

УГОЛ

Это фигура, образованная двумя лучами (сторонами угла), исходящими из одной точки (вершины угла).

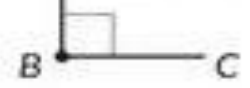
Развёрнутый угол

$$\angle ABC = 180^\circ$$



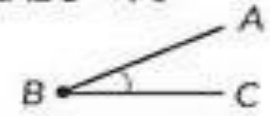
Прямой угол

$$\angle ABC = 90^\circ$$



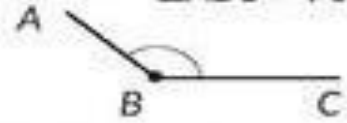
Острый угол

$$\angle ABC < 90^\circ$$

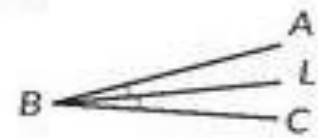


Тупой угол

$$\angle ABC > 90^\circ$$

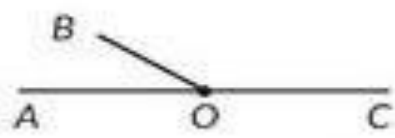


Биссектриса $\angle ABC$ — такой луч BL , где $\angle ABL = \angle CBL$.



Смежные углы

$$\angle AOB \text{ и } \angle BOC$$



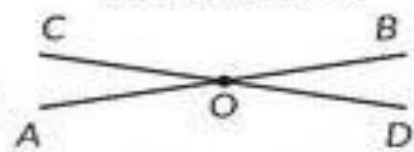
$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$$

Вертикальные углы

углы

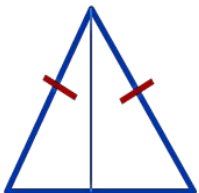
$$\angle AOC \text{ и } \angle BOD$$

$$\angle BOC \text{ и } \angle AOD$$



$$\angle AOC = \angle BOD$$

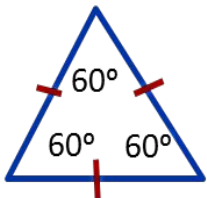
$$\angle BOC = \angle AOD$$



Определение. Треугольник называется *равнобедренным*, если две его стороны равны.

- Свойства:** 1) Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
2) В равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведённые к основанию совпадают.

Признак. Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

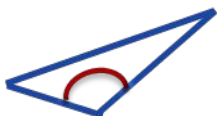


Определение. Треугольник называется *равносторонним*, если три его стороны равны.

Свойство: все углы равностороннего треугольника равны и равны 60°

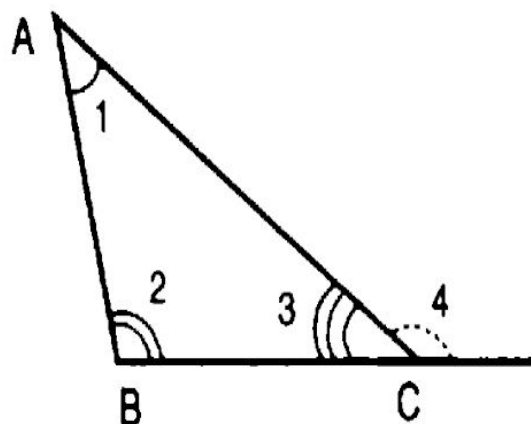


Определение. Треугольник называется *прямоугольным*, если один его угол прямой. Стороны, образующие прямой угол – *катеты*, сторона, лежащая напротив прямого угла – *гипотенуза*.



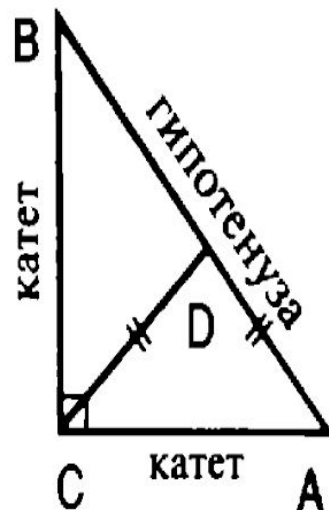
Определение. Треугольник называется *тупоугольным*, если один из его углов тупой.

Соотношение между сторонами и углами треугольника



- 1) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$;
- 2) Если $\angle 1 < \angle 3 < \angle 2 \Rightarrow BC < AB < AC$;
- 3) $AB < BC + AC$, $BC < AB + AC$, $AC < AB + BC$;
- 4) $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

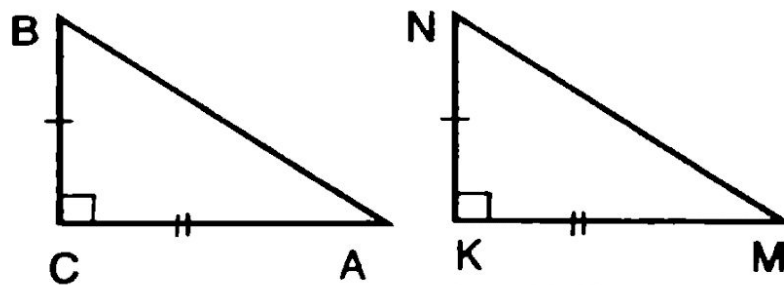
Прямоугольный треугольник и его свойства



- 1) $\angle A + \angle B = 90^\circ$;
- 2) если $\angle B = 30^\circ$, то $AC = 1/2 AB$ (если $\angle A = 30^\circ$, то $BC = 1/2 AB$);
- 3) если CD – медиана, то $CD = BD = AD$;
- 4) если CD – медиана и $CD = BD = AD$, то $\triangle ABC$ – прямоугольный

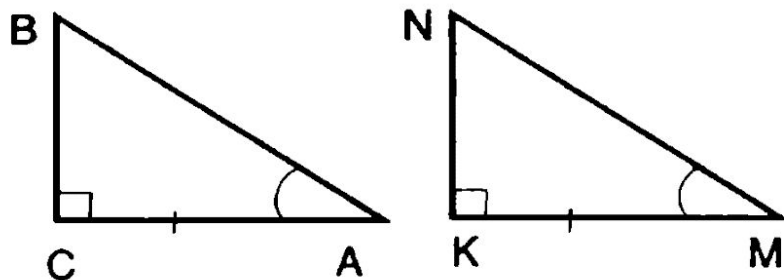
Признаки равенства прямоугольных треугольников

По двум кате-
там



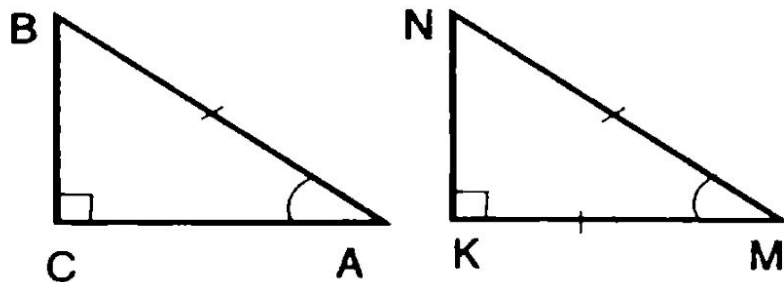
$\Delta ABC = \Delta MNK$,
если
1) $BC = NK$,
2) $AC = MK$

По катету и
прилежащему к
нему острому
углу



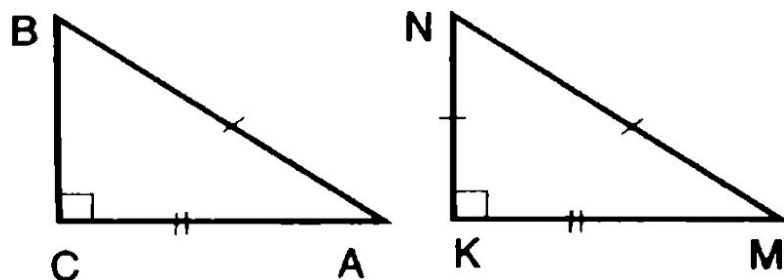
$\Delta ABC = \Delta MNK$,
если
1) $AC = MK$,
2) $\angle A = \angle M$

По гипотенузе
и острому углу



$\Delta ABC = \Delta MNK$,
если
1) $AB = MN$,
2) $\angle A = \angle M$

По гипоте-
нузе и катету

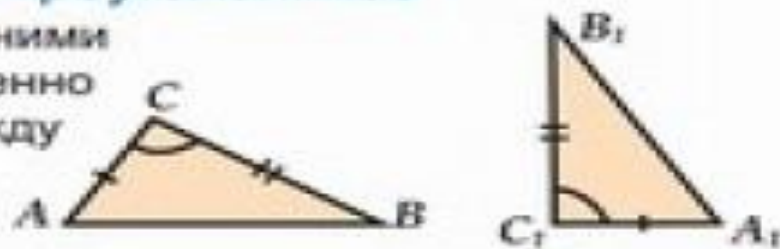


$\Delta ABC = \Delta MNK$,
если
1) $AB = MN$,
2) $AC = MK$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Первый признак равенства треугольников

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то эти треугольники равны.



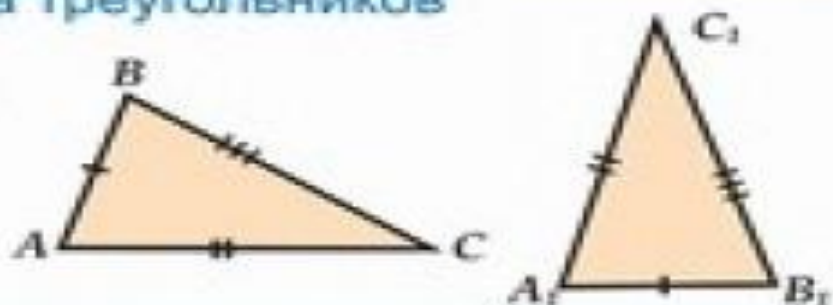
Второй признак равенства треугольников

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то эти треугольники равны.



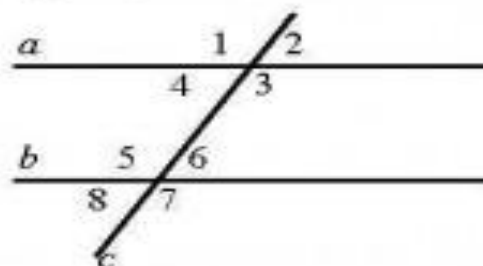
Третий признак равенства треугольников

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны.



ПЛАНИМЕТРИЯ. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.



$a \parallel b$ (прямая a параллельна прямой b).

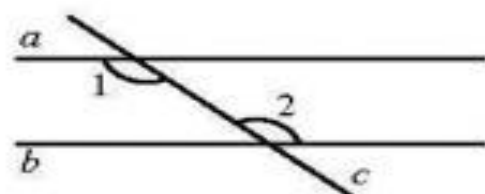
c – секущая.

Накрест лежащие углы: 4 и 6, 3 и 5.

Односторонние углы: 2 и 6, 1 и 5, 3 и 7, 4 и 8.

Соответственные углы: 3 и 6, 4 и 5.

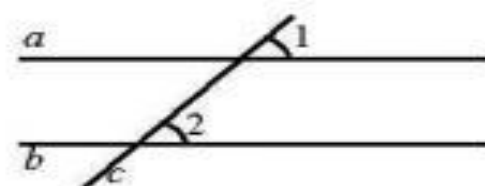
Признаки параллельности



Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

С в о й с т в о . Если $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 2$.

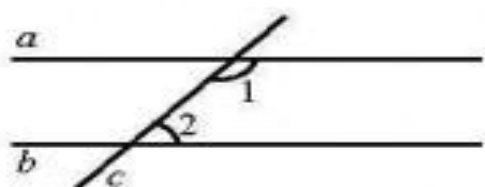
$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b.$$



Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

С в о й с т в о . Если $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 2$.

$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b.$$

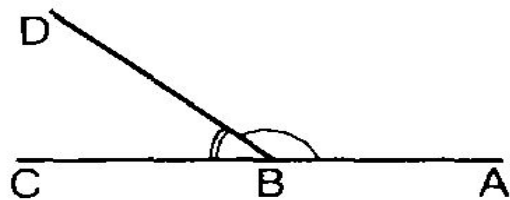


Если при пересечении двух прямых сумма односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

С в о й с т в о . Если $a \parallel b$, то $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

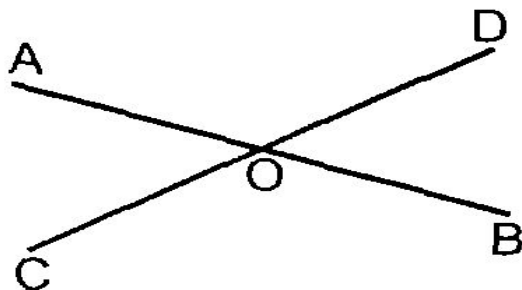
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b.$$

Углы, образованные при пересечении прямых



$\angle ABD$ и $\angle DBC$ – смежные

$$\angle ABD + \angle DBC = 180^\circ$$

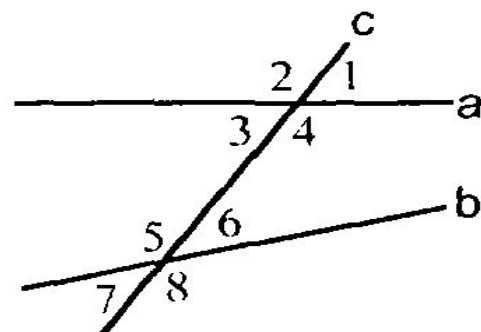


$\angle AOC$ и $\angle BOD$ – вертикальные

$\angle AOD$ и $\angle BOC$ – вертикальные

$$\angle AOC = \angle BOD;$$

$$\angle AOD = \angle BOC$$



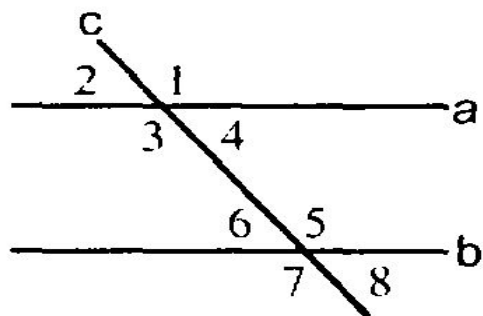
$\angle 1$ и $\angle 6$; $\angle 4$ и $\angle 8$ – соответственные

$\angle 2$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 7$;

$\angle 3$ и $\angle 5$ – односторонние

$\angle 4$ и $\angle 5$; $\angle 3$ и $\angle 6$,
 $\angle 4$ и $\angle 5$ – накрест лежащие

Свойства параллельных прямых



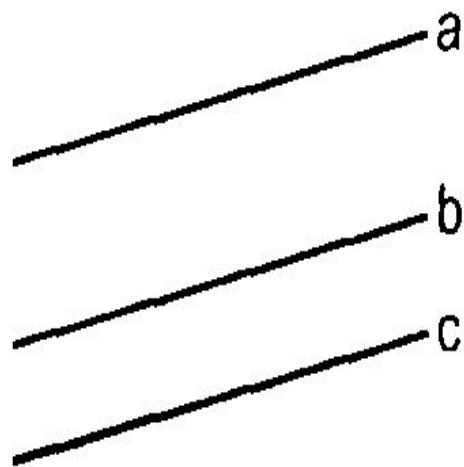
Если $a \parallel b$, то:

1) $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 7$
(соответственные углы равны)

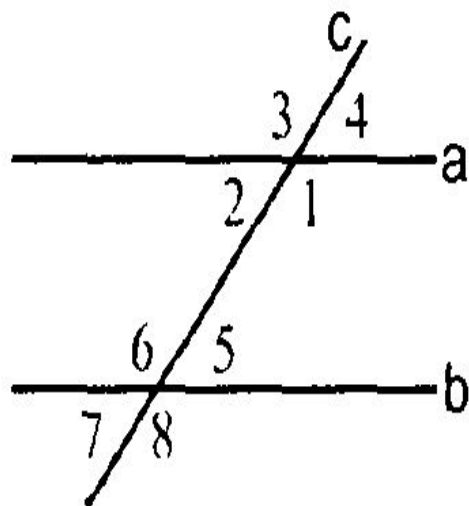
2) $\angle 4 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 5$
(накрест лежащие углы равны)

3) $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
(сумма односторонних углов равна 180°)

Признаки параллельности прямых



Если $a \parallel b$, $b \parallel c$,
то $a \parallel c$.



Если:

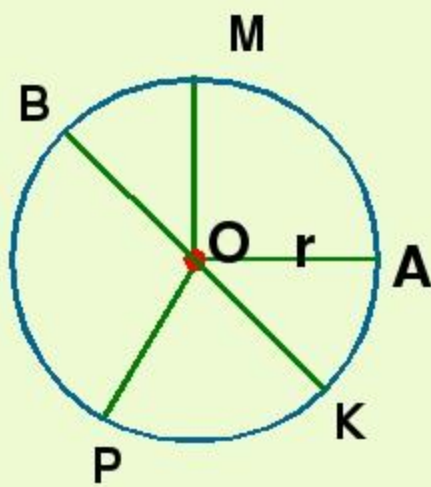
- 1) $\angle 1 = \angle 6$ ($\angle 2 = \angle 5$),
то $a \parallel b$.
- 2) $\angle 4 = \angle 5$ ($\angle 3 = \angle 6$,
 $\angle 2 = \angle 7$, $\angle 1 = \angle 8$),
то $a \parallel b$.
- 3) $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$
($\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$),
то $a \parallel b$.

Аксиома параллельности прямых

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.



Окружность



Опр: **ОКРУЖНОСТЬЮ** НАЗЫВАЕТСЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФИГУРА, СОСТОЯЩАЯ ИЗ ВСЕХ ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ЗАДАННОМ РАССТОЯНИИ ОТ ДАННОЙ ТОЧКИ

r - радиус, отрезок, соединяющий центр с любой точкой окружности.

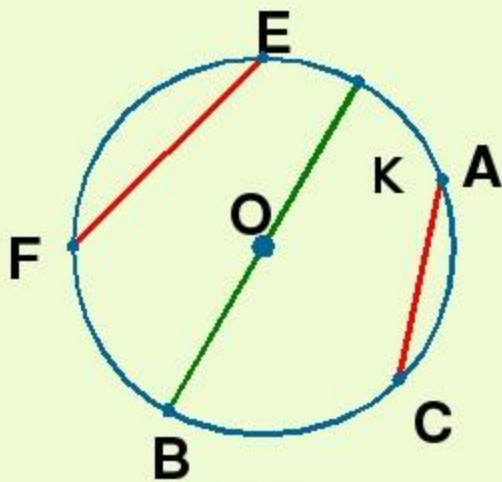
r – OA, OB, OK, OP

$t. O$ – центр окружности

FE и CA – хорда, отрезок, соединяющий две точки окружности.

BK – диаметр, хорда, проходящая через центр.

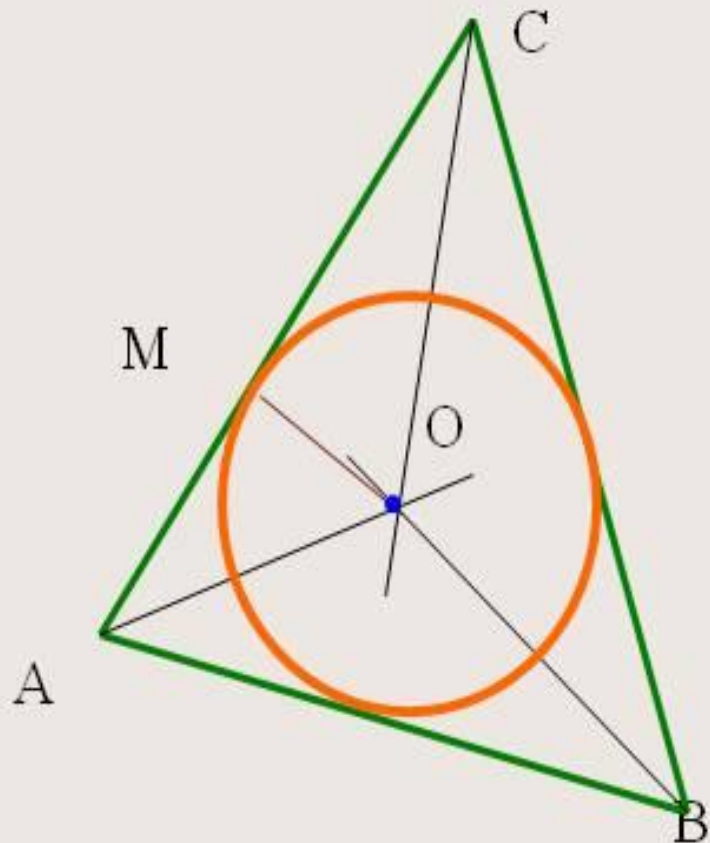
$\frown AMB$ и $\frown APB$ – дуги, ограниченные точками A и B .



Круг - фигура, содержащая все точки внутри и на окружности.

Окружность, вписанная в треугольник

Центр окружности, вписанной в треугольник лежит в точке пересечения его биссектрис



1. Проводим биссектрисы углов

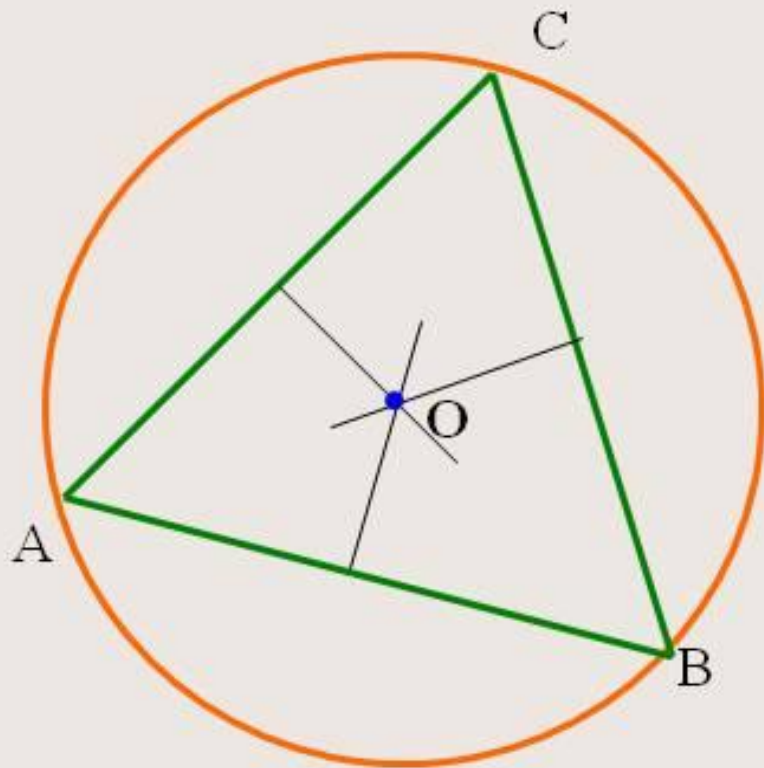
2. Точка пересечения биссектрис (точка O) - центр окружности

3. Опускаем перпендикуляр OM на сторону треугольника

4. Проводим окружность с центром в точке O и радиусом OM

Окружность, описанная около треугольника

Центр окружности, описанной около треугольника лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника



1. Через середины сторон проводим перпендикуляры

2. Точка пересечения серединных перпендикуляров (точка O)- центр окружности

3. Проводим окружность с центром в точке O и радиусом OA