

Решение квадратных уравнений

ЗАДАНИЕ:

Посмотреть презентацию.

Записать определения , формулы и примеры,
как образцы.

Выполнить предложенные задания.

Квадратным уравнением
называется уравнение вида
 $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$
где x - переменная,
 a , b и c - некоторые числа.

Коэффициенты квадратного уравнения
обычно называют:
 a - первым или старшим коэффициентом,
 b - вторым коэффициентом,
 c - свободным членом.

Примеры.

$$-x^2 + 6x + 1 = 0,$$

$$3,7x^2 - 2x + 8 = 0,$$

Решение квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$$

1. Если $D > 0$, то уравнение имеет два корня

$$x_1 = (-b + \sqrt{D}) / 2a; \quad x_2 = (-b - \sqrt{D}) / 2a.$$

2. Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

3. Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень

$$x = -b / 2a.$$

Квадратное уравнение $x^2+px+q=0$,
в котором коэффициент при x^2 равен 1,
называется **приведенным**.

Если выполняется тождество
 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$,

то уравнение $ax^2+bx+c=0$

при $x_1 \neq x_2$ имеет два корня x_1 и x_2 ,

при $x_1 = x_2$ имеет один корня x_1 .

Применение теоремы Виета

$$x^2 + 10x - 39 = 0;$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -39, \\ x_1 + x_2 = -10 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -13.$$

Ответ: 3; -13

Алгоритм решения квадратного уравнения

1. Вычислить дискриминант и сравнить его с нулем,
2. Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней,
3. Если дискриминант отрицателен, то записать, что корней нет.

1 способ решения квадратных уравнений

$$x^2 + 10x - 39 = 0,$$

$$a = 1, b = 10, c = -39.$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 100 + 156 = 256, D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_1 = \frac{-10 + 16}{2} = 3; x_2 = \frac{-10 - 16}{2} = -13.$$

Ответ: 3, -13.

Неполные квадратные уравнения.

Квадратное уравнение называют неполным, если хотя бы один из коэффициентов a или b равен нулю.

1. $a \neq 0, b = 0, c \neq 0, \quad ax^2 + c = 0$
2. $a \neq 0, c = 0, b \neq 0, \quad ax^2 + bx = 0$
3. $a \neq 0, b = 0, c = 0, \quad ax^2 = 0.$

Примеры. $-3x^2 + 9 = 0,$

$$7x^2 - 11 = 0,$$

$$5x^2 = 0.$$



Неполные квадратные уравнения:

$$ax^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$ax^2 + bx = 0, \\ (b \neq 0)$$

$$x = 0, \\ x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + c = 0, \\ (c \neq 0)$$

Если $-\frac{c}{a} < 0$, то корней нет.

Если $-\frac{c}{a} > 0$, то $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$



Выполнить задание №1

1. Укажите коэффициенты квадратного уравнения:

а) $-5x^2 + 7x + 9 = 0$

г) $0,1x^2 + x - 8 = 0$

б) $x^2 - 4x - 3 = 0$

д) $2x^2 + 1 = 0$

в) $-2x^2 - 7x = 0$

е) $3x^2 = 0$

2. Назовите недостающий член так, чтобы его можно было представить в виде квадрата двучлена

а) $x^2 + 2x + \dots;$

г) $y^2 + 5y + \dots;$

б) $a^2 - 6x + \dots;$

д) $v^2 + v + \dots;$

в) $x^2 + 10x + \dots;$

е) $y^2 + 2vy + \dots$

3. Решите уравнение

а) $(x-6)^2 = 9;$

в) $(x+1)^2 = 16;$

б) $(x-1)^2 = 4/9;$

г) $x^2 + 2x + 1 = 0.$

Выполнить задание № 2

1. Найдите значение выражения b^2-4ac при:

а) $a=1, b=2, c=3,$

б) $a=2, b=5, c=-3.$

2. Решите уравнение

а) $x^2-25=0$

г) $x^2-19=0$

б) $x^2-7x=0$

д) $5x^2=0, 2x$

в) $x^2+9=0$

е) $a^2=0$

3. Назовите коэффициенты квадратного уравнения

а) $x^2+4x+9=0$

г) $3-2x^2-x=0$

б) $x^2-3=0$

д) $2x^2+2x+1=0$

в) $2x^2-5x=0$

е) $x^2-x+2=0$

Выполнить задание № 3

1. Докажите, что число -1 является корнем уравнения

а) $x^3+1=0$

в) $x^2-1=0$

б) $x^2+x=0$

г) $x^2+3x+2=0$

2. Укажите коэффициенты квадратного уравнения

а) $-5x^2+2x-9=0$

г) $0,5x^2+3x-7=0$

б) $3x^2-4x-1=0$

д) $-2x^2+1=0$

в) $x^2-4x=0$

е) $11-3x^2=0$

3. Замените уравнение равносильными ему приведенным квадратным уравнением

а) $3x^2-6x-12=0$

в) $1/2x^2-3x+1,5=0$

б) $-x^2+2x-2=0$

г) $10x^2-20x+30=0$

