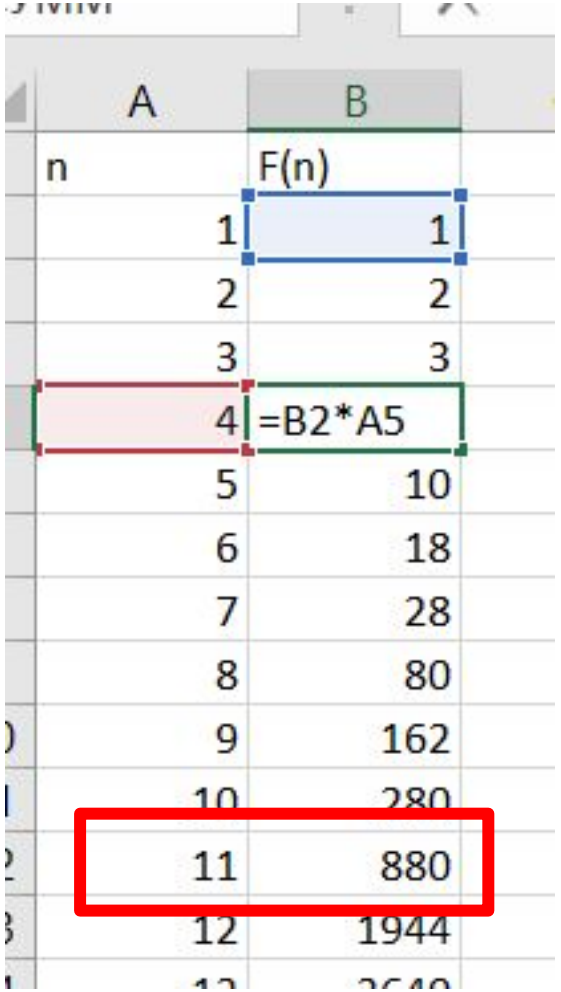
Алгоритмы, опирающиеся на одно предыдущее значение

Алгоритм вычисления значений функций *F(n)*, где *n* — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1;$
$F(2) = 2;$
$F(3) = 3;$
$F(n) = F(n - 3)*n$ при $n > 3$.

Чему равно значение функции *F*(11)? В ответе запишите только натуральное число.





Вариант № 8366231