# **Задание 16** (повышенный уровень, время – 5 мин)

Тема: Вычисление рекуррентных выражений

МАХ БАЛЛ - 1

#### 16. Рекурсивные алгоритмы

Программы с двумя рекурсивными функциями с возвращаемыми значениями

Программы с двумя рекурсивными функциями с текстовым выводом

Рекурсивные функции с возвращаемыми значениями

Алгоритмы, опирающиеся на несколько предыдущих значений

<u>Рекурсивные функции с текстовым выводом</u>

Алгоритмы, опирающиеся на одно предыдущее значение

### Программы с двумя рекурсивными функциями с возвращаемыми значениями

Ниже на пяти языках программирования записаны две рекурсивные функции: F и G.

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(7)?

Бейсик	Python				
DECLARE FUNCTION F(n)  DECLARE FUNCTION F(n)  FUNCTION F(n)  IF n > 2 THEN  F = F(n - 1) + G(n-2)  ELSE  F = 1  END IF  END FUNCTION  FUNCTION G(n)  IF n > 2 THEN  G = G(n - 1) + F(n-2)  ELSE  G = 1  END IF  END FUNCTION	<pre>def F(n):     if n &gt; 2:         return F(n-1)+ G(n-2)     else: return 1 def G(n):     if n &gt; 2:         return G(n-1) + F(n-2)     else: return 1</pre>				
Паскаль	Алгоритмический язык				
<pre>function F(n: integer): integer; begin     if n &gt; 2 then         F := F(n - 1) + G(n - 2)     else         F := 1; end; function G(n: integer): integer; begin     if n &gt; 2 then         G := G(n - 1) + F(n - 2)     else         G := 1; end;</pre>	алг цел F(цел n) нач если n > 2 то знач := F(n - 1) + G(n - 2) иначе знач := 1 все кон алг цел G(цел n) нач если n > 2 то знач := G(n - 1) + F(n - 2) иначе знач := 1 все				
	Си				
<pre>int F(int n) {     if (n &gt; 2)         return F(n-1) + G(n-2);     else return 1; } int G(int n) {     if (n &gt; 2)         return G(n-1) + F(n-2);     else return 1; }</pre>					

#### Паскаль

```
function F(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
   F := F(n - 1) + G(n - 2)
  else
   F := 1;
end;
function G(n: integer): integer;
begin
 if n > 2 then
   G := G(n - 1) + F(n - 2)
  else
   G := 1;
end;
```

**Решение.** Распишем, что выводит функция начиная с 1:

$$F(1) = 1;$$

$$F(2) = 1;$$

$$F(3) = G(1) + F(2) = 2;$$

$$F(4) = G(2) + F(3) = 1 + 2 = 3;$$

$$F(5) = F(4) + G(3) = 3 + 2 = 5;$$

$$F(6) = F(5) + G(4) = 5 + 3 = 8;$$

$$F(7) = F(6) + G(5) = 8 + 5 = 13.$$

Ответ: 13.

#### Паскаль

```
function F(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
   F := F(n-1)+G(n-1)+F(n-2)
  else
   F := n;
end;
function G(n: integer): integer;
begin
  if n > 2 then
  G := G(n-1)+F(n-1)+G(n-2)
  else
   G := 3-n;
end;
```

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(5)?

Промоделируем работу программы: F(5) = F(4) + G(4) + F(3).

$$F(4) = F(3) + G(3) + F(2)$$

$$F(3) = F(2) + G(2) + F(1)$$

$$F(2)=2$$

$$F(1)=1$$

$$G(4) = G(3) + F(3) + G(2)$$

$$G(3) = G(2) + F(2) + G(1)$$

$$G(2) = 1$$

$$G(1) = 2$$

Теперь можно подсчитать G(3) и F(3): G(3) = 1 + 2 + 2 = 5; F(3) = 2 + 1 + 1 = 4.

Найдём значение G(4) и F(4): G(4) = 5 + 4 + 1 = 10; F(4) = 4 + 5 + 2 = 11.

Таким образом, F(5) = 11 + 10 + 4 = 25.

Ответ: 25.

# Программы с двумя рекурсивными функциями с текстовым выводом

#### Паскаль

```
procedure F(n: integer); forward;
procedure G(n: integer); forward;
procedure F(n: integer);
begin
    if n > 0 then
       G(n - 1);
end:
procedure G(n: integer);
begin
   writeln('*');
   if n > 1 then
       F(n - 2);
end;
```

Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

```
Решение. Промоделируем работу программы: F(11) G(10): *
F(8) G(7): *
F(5) G(4): *
F(2) G(1): *
```

### Рекурсивные функции с возвращаемыми значениями

#### Паскаль

function F(n: integer): integer;
begin
 if n > 2 then
 F := F(n - 1) + F(n - 2)
 else

F := 1;

end;

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(5)?

### Алгоритмы, опирающиеся на несколько предыдущих значений

Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$
  
 $F(2) = 3$   
 $F(n) = F(n-1) * n + F(n-2) * (n - 1) , при n > 2$   
Чему равно значение функции  $F(5)$ ?  
В ответе запишите только натуральное число.

Последовательно находим:

$$F(3) = F(2) * 3 + F(1) * 2 = 11,$$
  
 $F(4) = F(3) * 4 + F(2) * 3 = 53,$   
 $F(5) = F(4) * 5 + F(3) * 4 = 309.$ 

Ответ: 309.

### Алгоритм вычисления функции F(n) задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1$$
 при  $n = 1$ 

$$F(n) = n + F(n-1)$$
, если  $n$  чётно,

$$F(n) = 2 \cdot F(n-2)$$
, если  $n > 1$  и  $n$  нечётно.

### Чему равно значение функции F(26)?

	٨	D	1	Α	В		Α	В		Λ	В
	A	В	1	n	F(n)	4	**				
1	n	F(n)	2	1	1	1	n	F(n)	1	n	F(n)
	4	1	3	2	=A3+B2	2	1	1	2	1	1
2	1	1	4	3		3	2	3	3	2	3
3	2		5	4		4	3	=2*B2	4	3	2
4	2	3	6	5		5	4		5	4	
	3		7	6			-		7/2	_	

110	)		-	1	>	<	~	fx
4	Α			В			C	
1	n		F(n)					
2		1			1			
3		2			3			
4		3			2			
5		4			6			
6		5			4			
7		6			10			
8		7			8			
9		8			16			
10		9			16			
11		10			26			
12		11			32			
13		12			44			
14		13			64			
15		14			78			
16		15		1	28			
17		16		1	44			
18		17		2	256			
19		18		2	74			
20		19	4	5	12			
21		20		5	32			
22		21	4	10	24			
23		22		10	)46			
24		23		20	)48			
25		24		20	72			
26		25		40	96			
27		26		41	22	1		
28						-		
20								

## Рекурсивные функции с текстовым выводом(с помощью графа)

### Паскаль procedure F(n: integer); begin writeln(n); if n < 5 then begin F(n + 1);F(n + 2)end

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(2)?

#### Паскаль

```
procedure F(n: integer);
begin
   write(n);
   if n > 2 then
    begin
     F(n - 3);
     F(n - 2);
     F(n-1)
    end
 end;
```

Что выведет программа при вызове F(4)? В ответе запишите последовательность выведенных цифр слитно (без пробелов).

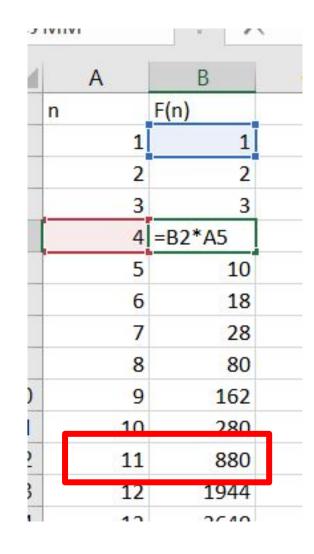
# **Алгоритмы, опирающиеся на одно предыдущее значение**

Алгоритм вычисления значений функций F(n), где n-1 натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1;$$
  
 $F(2) = 2;$   
 $F(3) = 3;$   
 $F(n) = F(n-3)*n$  при  $n > 3.$ 

Чему равно значение функции F(11)? В ответе запишите только натуральное число.

C)	/MM	- I >	~	<i>f</i> <sub>x</sub> =	32*A5
À	Α	В	С	D	
1	n	F(n)			
2	1	1			
3	2	2			
4	3	3			
5	4	=B2*A5			



### Вариант № 8366231