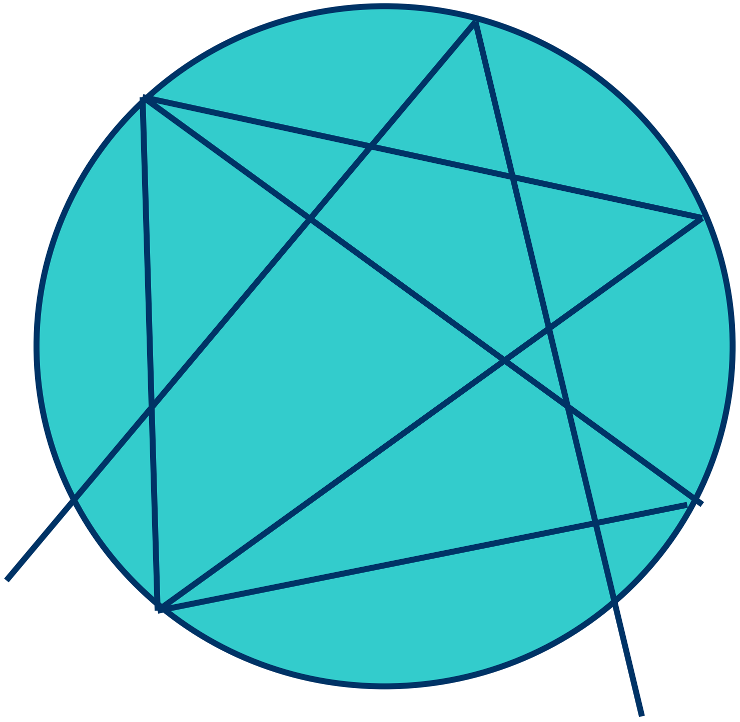
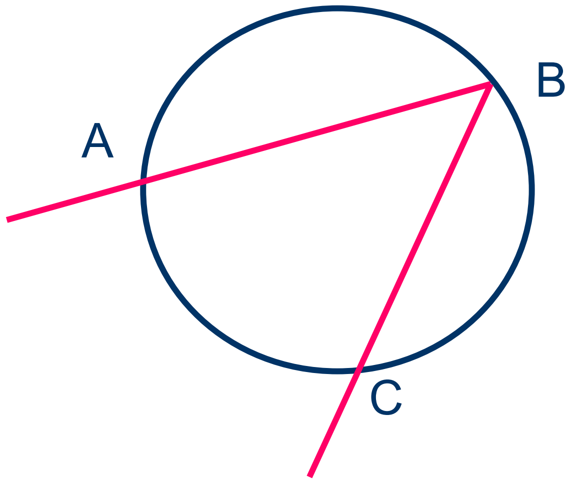
Вписанный угол

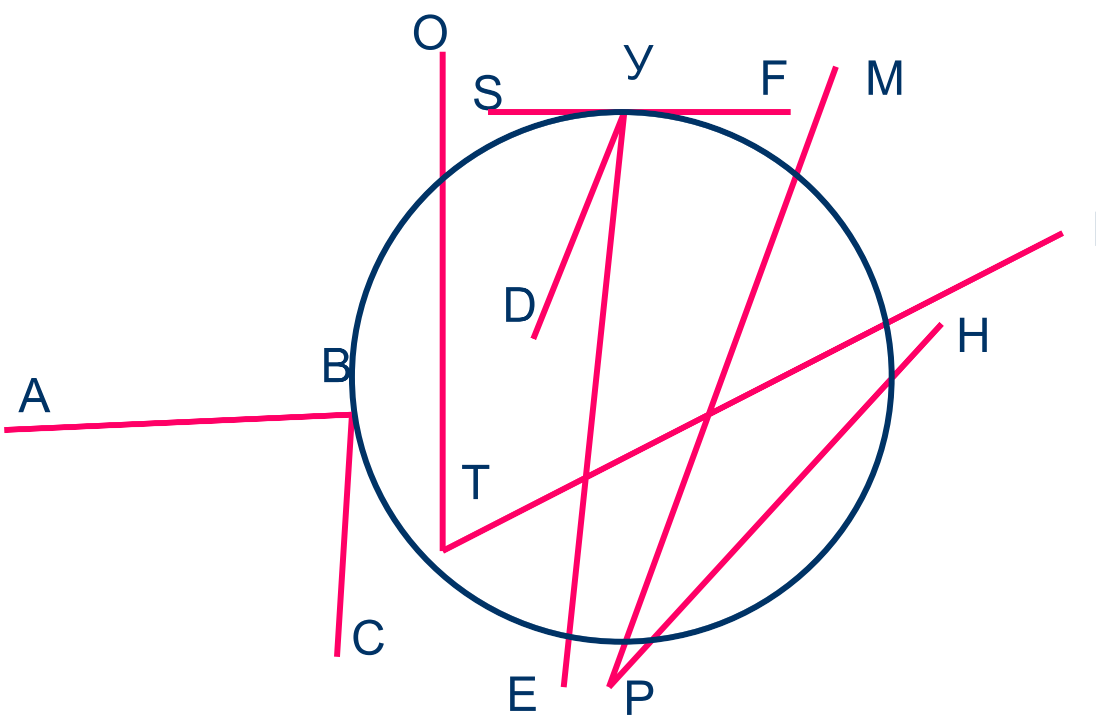


Вписанный угол

Определение. **Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.**



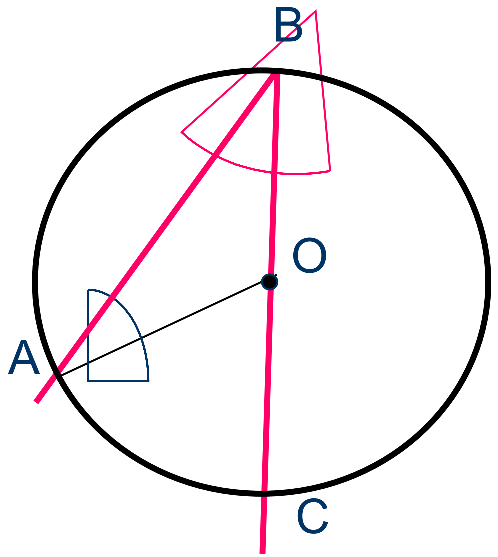
∠ABC - вписанный



Назови вписанный угол

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
∠ ABC – вписанный.

Доказать: ∠ABC = ½ ◡AC.

Доказательство:

<u>1 случай.</u> BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

∠ AOC – центральный, значит ∠AOC = ◡AC

△ ABC – равнобедренный, значит, ∠B = ∠A

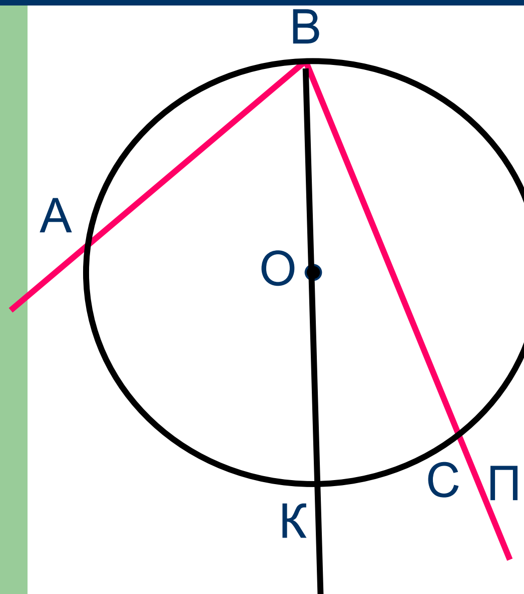
∠ AOC – внешний угол △ ABC, значит, ∠AOC = ∠A + ∠B = 2 ∠B

Следовательно, 2 ∠B = ◡AC.

Значит, ∠ABC = ½ ◡AC

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2}\smile AC$.

Доказательство:

<u>2случай.</u> Центр окружности лежит внутри угла ABC.

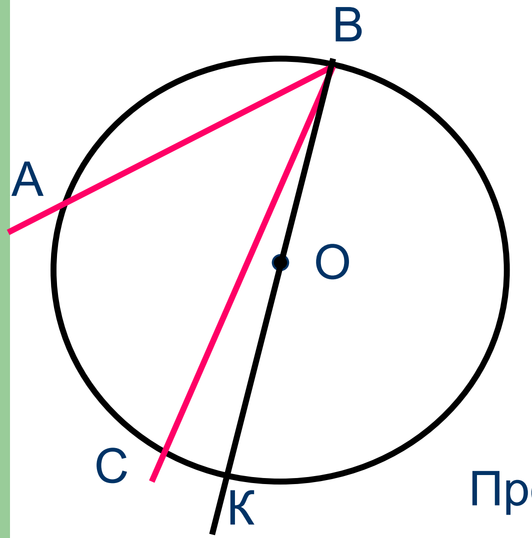
Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке К.

$\angle$ ABК и $\angle$ CBК – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2}\smile AK + \frac{1}{2}\smile CK = \frac{1}{2}(\smile AK + \smile CK) =$
$= \frac{1}{2}\smile AC$.

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ABC - вписанный.

Доказать: $\angle ABC = ½\ \overset{\smile}{AC}$.

Доказательство:

<u>3 случай.</u> Центр окружности лежит вне угла АВС.

Проведём луч ВО, который пересекает Окр(O;r) в точке К.

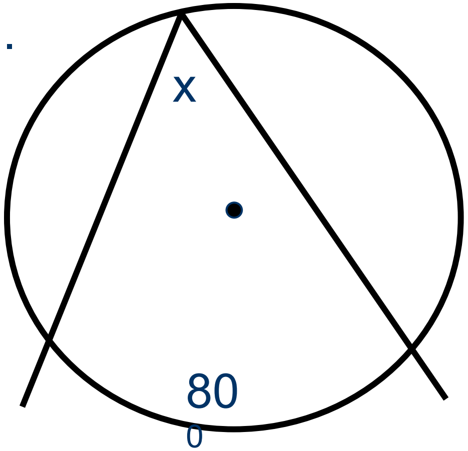
$\angle$ АВК и $\angle$СВК – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK - \angle CBK = ½\ \overset{\smile}{AK} - ½\ \overset{\smile}{CK} = ½\ (\overset{\smile}{AK} - \overset{\smile}{CK}) =$
$= ½\ \overset{\smile}{AC}$.

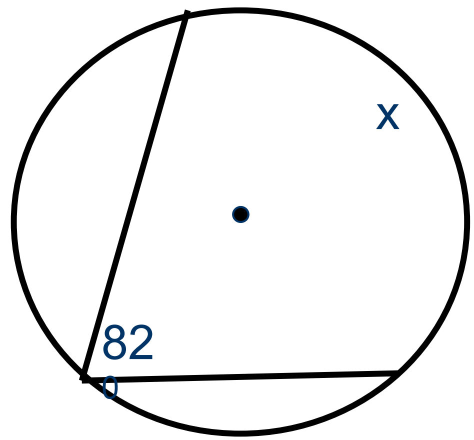
Реши задачи

Найти: x

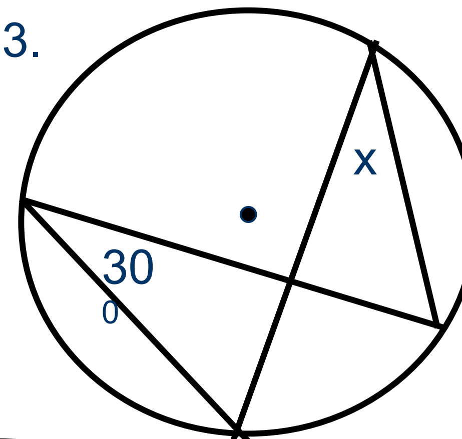
1.



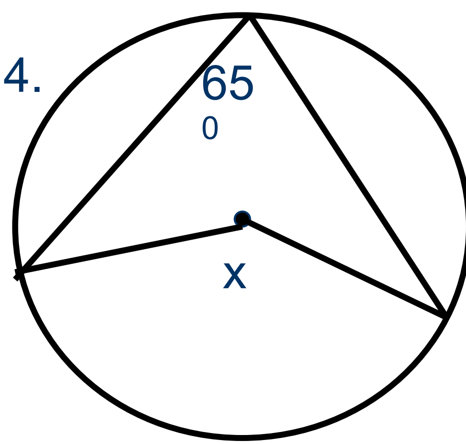
2.



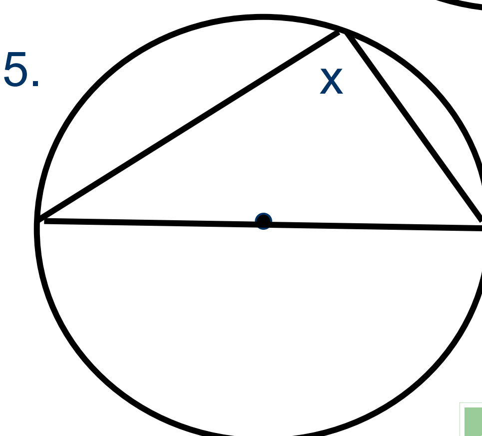
3.



4.



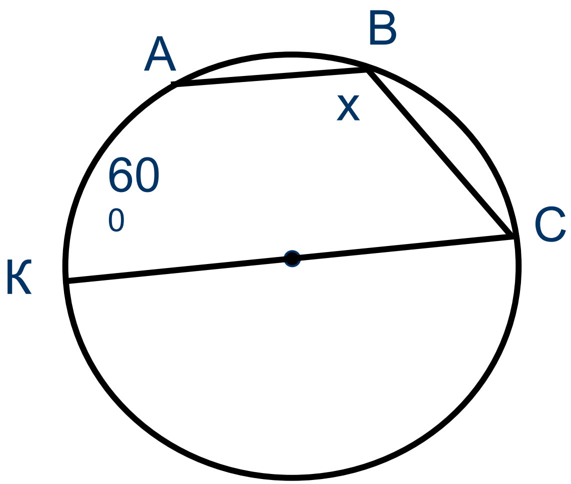
5.



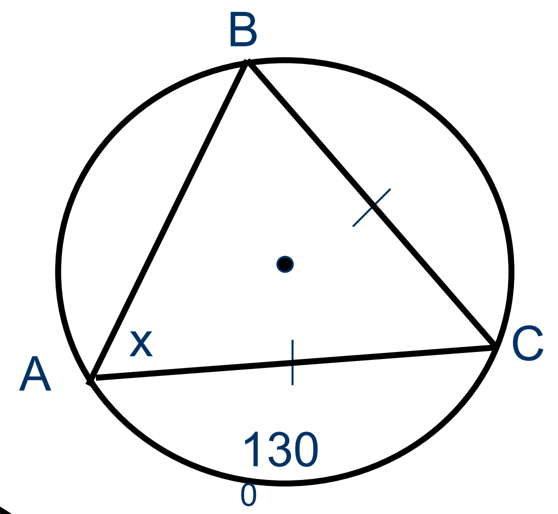
Реши задачи

Найти: x

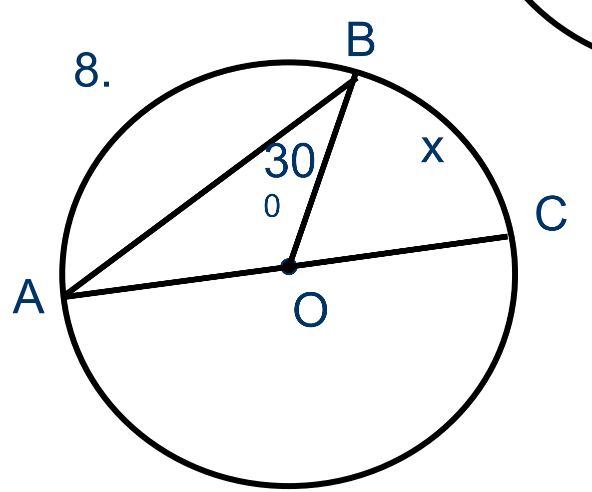
6.



7.



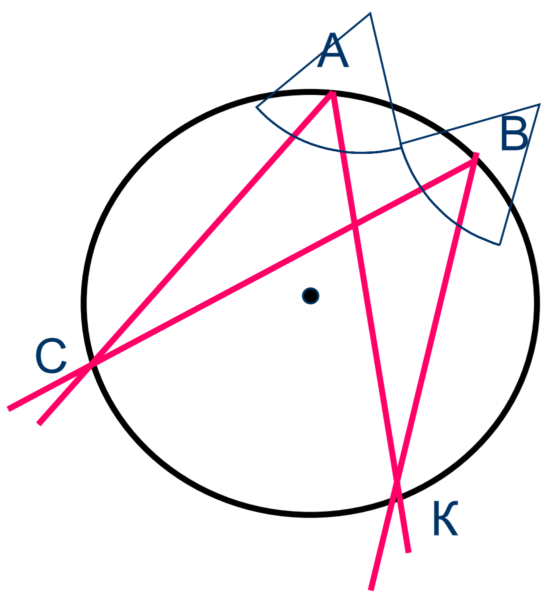
8.

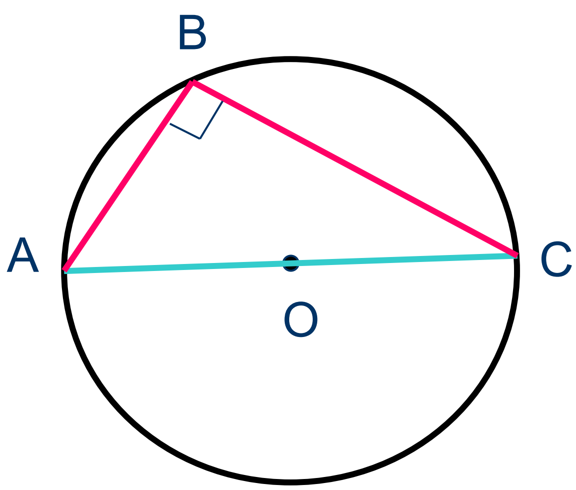


Следствия

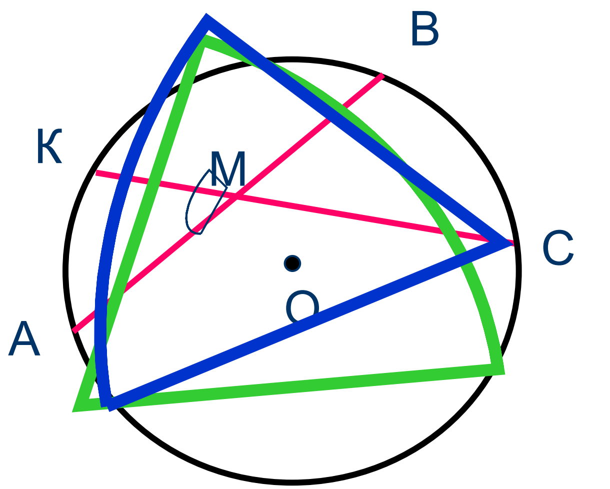
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

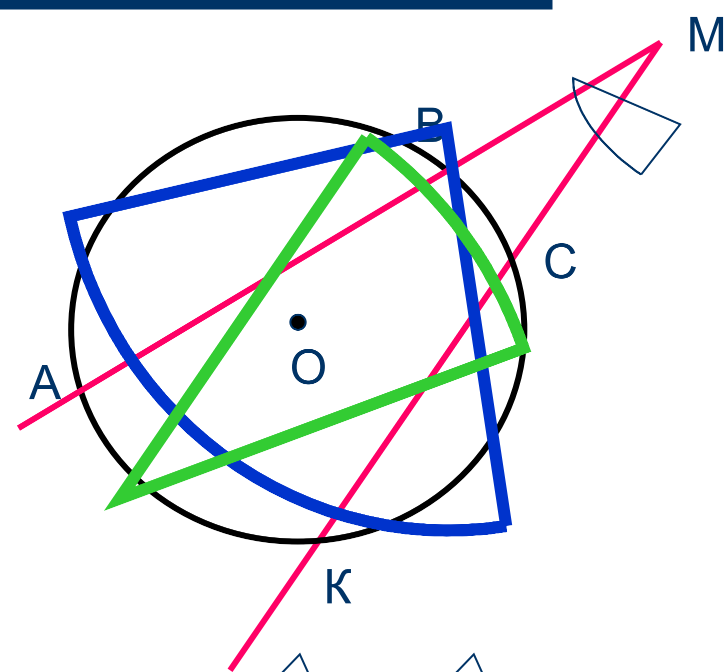




Нужные выводы

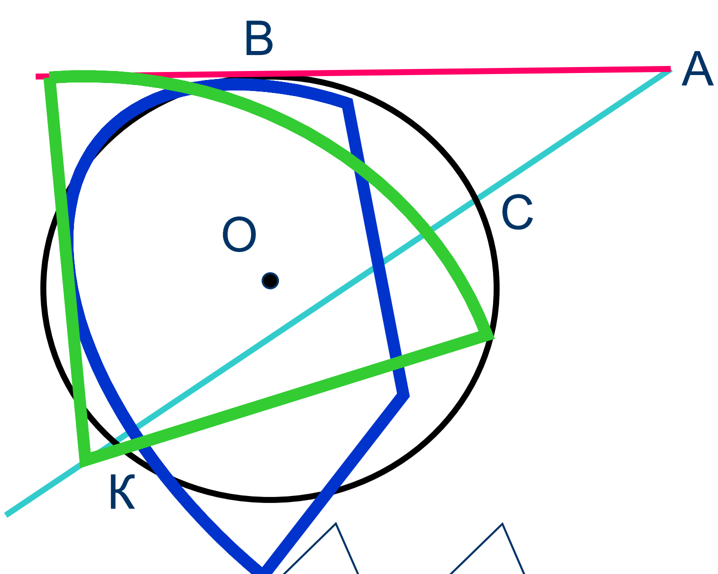


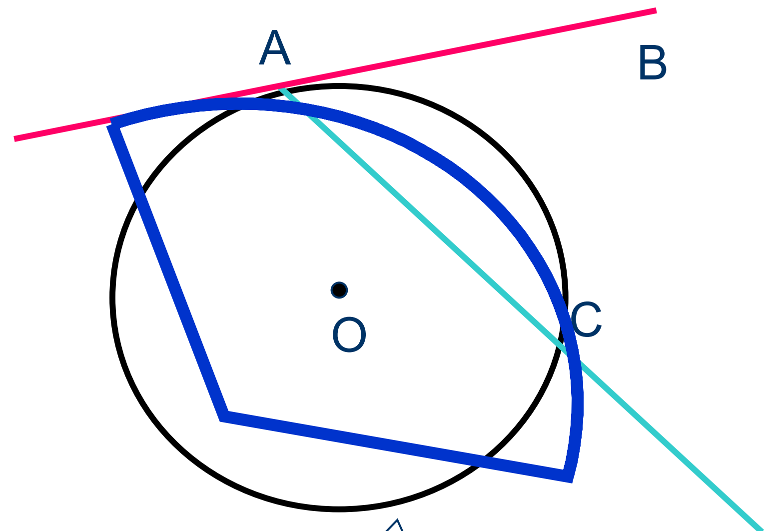
$\angle AMK = \frac{1}{2}(\smile AK + \smile BC)$



$\angle AMK = \frac{1}{2}(\smile AK - \smile BC)$

Нужные выводы



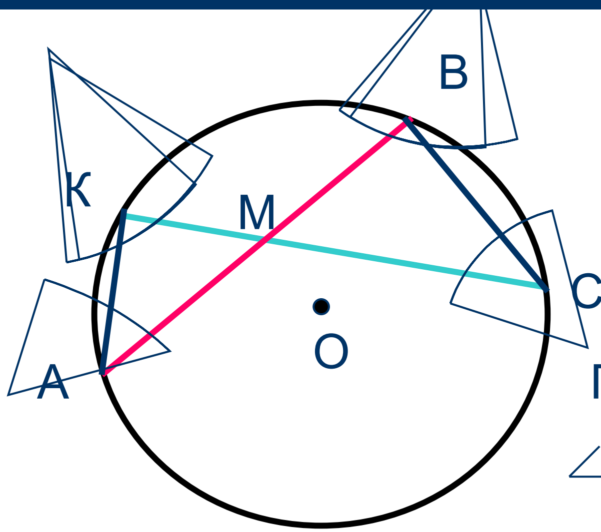


$\angle BAK = \frac{1}{2}(\smile BK - \smile BC)$

$\angle BAC = \frac{1}{2} \smile AC$

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(О;r),
М – точка пересечения хорд АВ и СК.

Доказать: АМ ВМ = СМ КМ.

Доказательство:

Проведём АК и ВС. Рассмотрим △АКМ и △ВСМ.

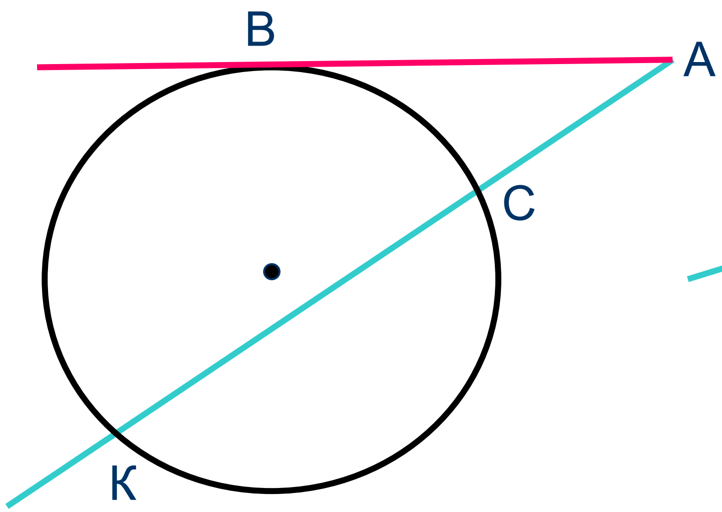
∠А = ∠С, как вписанные, опирающиеся на ВК.

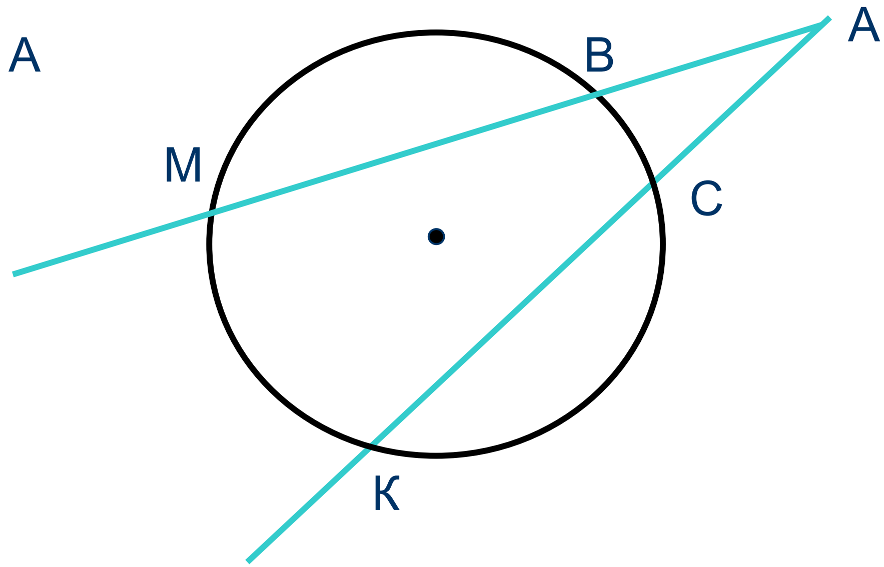
∠К = ∠В, как вписанные, опирающиеся на АС.

Значит, △АКМ и △ВСМ подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

$\frac{\text{АМ}}{\text{СМ}} = \frac{\text{КМ}}{\text{ВМ}}$, а, значит, АМ ВМ = СМ КМ.

Нужные свойства



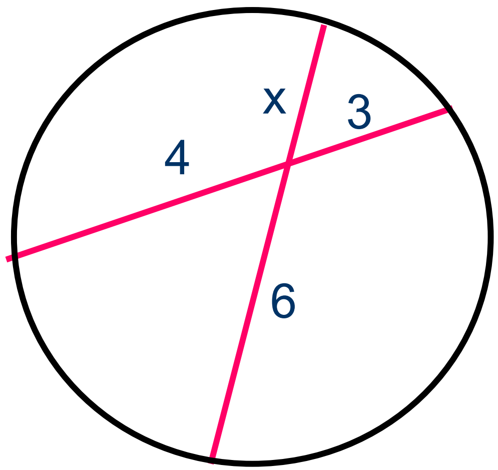


AB^2 = AК
AC

AM AB = AК AC

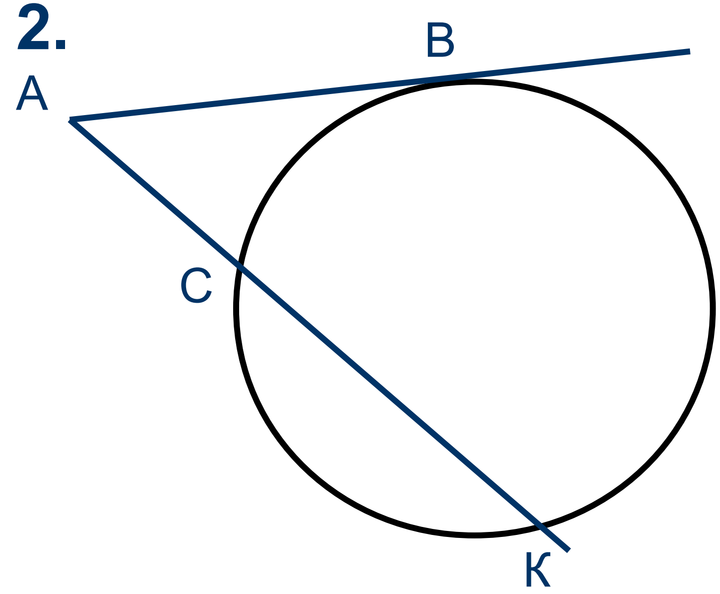
Реши задачи

1. Найти **x**



2

2.



Дано: АК = 9, АС =4.
Найти: АВ.

6

Желаю успехов в учёбе

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.