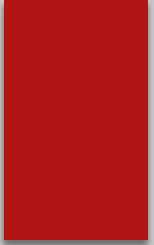


Определение 1. Функция $y=f(x)$ называется возрастающей в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и убывающей, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции

Теорема 1. Если дифференцируемая функция $y=f(x)$ возрастает в данном интервале, то производная этой функции не отрицательна в этом интервале.

Интервалы на которых функция только возрастает или же только убывает, называются интервалами монотонности функции, а сама функция называется монотонной на этих интервалах.

Теорема 2. Если производная функции $y=f(x)$ положительна (отрицательна) в некотором интервале, то функция в этом интервале монотонно возрастает (монотонно убывает).



2. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной

2. Определение

Точка $x=a$ называется точкой максимума (минимума) функции $f(x)$ если имеет место неравенство $f(a) > f(x)$ (соответственно $f(a) < f(x)$) для любого x из некоторой окрестности точки $x=a$.

Если $x=a$ - точка максимума (минимума) функции $f(x)$, то говорят, что $f(x)$ имеет максимум (минимум) в точке $x=a$.

Максимум и минимум функции объединяют названием экстремум функции, а точки максимума и минимума называют точками экстремума или экстремальными точками.

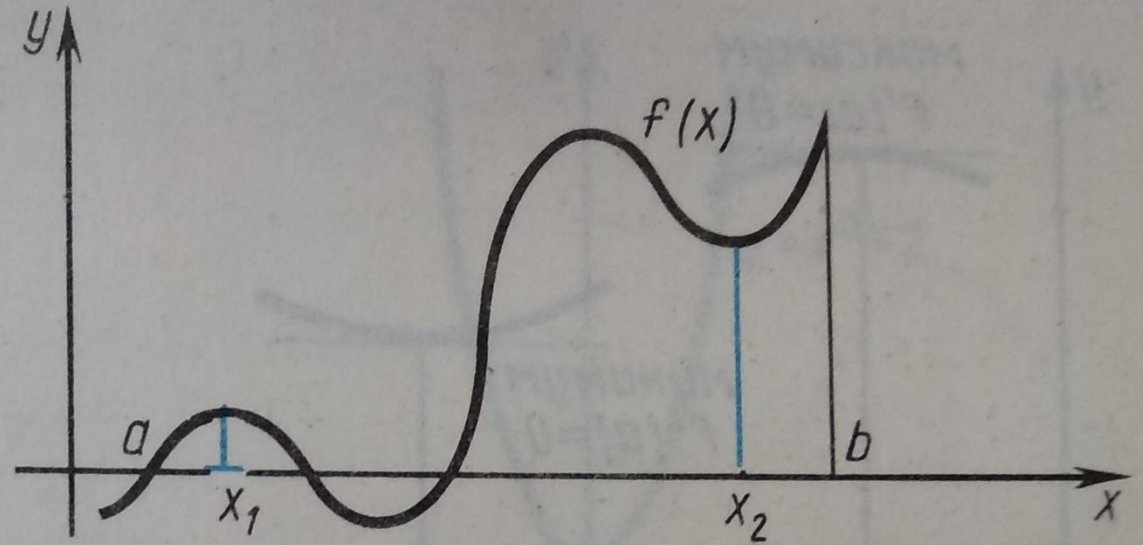


Рис. 117

Теорема 3.

Если $x=a$ является точкой экстремума функ-

ции $y=f(x)$ и производная в этой точке существует, то она равна нулю: $f'(a)=0$

геометрически необходимый признак экстремума означает, что если $x=a$ -точка экстремума функции $y=f(x)$, то касательная (в том случае, когда она существует) к графику этой функции в точке $(a; f(a))$ параллельна оси Ox (рис.118).

Обращение первой производной в нуль является необходимым, но не достаточным условием экстремума.

Теорема 4. (достаточный признак экстремума). Если производная $f'(x)$ при переходе

x через a меняет знак, то a является точкой экстремума функции $f(x)$.

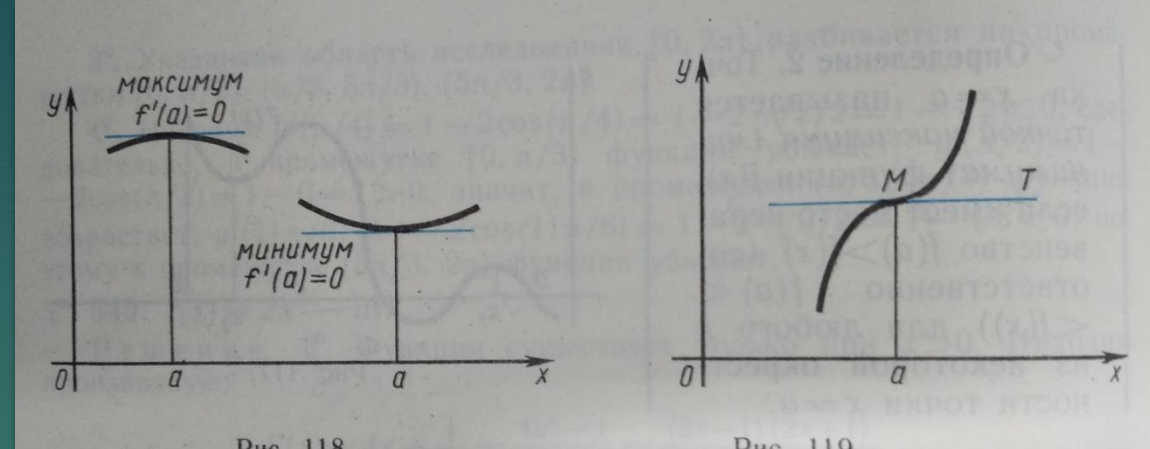


Рис.118

Рис.119

Смысл теоремы 4 наглядно иллюстрирует рис.120.

Точка a -критическая, так как $f'(a)=0$. Слева от этой точки, т.е. при $x < a$, имеем $f'(x) > 0$; касательная к кривой образует с осью Ox острый угол и функция возрастает.

Справа от этой точки, т.е. при $x > a$, имеем $f'(x) < 0$; касательная к кривой образует с осью Ox тупой угол и функция убывает. При $x = a$ функция переходит от возрастания к убыванию, т.е. имеет максимум.

Основные моменты исследования:

1. Находят производную $f'(x)$.
2. Находят все критические точки из области определения функции.
3. Устанавливают знаки производной функции при переходе через критические точки и выписывают точки экстремума.
4. Вычисляют значения функции $f(x)$ в каждой экстремальной точке.

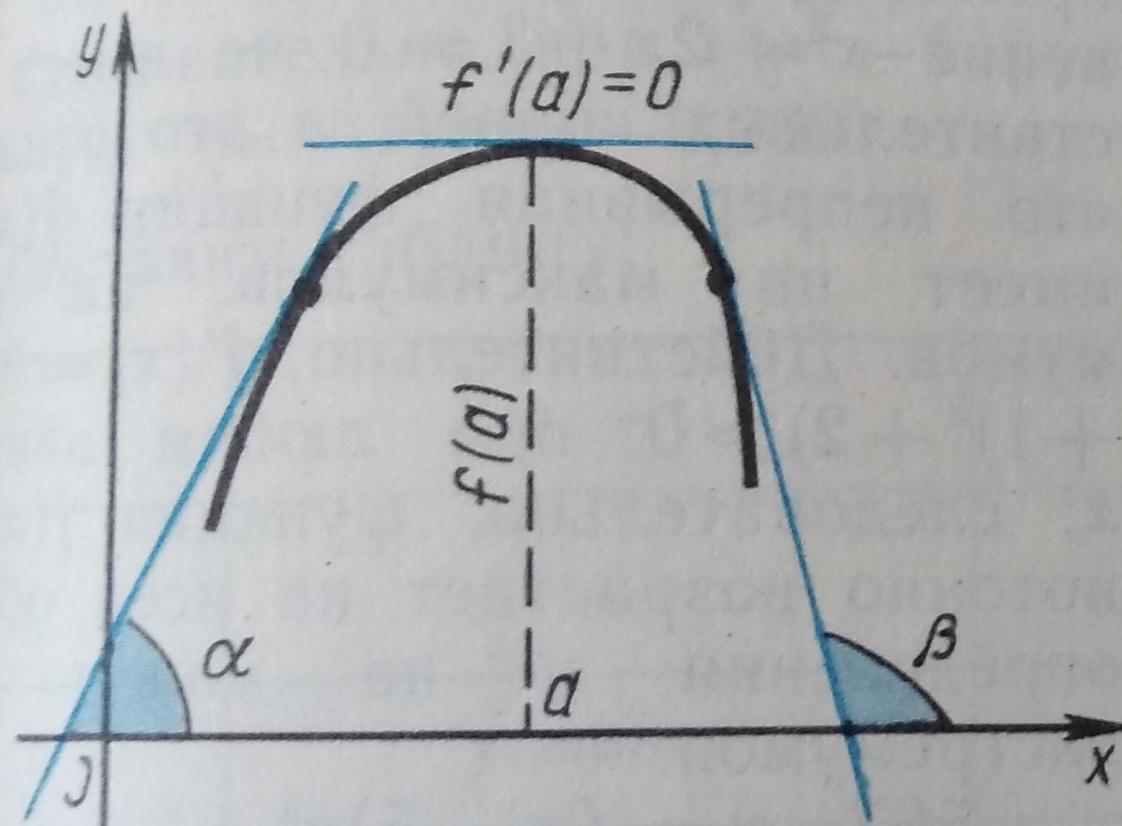


Рис.120.