

Основы математического моделирования социально-экономических процессов

лектор канд. техн. наук., доц. Афанасьева Ольга Владимировна

2019г.

Методические рекомендации по выполнению практической работы

Задание №1

Для изготовления трех видов изделий А, В и С используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в табл.1.1. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия каждого вида.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида:			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	А	В	С	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	24	12	

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида:			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	24	12	

Решение. Предположим, что будет изготовлено x_1 единиц изделий вида А, x_2 единиц – вида В и x_3 единиц – вида С. Тогда для производства такого количества изделий потребуется затратить $2x_1 + 4x_2 + 5x_3$ станко-часов фрезерного оборудования.

Так как общий фонд рабочего времени станков данного типа не может превышать 120, то должно выполняться неравенство

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120.$$

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида:			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	24	12	

Аналогичные рассуждения относительно возможного использования токарного, сварочного и шлифовального оборудования приведут к следующим неравенствам:

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280,$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240,$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360.$$

При этом так как количество изготавливаемых изделий не может быть отрицательным, то:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \quad (1)$$

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида:			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	24	12	

Далее, если будет изготовлено x_1 единиц изделий вида А, x_2 единиц изделий вида В и x_3 единиц изделий вида С, то прибыль от их реализации составит

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3.$$

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида:			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	24	12	

Таким образом, приходим к следующей математической задаче: дана

система

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120, \quad (2)$$

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280,$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240,$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360$$

четырёх линейных неравенств с тремя неизвестными x_j ($j=\overline{1,3}$) и линейная функция относительно этих же переменных

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3; \quad (3)$$

требуется среди всех неотрицательных решений системы неравенств (2) найти такое, при котором функция (3) принимает максимальное значение.

Задание №1

Продукцией молочного завода являются (расфасованные в бутылки): молоко, кефир и сметана.

На производство 1т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока.

При этом затраты рабочего времени при разливе 1т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке 1 т сметаны, заняты специальные автоматы в течение 3,25 ч.

Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 000 кг молока.

Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны — в течение 16,25 ч.

Прибыль от реализации 1т молока, кефира и сметаны соответственно равна $30+(*)$, $22+(*)$ и $136+(*)$ ед.

Завод должен ежедневно производить не менее 100т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений.

Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

Задание №1

Продукцией молочного завода являются (расфасованные в бутылки): молоко, кефир и сметана.

На производство 1т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока.

При этом затраты рабочего времени при разливе 1т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке 1 т сметаны, заняты специальные автоматы в течение 3,25 ч.

Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 000 кг молока.

Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны — в течение 16,25 ч.

Прибыль от реализации 1т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 ед.

Завод должен ежедневно производить не менее 100т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений.

Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

Решение

Предположим, что молочный завод будет ежедневно производить x_1 тонн молока, x_2 тонн кефира и x_3 тонн сметаны. Тогда ему для изготовления этой продукции необходимо $1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3$ тонн молока.

Так как завод может использовать ежедневно не более 136 000т молока, то должно выполняться неравенство

$$1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3 \leq 136\,000.$$

Аналогичные рассуждения, проведенные относительно возможного использования линий разлива цельномолочной продукции и автоматов по расфасовке сметаны, позволяют записать следующие неравенства:

$$0,18x_1 + 0,19x_2 \leq 21,4,$$

$$3,25x_3 \leq 16,25.$$

Так как ежедневно должно вырабатываться не менее 100 т молока, то $x_1 \geq 100$. Далее, по своему экономическому смыслу переменные x_2 и x_3 могут принимать только лишь неотрицательные значения: $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$.

Общая прибыль от реализации x_1 тонн молока, x_2 тонн кефира и x_3 тонн сметаны равна $30x_1 + 22x_2 + 136x_3$ ед.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Таким образом, приходим к следующей математической задаче: дана система

$$\left\{ \begin{array}{l} 1010 x_1 + 1010 x_2 + 9450 x_3 \leq 136000, \\ 0,18 x_1 + 0,19 x_2 \leq 21,4, \\ 3,25 x_3 \leq 16,25, \\ x_1 \geq 100 \end{array} \right. \quad (4)$$

четырёх линейных неравенств с тремя неизвестными x_1, x_2, x_3 и линейная функция относительно этих же переменных

$$F = 30x_1 + 22x_2 + 136x_3; \quad (5)$$

требуется среди всех неотрицательных решений системы неравенств (4) найти такое, при котором функция (5) принимает максимальное значение.

Так как система (4) представляет собой совокупность линейных неравенств и функция (5) линейная, то исходная задача является задачей линейного программирования.

*Полезная информация

Агрессия — подавление характеристик системы в целях ее уничтожения, разрушения или насильственной интеграции

Адаптация — приспособление системы к окружающей среде без потери своей идентичности

Адаптивность — свойство системы сохранять свою идентичность в условиях изменчивости внешней среды. Тот, кто выживает, — доказывает свое превосходство

Алгоритм управления — это предписание о том, как должны быть использованы средства прямого канала в зависимости от цели и от сложившейся ситуации, информация о которой поступает по каналу обратной связи

Анализ — исследовательская деятельность посредством мысленного разложения системы на составляющие

Анализ — логический прием расчленения целого на отдельные элементы, с рассмотрением каждого из них в отдельности

Анализ причинно-следственный — установление причин, которые привели к возникновению данной ситуации, и последствий их развертывания

Анализ прогностический — подготовка прогнозов и путей их реализации относительно вероятного, потенциального и желательного будущего

*Полезная информация

Анализ программно-целевой — представляет собой дальнейшее развитие рекомендательного анализа в аспекте выработки программы достижения некоторой цели. Он сосредотачивается на разработке подробной модели достижения будущего

Анализ рекомендательный — разновидность анализа, ориентированная на выработку рекомендаций относительно поведения действующих лиц в некоторой ситуации

Анализ ретроспективный — анализ систем прошлого и их влияния на прошлое и историю

Анализ системный — совокупность методов, приемов и алгоритмов применения системного подхода в аналитической деятельности

Анализ системный исследовательский — аналитическая деятельность строится как исследовательская, результаты используются в науке

Анализ системный общий — опирается на общую теорию систем, осуществляется с общих системных позиций

*Полезная информация

Анализ системный прикладной — аналитическая деятельность представляет собой специфическую разновидность практической деятельности, результаты используются в практике

Анализ системный специальный — опирается на специальные теории систем, учитывает специфику природы систем

Анализ ситуационный = «Метод Case study», или «кейс-метод», — разновидность аналитической деятельности, построенная на описании ситуации и подробном анализе этого описания

Анализ структурно-функциональный — выделение элементов взаимодействия и определение их места и роли в функционировании системы

Анализ структурный — анализ структуры системы как совокупности связей между частями системы, выяснение значения отдельного элемента для определенным образом структурированного целого

Анализ функциональный — объяснение явлений с точки зрения выполняемых ими функций

Аналитическая модель — модель, позволяющая анализировать отражаемый ею объект

Внутренняя среда — совокупность объектов, которые находятся в границах системы, влияют на ее поведение, но не принадлежат ей

*Полезная информация

Гомеостаз (греч. homeo — подобный + stasis — неподвижность) — понятие было впервые введено биологом Кэнноном для обозначения физиологических процессов, поддерживающих существенные состояния организма (давление крови, температура). Нарушение гомеостаза приводит к деструкции, болезням организма. Гомеостаз — динамическое равновесие системы

Деградация — ухудшение характеристик системы

Дедукция — движение мысли от общего к частному, от закона к отдельным его проявлениям

Закон управления — совокупность правил (формульная зависимость), определяющих вид (форму) управляющего воздействия или управляющего сигнала

Закрытость — полная изолированность системы от окружающей среды и жесткая детерминированность поведения элементов;

*Полезная информация

Индукция – движение мысли от частного к общему, от ряда факторов к закону.

Интегративный эффект — появление новых качеств, присущих системе как целому

Интеграция — процесс и механизм объединения и связности элементов; характеризуется интегративностью, системообразующими переменными, факторами, связями и т. д.

Информация — сведения, знания наблюдателя о системе, отражение ее меры разнообразия

Кризисное состояние — состояние, в котором система перестает соответствовать своему назначению

Множество — набор, совокупность, собрание каких-либо объектов, обладающих общим для всех характерным свойством. Это понятие не является логическим, а лишь поясняющим, поскольку здесь нет родового понятия, в которое данное понятие могло бы войти. Но само понятие «множество» выступает именно родовым. Эта нечеткость предопределяет нечеткость теории систем, которая базируется на нестрогих понятиях

*Полезная информация

Модель системы — объект, который представлен системе, может замещать ее в исследовательском или практическом процессе, а полученные результаты могут переноситься на саму систему

Надсистема — более общая система, которая включает в себя подсистемы

Негоэнтропия — величина, обратная энтропии

Обратная связь — воздействие результатов функционирования системы на характер этого функционирования

Объектами управления могут быть технические устройства, технические, организационные и организационно-технические системы

Ожидание – процесс, требующий затрат времени, но не требующий затрат ресурсов, например: «Ожидание крана для перегрузки ракеты» и т. п.

Окружающая среда — внешняя среда системы, или совокупность объектов, которые располагаются за границами системы, воздействуют на нее, но не принадлежат ей

Организация — представляется в качестве свойства материальных и абстрактных объектов обнаруживать взаимозависимое поведение частей в рамках целого, упорядоченность системы в соответствии с системообразующим фактором

*Полезная информация

Открытость — отсутствие полной изолированности от окружающей среды и наличие степеней свободы в поведении элементов

Отношение — различие или тождество вещей в одном множестве, тождественных в другом множестве

Переходное состояние — состояние системы, находящейся в процессе, на интервале между двумя состояниями

Поглощение — насильственная интеграция

Под **организационными** понимают системы, имеющие целью организацию деятельности коллектива людей для достижения определенной цели

Подсистема — элемент системы, который при подробном рассмотрении оказывается системой. Любая система состоит из нескольких уровней подсистем

Проект системы — модель системы как средство конструирования системы

Простота — свойство множества, которое выступает в другом множестве как элемент

Процесс — изменение состояния

*Полезная информация

Прямая связь — непосредственное воздействие объектов одного на другой

Пустая система — пересечение системы и среды, система не содержит ни одного элемента.

Разрушение — приведение к неупорядоченности, повышение энтропийности вплоть до достижения хаоса

Рост — увеличение количественных характеристик системы

Свойство — вхождение вещи, элемента в некоторый класс вещей, когда не образуется новый предмет. Так, быть красным означает входить в класс красных вещей, вхождение при этом не образует предмета

Связь — взаимное ограничение на поведение объектов, создающее ограничение на поведение объектов и зависимость между ними

Синергетический эффект — эффект умножения результата функционирования системы, который превышает сумму результатов функционирования ее отдельных составляющих

Синтез – объединение всех данных, полученных в результате анализа.

*Полезная информация

Система — совокупность элементов, находящихся во взаимных отношениях и связях со средой, образующих определенную целостность, единство

Система-универсум — представляет собой объединение системы и ее среды;

Системообразующий фактор — признак, который объединяет объекты в систему

Сложность — свойство элемента, который предстает в другом множестве как множество

Совокупность — сочетание, соединение, общий итог чего-нибудь

Состояние системы — множество одновременно существующих свойств объекта или системы

Среда — представляет собой то, что ограничено от системы, не принадлежит ей, это совокупность объектов, изменение которых влияет на систему, а также тех объектов, чьи свойства меняются в результате поведения системы

Стабильное состояние — сохранение системой своих характеристик

*Полезная информация

Структура — упорядоченность отношений, связывающих элементы системы и обеспечивающих ее равновесие, способ организации системы, тип связей

Теория автоматического управления представляет собой раздел технической кибернетики, объектом исследования которой является система автоматического управления различной природы и степени сложности

Теория управления — наука о закономерностях, присущих объектам, средствам и процессам управления

Управление — приведение системы в состояние равновесия или достижения цели;

Управление — совокупность действий, выбранных на основании определенной информации и направленных на поддержание или улучшение функционирования объекта в соответствии с целью функционирования и алгоритмом (имеющейся программой).

Фиктивная работа (зависимость) — это логическая связь (и только она) между работами (или событиями), показывающая, что начало какой-либо работы зависит от одной или нескольких предшествующих ей работ. Она не связана с расходом времени и ресурсов. Зависимость отмечается на графике штрихпунктирной стрелкой.

*Полезная информация

Функционирование — действие системы во времени;

Функция — предназначение выполнять какие-то преобразования, для выполнения которых система и ее элементы приходят в движение, это взаимодействие системы с окружающей ее средой в процессе достижения целей или сохранения равновесия;

Хаос — состояние неупорядоченности, определяющее не только разрушение, но рождение систем;

Целое — форма существования системы в строго определенном качестве, выражающем ее независимость от других систем. Целое — это всегда завершенное, состоящее из органично взаимосвязанных между собой частей;

Целостность — свойство однокачественности системы как целого, которую выражают элементы в их реальном взаимодействии, — основа стабильности, постоянства системы;

Цель системы — предпочтительное для нее состояние; обычно выражают в виде целевой функции. Система использует, как правило, несколько целей, образующих иерархию;

*Полезная информация

Элемент — далее не разложимая единица при данном способе расчленения. Связи между элементами ведут к появлению в целостной системе новых свойств (эмерджентность), не присущих элементам в отдельности. В силу этого подмножества элементов системы могут рассматриваться как подсистемы (компоненты), что зависит от целей исследования;

Эмерджентность — наличие у системы таких свойств, которых нет у ее отдельных элементов

Эмерджентность — не сводимость системы к свойствам элементов системы

Энтропия — количественная мера неопределенности некоторой выделенной совокупности характеристик системы

Эффект целостности — способность системы сохранять себя при воздействии различных факторов



СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ!