Определение 1.Функция y=f(x) называется возрастающей в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большое значение функции, и убывающей, если большему значению аргумента соответсвует меньшее значение функции

Теорема 1.Если дифференцируемая функция y=f(x) возрастает в данном интервале, то производная этой функции не отрицательна в этом интервале.

Интервалы на которых функция только возрастает или же только убывает, называются интервалами монотонности функции, а сама функция называется монотонной на этих интервалах.

Теорема 2.Если производная функции y=f(x) положительна (отрицательна) в некотором интервале,то функция в этом интервале монотонно возрастает (монотонно убывает).

2.Исследование функции на экстремум с помощью первой производной

2.Определение

Точка x=a называется точкой максимума (минимума) функции f(x) если имеет место неравенство f(a)>f(x) (соответсвенно f(a)<f(x)) для любого x из некоторой окрестности точки x=a.

Если x=a - точка максимума (минимума) функции f(x), то говорят, что f(x) имеет максимум (минимум) в точке x=a.

Максимум и минимум функции объединяют названием экстремум функции, а точки максимума и минимума называют точками экстремума или экстремальными точками.

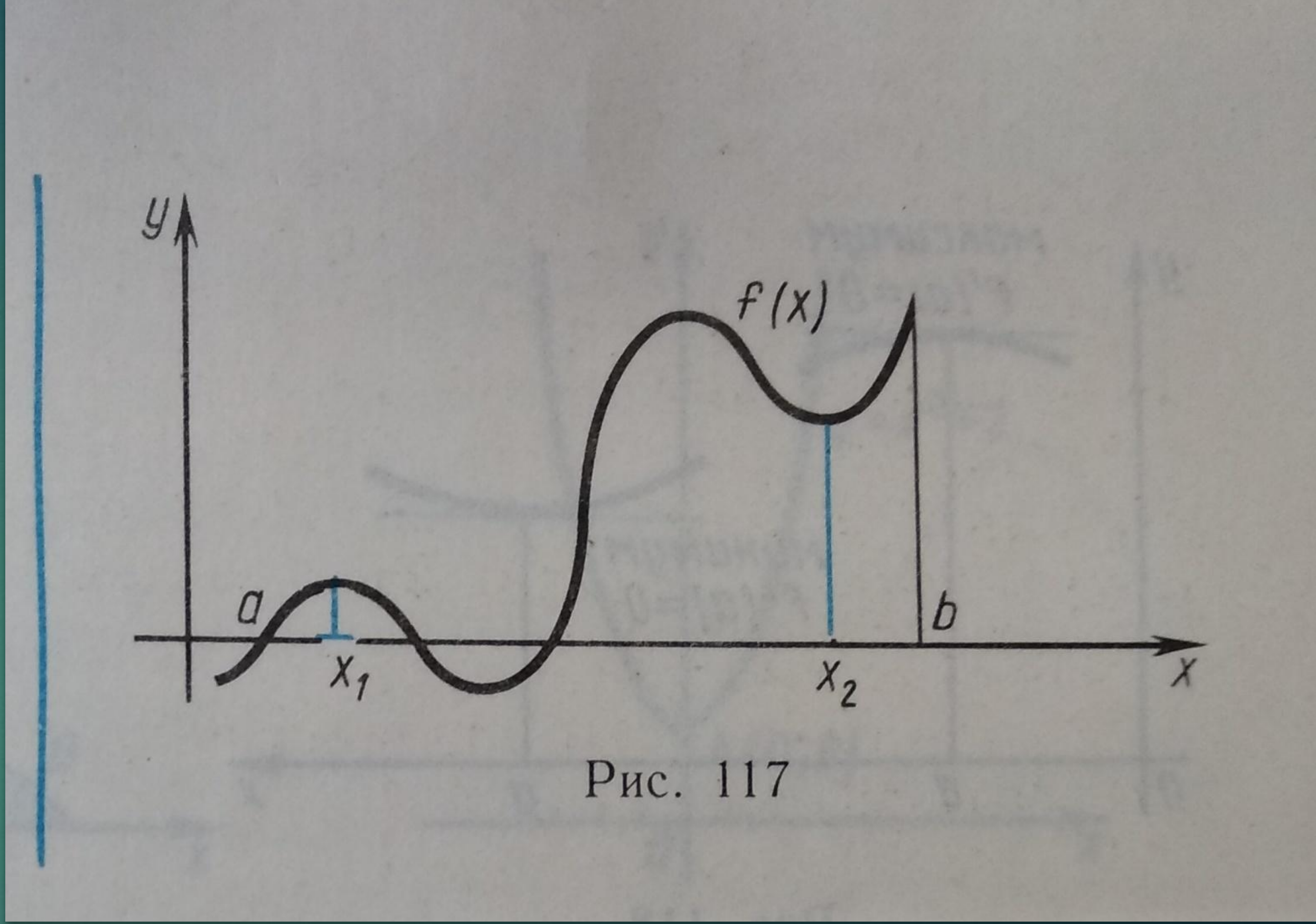

Рис. 117

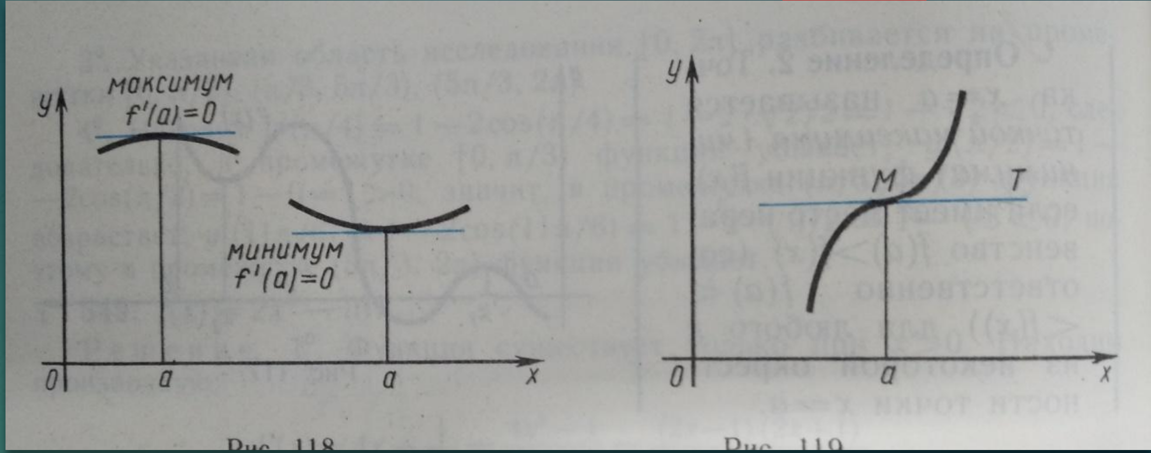

Рис.118 Рис.119

Теорема 3.

Если x=a является точкой экстремума функции y=f(x) и производная в этой точке существует, то она равна нулю: f\`(a)=0

геометрически необходимый признак экстремума означает,что если x=a-точка экстремума функции y=f(x),то касательная (в том случае,когда она существует) к графику этой функции в точке (a; f(a)) параллельна оси Ox (рис.118).

Обращение первой производной в нуль является необходимым, но не достаточным условием экстремума.

Теорема 4.(достаточный признак экстремума).Если производная f\`(x) при переходе

X через a меняет знак, то a является точкой экстремума функции f(x).

Смысл теоремы 4 наглядно иллюстрирует рис.120. Точка а-критическая,так как f`(a)=0. Слева от этой точки, т.е. при x<a, имеем f`(x)>0;касательная к кривой образует с осью Ох острый угол и функция возрастает.
Справа от этой точки, т.е. при x>a,имеем f`(x)<0; касательная к кривой образует с осью Ох тупой угол и функция убывает.При x=a функция переходит от возрастания к убыванию,т.е. имеет максимум
Основные моменты исследования:
1.Находят производную f`(x).
2.Находят все критические точки из области определения функции.
3.Устанавливают знаки производной функции при переходе через критические точки и выписывают точки экстремума.
4.Вычисляют значения функции f(x) в каждой экстремальной точке.

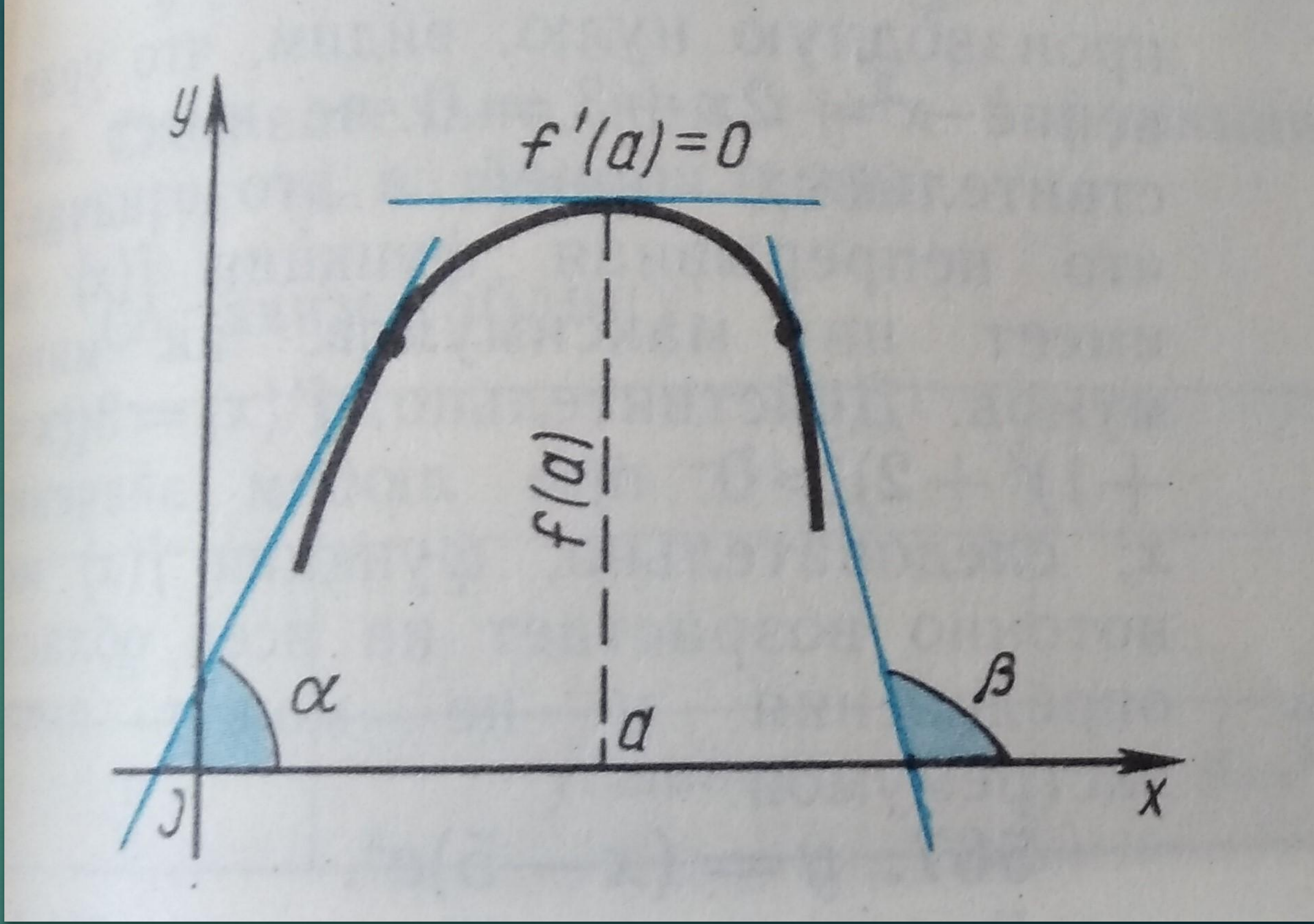

Рис.120.