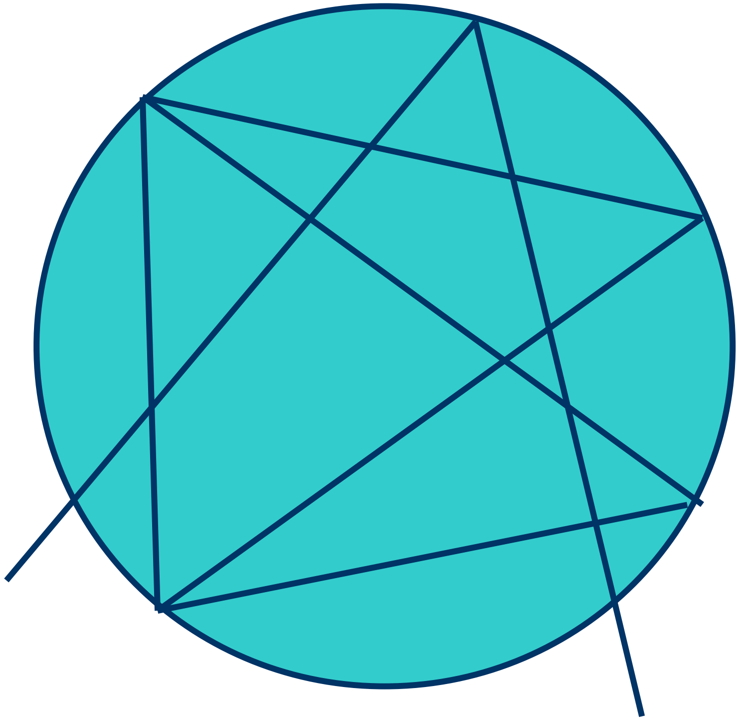
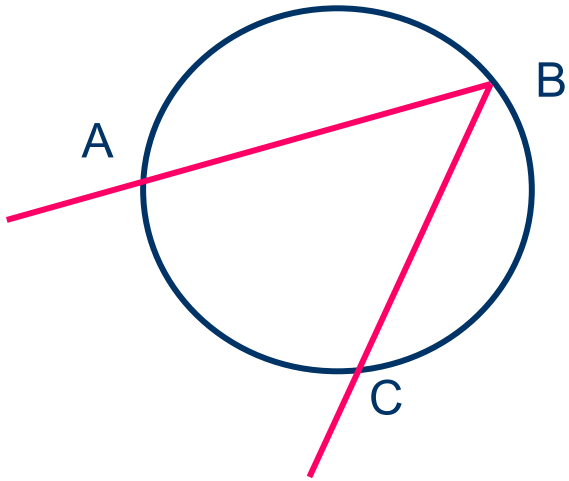
Вписанный угол

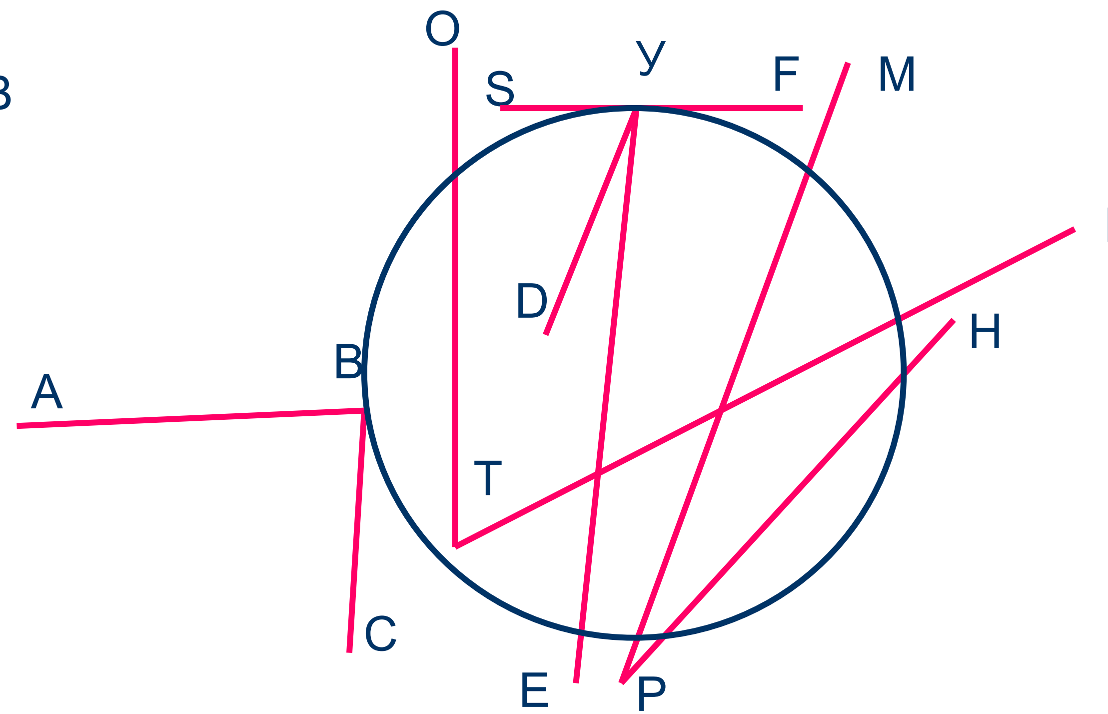


Вписанный угол

Определение. **Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.**



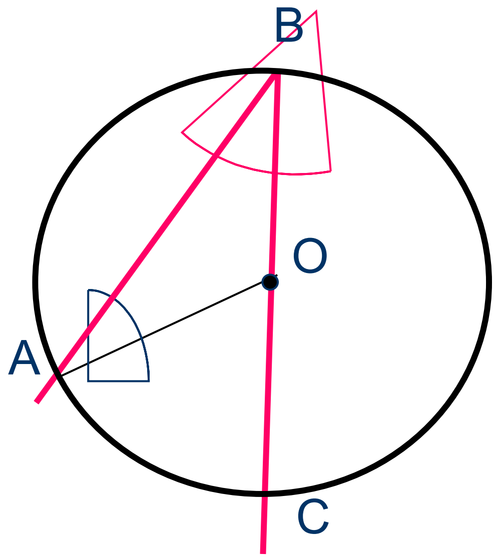
∠ABC - вписанный



Назови вписанный угол

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$.

Доказательство:

<u>1 случай.</u> BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

$\angle AOC$ – центральный, значит $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$

$\triangle ABC$ – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle A$

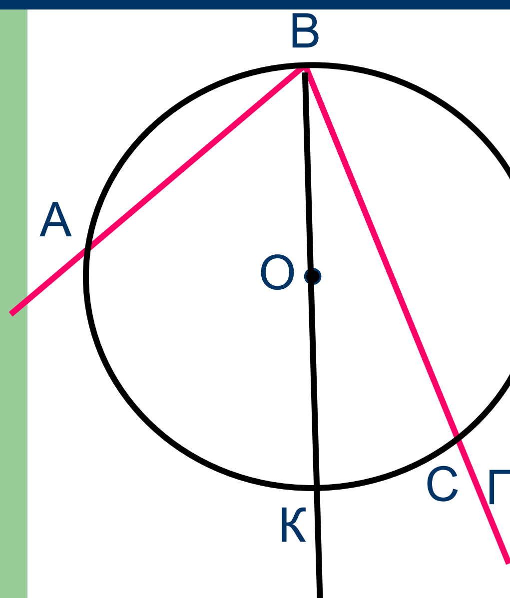
$\angle AOC$ – внешний угол $\triangle ABC$, значит, $\angle AOC = \angle A + \angle B = 2\angle B$

Следовательно, $2\angle B = \overset{\frown}{AC}$.

Значит, $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),

$\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$.

Доказательство:

<u>2случай.</u> Центр окружности лежит внутри угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке K.

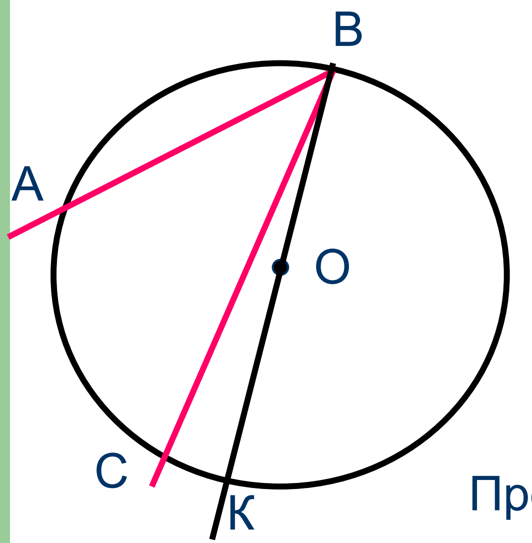
$\angle$ ABK и $\angle$ CBK – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AK} + \frac{1}{2}\overset{\frown}{CK} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AK} + \overset{\frown}{CK}) =$

$= \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$.

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle ABC$ - вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$.

Доказательство:

<u>3 случай.</u> Центр окружности лежит вне угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает Окр(O;r) в точке К.

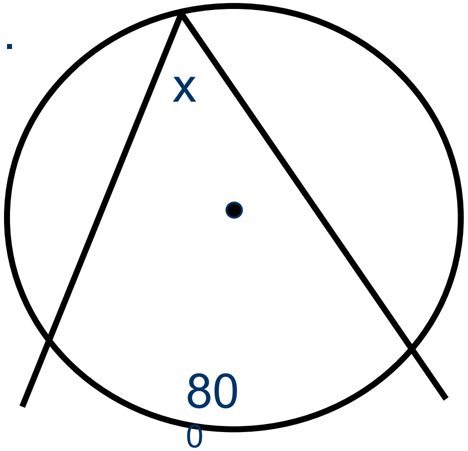
$\angle$ ABК и $\angle$ CBК – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK - \angle CBK = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AK} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{CK} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AK} - \overset{\frown}{CK}) =$
$= \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$.

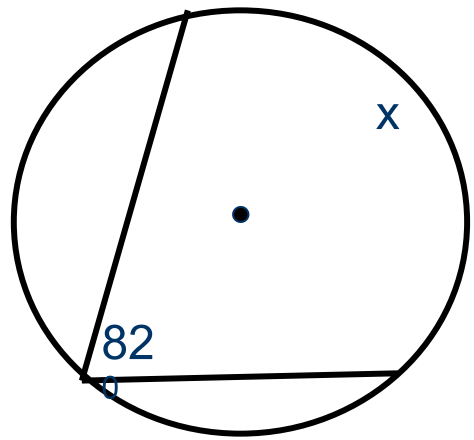
Реши задачи

Найти: x

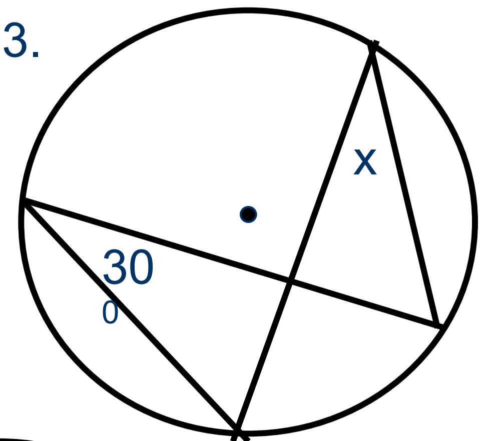
1.



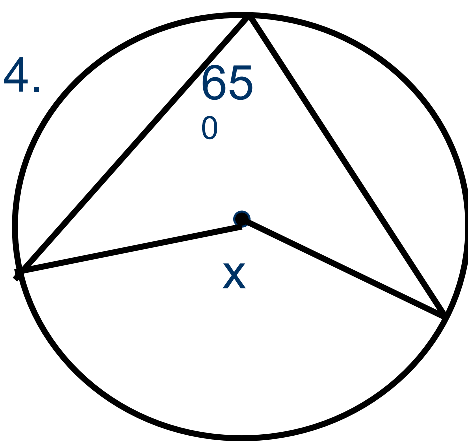
2.



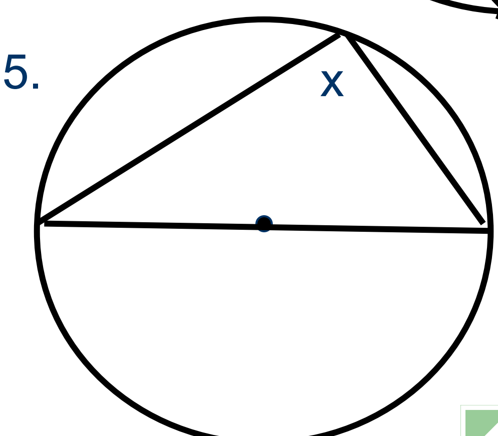
3.



4.



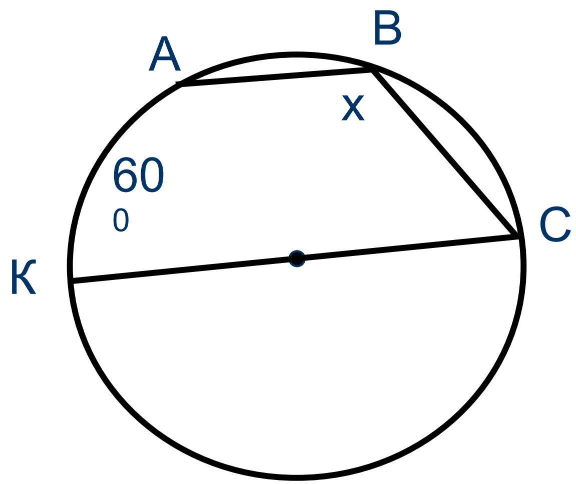
5.



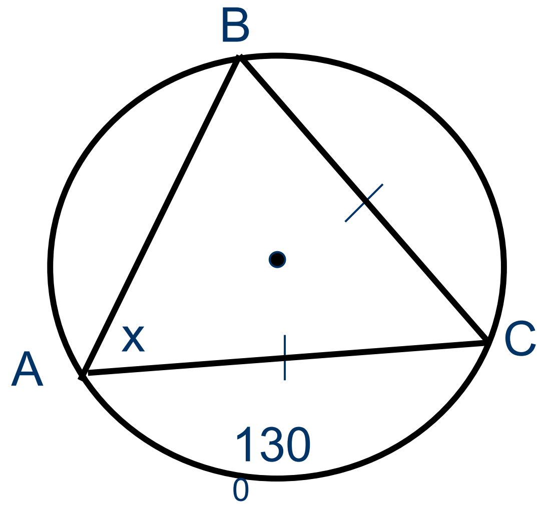
Реши задачи

Найти: x

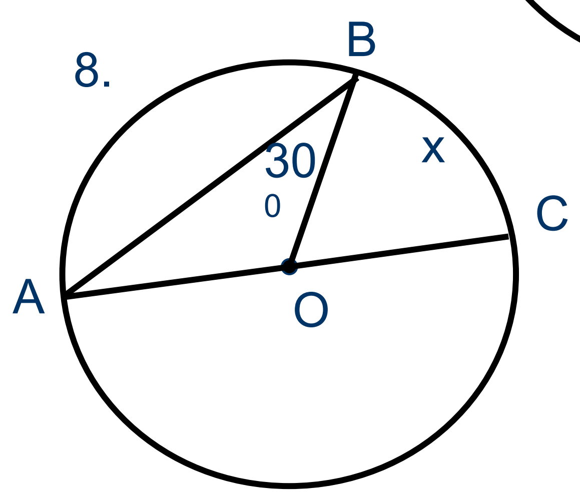
6.



7.



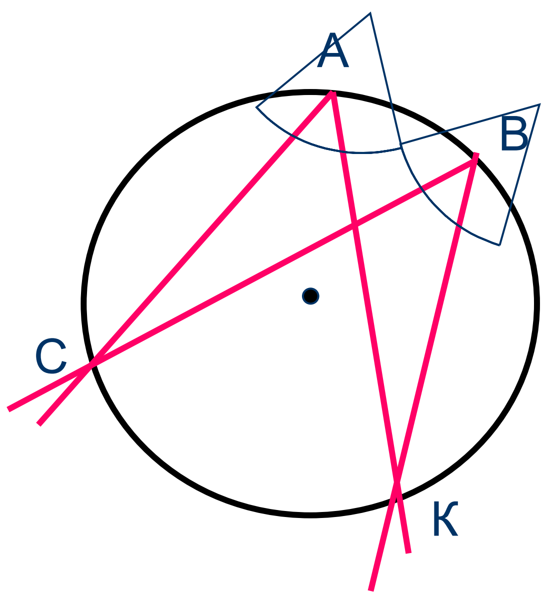
8.

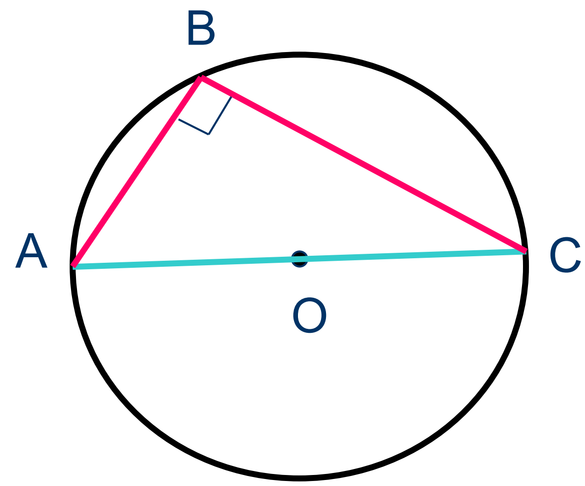


Следствия

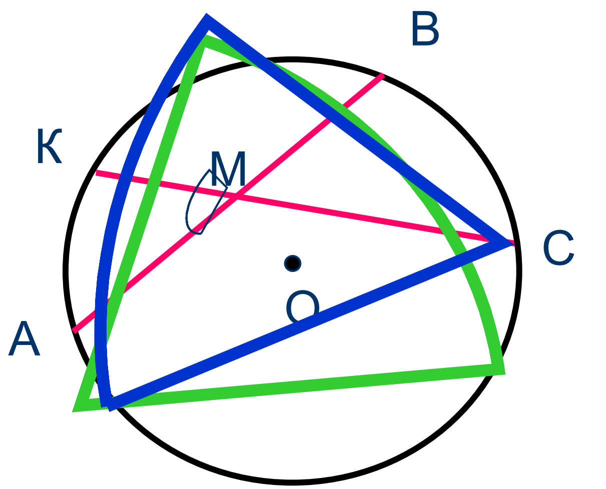
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

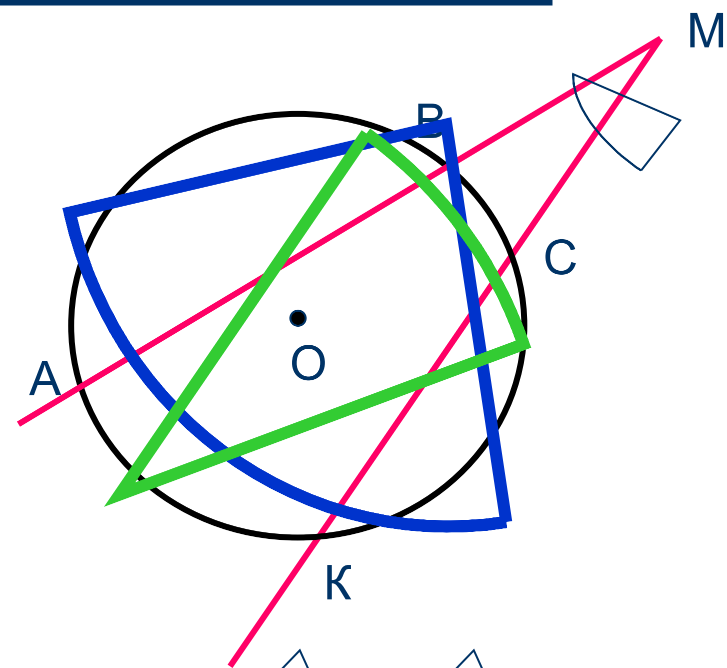




Нужные выводы

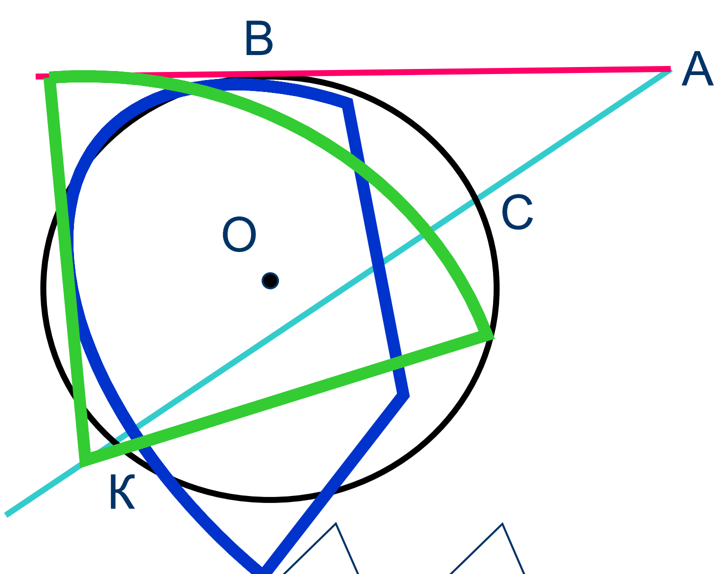


$\angle$ АМК = ½ ($\overset{\frown}{АК}$ + $\overset{\frown}{ВС}$)

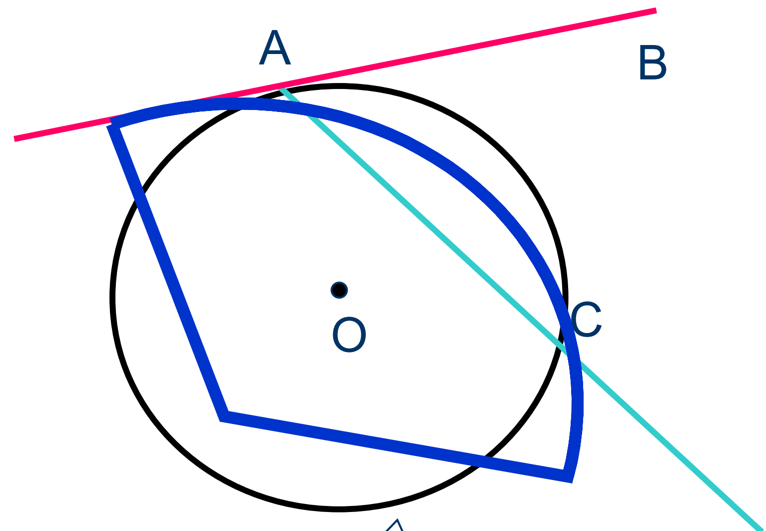


$\angle$ АМК = ½ ($\overset{\frown}{АК}$ - $\overset{\frown}{ВС}$)

Нужные выводы



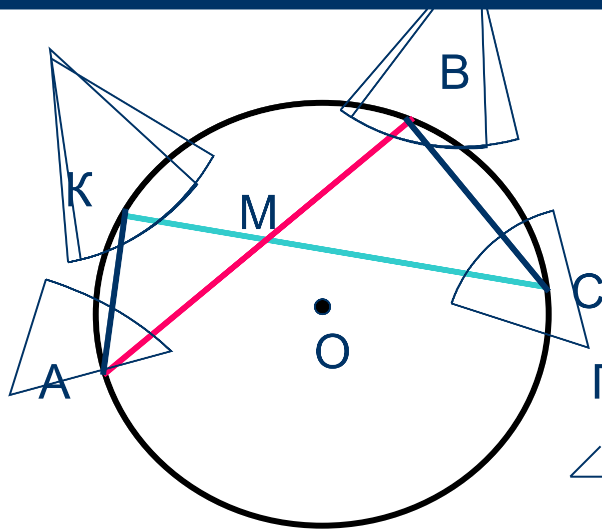
$\angle BAK = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BK} - \overset{\frown}{BC})$



$\angle BAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(О;r),
М – точка пересечения хорд АВ и СК.

Доказать: АМ   ВМ = СМ   КМ.

Доказательство:

Проведём АК и ВС. Рассмотрим △АКМ и △ВСМ.

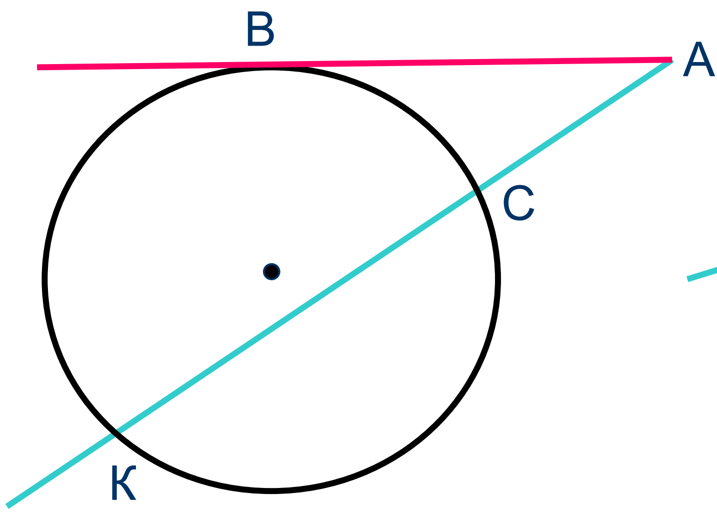
∠А = ∠С, как вписанные, опирающиеся на ВК.

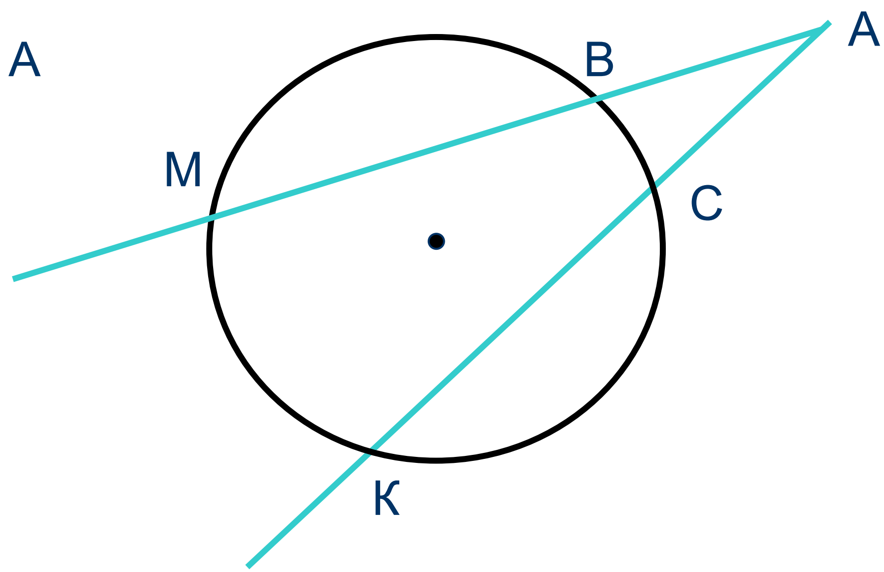
∠К = ∠В, как вписанные, опирающиеся на АС.

Значит, △АКМ и △ВСМ подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

$$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}$$, а, значит, АМ   ВМ = СМ   КМ.

Нужные свойства



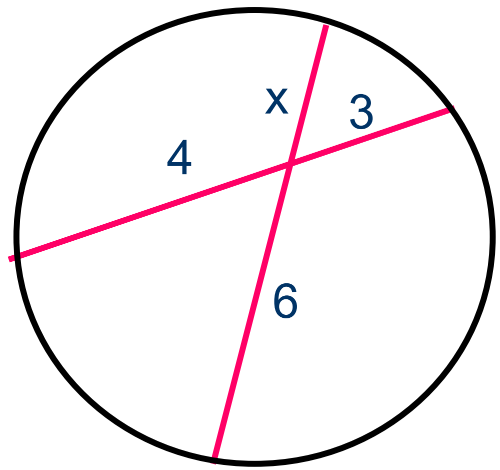


AB^2 = АК
АС

АМ АВ = АК АС

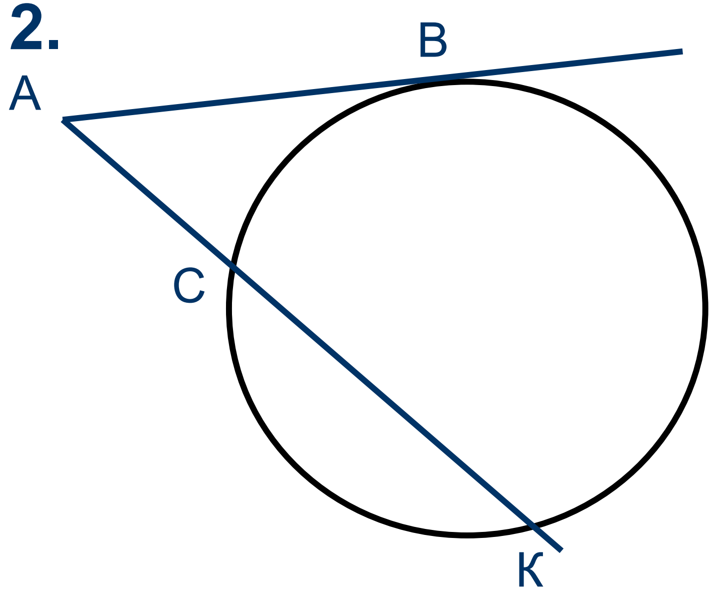
Реши задачи

1. Найти **x**



2

2.



Дано: АК = 9, АС =4.
Найти: АВ.

6

Желаю успехов в учёбе

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.